«Оптика атмосферы и океана», **16**, № 4 (2003)

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН

УДК 551; 521; 535.31; 535.36

Т.А. Сушкевич, Е.В. Владимирова

Оптический передаточный оператор сферической системы «атмосфера–Земля»

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

Поступила в редакцию 2.07.2002 г.

Исследуется перенос солнечного излучения в атмосфере Земли в масштабах всей планеты. Дана библиография пионерских отечественных и зарубежных работ по математическому моделированию радиационного поля Земли и методам численного решения общей краевой задачи теории переноса излучения в сферическом слое с отражающей подстилающей поверхностью. Построен оптический передаточный оператор сферической системы «атмосфера–Земля». Сформулированы модели функций влияния для сферической задачи теории переноса.

Космические исследования – это такая область фундаментальных и прикладных работ, которая с первых шагов своего становления не могла развиваться без использования ЭВМ. Освоение космического пространства послужило значительным фактором совершенствования ЭВМ и формирования новых научных направлений, связанных с математическим моделированием радиационного поля Земли, теорией переноса изображения, теорией видения, теорией обработки и распознавания образов и т.д. Информационно-математическое обеспечение – обязательная составная часть любого космического проекта.

Теоретико-расчетные исследования при проектировании и реализации первых космических аппаратов, в частности их систем навигации, ориентации, стабилизации, а также первых космических оптических экспериментов осуществлялись тремя ведущими коллективами специалистов по (математическому) моделированию переноса излучения в природных средах на ЭВМ. В Ленинградском государственном университете и Главной геофизической обсерватории работало несколько групп под руководством В.В. Соболева и К.Я. Кондратьева. В.В. Соболев, И.Н. Минин и О.И. Смоктий разработали первую комбинированную плоскосферическую модель земной атмосферы в приближении В.В. Соболева [1–8]. В Вычислительном центре СО АН СССР под руководством Г.И. Марчука и Г.А. Михайлова были разработаны первые алгоритмы метода Монте-Карло для сферической модели Земли [9–11]. Весомую роль в эффективности этих алгоритмов сыграл математический аппарат сопряженных уравнений, предложенный Г.И. Марчуком [12, 13] и развитый в работах Г.А. Михайлова, М.А. Назаралиева, В.С. Антюфеева, Р.А. Дарбиняна [14–20]. В Институте прикладной математики АН СССР Т.А. Сушкевич впервые реализовала итерационным методом характеристик глобальную сферическую модель радиационного поля системы «атмосфера–Земля» (САЗ) в масштабах планеты [21–26]. Приближенные подходы разрабатывал О.А. Авасте [27, 28]. Метод В.В. Соболева развивался Л.Г. Титарчуком [29]. В постановке задач исследований и обсуждении результатов принимали участие Т.А. Гермогенова, М.В. Масленников, А.М. Обухов, М.С. Малкевич, Г.В. Розенберг, А.Б. Сандомирский, А.И. Лазарев, Е.О. Федорова, В.П. Козлов, В.Н. Сергеевич, И.И. Кокшаров, Ч.Й. Виллман, О.А. Авасте, В.Е. Плюта, Г.М. Гречко и др.

Первые попытки решения сферической задачи за рубежом (США) были предприняты Секерой и Ленобль [30], которые предложили использовать метод последовательных приближений, соответствующих разложению решения по малому параметру, взяв в качестве первого приближения решение плоской задачи, а в качестве малого параметра – отношение эффективной высоты однородной атмосферы к радиусу Земли. Большинство работ за рубежом выполняются методом Монте-Карло [31–35] или приближенными численными методами [36–38]. На уровне теории без практической реализации остался метод инвариантного погружения [39–41].

Подход на основе анализа уравнений для характеристик в криволинейных координатах и разных приемов ускорения сходимости итераций по подобластям позволяет перейти к численному решению трехмерно-неоднородной сферической задачи, моделирующей близкие к реальным земные условия [42–47]. Такая постановка приобретает актуальность в связи с проблемами фоторадиационной химии атмосферы (тропосферы и озоносферы в условиях сумерек, зари, терминатора, полярных регионов), информационного обеспечения томографии атмосферы Земли (в том числе рефрактометрическими методами и космическими системами, работающими в условиях наблюдений по горизонтальным трассам), дистанционного зондирования полярных регионов, создания моделей спектрально-радиационного баланса Земли, фазовой яркости Земли для приборов космической навигации (возврат КА на Землю, навигация КА по Земле), реализации проектов дополнительных источников энергии на КА путем использования солнечного излучения, отраженного Землей, и т.п.

Новые перспективные возможности математического моделирования атмосферной радиации Земли в масштабах планеты связаны с разработкой математического обеспечения для широкой области приложений на суперкомпьютерах с параллельной архитектурой. Наличие такого аппарата позволяет проводить эталонные расчеты, вычислительные эксперименты, имитационное моделирование, верификацию приближенных методик и быстрых алгоритмов для массового решения научно-исследовательских и прикладных задач, а также совершенствовать радиационный блок для моделей циркуляции, прогноза, климата, фотохимической кинетики, динамики озоносферы, трансграничного переноса загрязнений воздушного бассейна и т.п.

Математическая постановка задачи

Рассмотрим задачу переноса оптического (солнечного и собственного) излучения в САЗ в приближении сферически-симметричной оболочки, на которую падает внешний параллельный поток интенсивности πS_λ. Для учета вклада пространственно-неоднородной подстилающей поверхности (земной поверхности, верхней границы облачности или гидрометеоров) в излучение сферической САЗ построим оптический передаточный оператор в рамках линейно-системного подхода, разработанного для плоской модели САЗ [48]. Универсальной, инвариантной относительно конкретных структур неоднородностей отражающей и излучающей границы, считается функция влияния (ФВ) краевой задачи теории переноса излучения, которая является ядром оптического передаточного оператора (ОПО).

Выберем направление оси OZ, проходящей через центр Земли, противоположным внешнему параллельному потоку радиации. При этом Земля и атмосфера будут облучаться Солнцем симметрично относительно оси OZ. В целом САЗ рассматривается в сферической системе координат как трехмерная: радиус-вектор $\mathbf{r}$ любой точки $A(\mathbf{r})$ атмосферы и подстилающей поверхности полностью определяется расстоянием $r = |\mathbf{r}|$ от центра Земли, полярным углом ψ и азимутом η, т.е. каждому $\mathbf{r}$ ставятся в соответствие три параметра (r, ψ, η) – радиус, широта $0 \le \psi \le \pi$, долгота $0 \le \eta \le 2\pi$.

Направление распространения светового луча $\mathbf{s}$ (считаем, что $\mathbf{s}$ – единичный вектор) в точке $A(\mathbf{r})$ описываем локальной сферической системой координат с центром в точке $A(\mathbf{r})$: зенитным углом $\vartheta = \arccos(\mathbf{r}\cdot\mathbf{s})/|\mathbf{r}|$, отсчитываемым от $\mathbf{r}$, и азимутом φ в касательной плоскости, проведенной в точке $A(\mathbf{r})$ к сфере радиуса r, т.е. каждому $\mathbf{s}$ соответствует пара (ϑ, φ). За начало отсчета $\varphi = 0$ принимаем азимут прямого внешнего потока. Обозначим $\mu = \cos\vartheta$. Опишем вокруг оси OZ конус с вершиной в центре Земли и углом раствора, равным 2ψ. В точке $A(\mathbf{r})$, лежащей на боковой поверхности конуса, направлениям $\mathbf{s}$, выходящим из этого конуса, присвоим значения азимута $0 \le \varphi < \pi/2$, а входящим в конус – $-\pi/2 < \varphi \le \pi$. Лучи $\mathbf{s}$ с азимутом $\varphi = \pi/2$ будут лежать в плоскостях, касательных к боковым поверхностям таких конусов, а азимутам $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$ будет соответствовать одна координатная плоскость, проходящая через ось OZ и радиус-вектор $\mathbf{r}$.

Изучаемый сферический слой ограничивается сферическими поверхностями с радиусами R_b снизу и R_t сверху. Совокупность всех точек $A(\mathbf{r})$ сферической оболочки образует открытую область G с нижней G_b и верхней G_t границами – сферическими поверхностями, имеющими радиусы R_b и R_t соответственно. Векторное поле всех направлений световых лучей $\mathbf{s}(A)$ в каждой точке $A(\mathbf{r})$ образует (единичную сферу) множество $\Omega = \Omega^+ \cup \Omega^-$, где Ω^+ и Ω^- – множества (полусферы) направлений $\mathbf{s}$ с $\mu \in [0, 1]$ и $\mu \in [-1, 0]$, отвечающих восходящему и нисходящему потокам излучения соответственно. Фазовый объем задачи

$$\Gamma_{tot} \equiv [G \cup G_b \cup G_t] \times \Omega = \\ = \{(\mathbf{r}, \mathbf{s}) : \mathbf{r} \in [G \cup G_b \cup G_t],\ \ \mathbf{s} \in \Omega\}.$$

Для удобства записи граничных условий вводим множества – фазовые области

$$b \equiv G_b \times \Omega^+ = \{(\mathbf{r}, \mathbf{s}): \mathbf{r} = \mathbf{r}_b \in G_b,\ \mathbf{s} \in \Omega^+\},$$
$$t \equiv G_t \times \Omega^- = \{(\mathbf{r}, \mathbf{s}) : \mathbf{r} = \mathbf{r}_t \in G_t,\ \mathbf{s} \in \Omega^-\},$$

метки которых выбраны для наглядности совпадающими с первыми буквами слов bottom (дно) и top (верх).

Задача состоит в определении интенсивности ослабленного прямого излучения от источников и стационарного поля интенсивности однократно и многократно рассеянного излучения в рассеивающей, поглощающей и излучающей сферической оболочке G с границами G_t и G_b или за пределами G. Приближение стационарного поля физически корректно, поскольку исследуется процесс распространения световых лучей.

Полную интенсивность монохроматического (при фиксированном λ) или квазимонохроматического (при фиксированных λ и $\Delta\lambda$) стационарного излучения $\Phi_\lambda(\mathbf{r}, \mathbf{s})$, где индекс λ – длина волны (далее опускается), в точке $A(\mathbf{r})$ с радиусом-вектором $\mathbf{r}$ в направлении $\mathbf{s}$ находим как решение общей краевой задачи (ОКЗ) теории переноса

$$K\Phi = F^{in}, \quad \Phi\big|_t = F^t, \quad \Phi\big|_b = \varepsilon R\Phi + F^b \qquad (1)$$

в фазовой области Γ с линейными операторами: оператор переноса

$$D \equiv (\mathbf{s}, \mathrm{grad}) + \sigma_{tot}(\mathbf{r}),$$

Для трехмерной сферической геометрии задачи [46]:

$$(s, \nabla\Phi) = \cos\vartheta\frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{\sin\vartheta\cos\varphi}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\psi} - \frac{\sin\vartheta}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta} + \\ + \frac{\sin\vartheta\sin\varphi}{r\sin\psi}\frac{\partial\Phi}{\partial\eta} - \frac{\sin\vartheta\sin\varphi\,\mathrm{ctg}\,\psi}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi};$$

интеграл столкновений – функция источника

$$B(\mathbf{r},\mathbf{s}) \equiv S\Phi = \sigma_{sc}(\mathbf{r})\int\limits_{\Omega}\gamma(\mathbf{r},\mathbf{s},\mathbf{s}')\,\Phi(\mathbf{r},\mathbf{s}')d\mathbf{s}',$$

$$d\mathbf{s}' = \sin\vartheta' d\vartheta' d\varphi';$$

интегродифференциальный оператор $K \equiv D - S$; оператор отражения R в общем случае описывается интегралом

$$[R\Phi](\mathbf{r}_b,\mathbf{s}) = \int\limits_{\Omega^-} q(\mathbf{r}_b,\mathbf{s},\mathbf{s}^-)\,\Phi(\mathbf{r}_b,\mathbf{s}^-)d\mathbf{s}^-, \quad \mathbf{s}\in\Omega^+.$$

Суммарная аэрозольно-молекулярная индикатриса рассеяния нормирована по условию

$$\frac{1}{4\pi}\int\limits_{\Omega}\gamma(\mathbf{r},\mathbf{s},\mathbf{s}')\,d\mathbf{s}' = \frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1}\gamma(\mathbf{r},\cos\chi)\,d\cos\chi = 1;$$

$\sigma_{tot}(\mathbf{r})$ и $\sigma_{sc}(\mathbf{r})$ – пространственные распределения полного сечения взаимодействия (ослабления, экстинкции) оптического излучения с веществом, заполняющим область G, и суммарного аэрозольно-молекулярного коэффициента рассеяния; угол рассеяния χ определяется из соотношения

$$\cos\chi = \cos(\mathbf{s}\bullet\mathbf{s}') = \cos\vartheta\cos\vartheta' + \sin\vartheta\sin\vartheta'\cos(\varphi-\varphi'),$$

если $\mathbf{s} = (\vartheta, \varphi)$, $\mathbf{s}' = (\vartheta', \varphi')$. Функция $F^{in}(\mathbf{r}, \mathbf{s})$ – плотность источников излучения, расположенных внутри области G; $F^b(\mathbf{r}_b, \mathbf{s}^+)$ и $F^t(\mathbf{r}_t, \mathbf{s}^-)$ – источники излучения на границах сферической оболочки, определенные для лучей $\mathbf{s}$, направленных внутрь области G.

Оператор R описывает закон отражения излучения от подстилающей поверхности, расположенной на уровне нижней границы G_b; параметр $0 \le \varepsilon \le 1$ фиксирует акт взаимодействия излучения с подложкой. При $R \equiv 0$ (или $\varepsilon = 0$) имеем дело с первой краевой задачей (ПКЗ) теории переноса

$$K\Phi_0 = F^{in}, \quad \Phi_0|_t = F^t, \quad \Phi_0|_b = F^b \qquad (2)$$

для сферического слоя с прозрачными, неотражающими, абсолютно «черными» границами или задачей с «вакуумными» граничными условиями.

Скалярная функция с векторными аргументами $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = \Phi(A, \mathbf{s}(A)) = \Phi(r, \psi, \eta, \vartheta, \varphi)$ определяется как решение ОКЗ (1) или ПКЗ (2) в фазовой области

$$\Gamma \equiv G\,\Omega + G_t\,\Omega^+ + G_b\,\Omega^-, \quad \Gamma_{tot} = \Gamma \cup t \cup b.$$

Решение краевой задачи для стационарного уравнения переноса осуществляется методом последовательных приближений – простыми итерациями по столкновениям разной кратности или модифицированными итерациями с включением ускоряющих процедур и подобластей, отвечающих разным средам (атмосфера, океан, облака).

Общая краевая задача (1) – линейная (по источникам), и ее решение можно искать в виде суперпозиции (аргументы $(\mathbf{r}, \mathbf{s})$ опускаем) $\Phi = \Phi_0 + \Phi_q$. Фоновое излучение Φ_0 определяется как решение ПКЗ (2) и может содержать до трех фоновых компонент: $\Phi_0 = \Phi_0^t + \Phi_0^b + \Phi_0^{in}$, каждую из которых можно рассчитывать раздельно как решение ПКЗ с источниками F^t, F^b, F^{in} соответственно. Задача для определения подсветки Φ_q, обусловленной влиянием отражающей подстилающей поверхности, – это ОКЗ

$$K\Phi_q = 0, \quad \Phi_q|_t = 0, \quad \Phi_q|_b = \varepsilon R\Phi_q + \varepsilon E, \qquad (3)$$

где источником инсоляции является освещенность (яркость, облученность) подложки, создаваемая фоновым излучением: $E(\mathbf{r}_b, \mathbf{s}^+) \equiv R\Phi_0$.

Функции влияния сферической краевой задачи теории переноса

По аналогии с плоской САЗ [48] введем «горизонтальные» координаты $r_\perp = (\psi, \eta) \in \Omega$, $dr_\perp = \sin\psi\, d\psi\, d\eta$. Рассмотрим ПКЗ

$$K\Phi = 0, \quad \Phi|_t = 0, \quad \Phi|_b = f(\mathbf{s}^h;\, r_\perp,\, \mathbf{s}). \qquad (4)$$

Параметр $\mathbf{s}^h \in \Omega^+$ может отсутствовать. Задача (4) отвечает линейной САЗ, и ее обобщенное решение представляется в виде линейного функционала – интеграла суперпозиции

$$\Phi(\mathbf{s}^h; r, r_\perp, \mathbf{s}) = \mathrm{F}\,(f) \equiv (\Theta, f) \equiv \frac{1}{2\pi}\int\limits_{\Omega^+} d\mathbf{s}_h^+ \times$$

$$\times\frac{1}{4\pi}\int\limits_{\Omega}\Theta(\mathbf{s}_h^+; r, r_\perp - r'_\perp, \mathbf{s})\, f(\mathbf{s}^h; r'_\perp, \mathbf{s}_h^+)\sin\psi' d\psi' d\eta', \quad (5)$$

ядром которого является ФВ $\Theta(\mathbf{s}_h^+;\, r,\, r_\perp,\, \mathbf{s})$ – решение ПКЗ

$$K\Theta = 0, \quad \Theta|_t = 0, \quad \Theta|_b = f_\delta \qquad (6)$$

с параметром $\mathbf{s}_h^+ \in \Omega^+$ и источником $f_\delta(\mathbf{s}_h^+;\, r_\perp,\, \mathbf{s}) = \delta(r_\perp)\,\delta(\mathbf{s} - \mathbf{s}_h^+)$. ФВ Θ фактически описывает поле излучения в слое с неотражающими границами, создаваемое за счет процессов многократного рассеяния стационарного луча с направлением $\mathbf{s}_h^+$, источник которого расположен на границе G_b в точке с $\psi = 0$.

Если источник $f(r_\perp)$ – изотропный и горизонтально-неоднородный, то решение ПКЗ (4) находится через линейный функционал – интеграл свертки

$$\Phi(r, r_\perp, \mathbf{s}) = \mathrm{F}_c(f) \equiv (\Theta_c, f) \equiv$$

$$\equiv \frac{1}{4\pi}\int\limits_{\Omega}\Theta_c(r, r_\perp - r'_\perp, \mathbf{s})\, f(r')\sin\psi' d\psi' d\eta' \qquad (7)$$

с ядром

$$\Theta_c(r, r_\perp, \mathbf{s}) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{\Omega^+}\Theta(\mathbf{s}_h^+; r, r_\perp, \mathbf{s})\, d\mathbf{s}_h^+. \qquad (8)$$

ФВ Θ_c совпадает с функцией размытия точки и удовлетворяет ПКЗ с осевой симметрией:

$$K\Theta_c = 0, \quad \Theta_c|_t = 0, \quad \Theta_c|_b = \delta(r_\perp). \qquad (9)$$

В случае анизотропного и горизонтально-однородного источника $f(\mathbf{s}^h;\, \mathbf{s})$ решение ПКЗ (4) определяется через линейный функционал

$$\Phi(\mathbf{s}^h;r,\mathbf{s}) = \mathrm{F}_r(f) \equiv (\Theta_r, f) \equiv$$

$$\equiv \frac{1}{2\pi}\int\limits_{\Omega^+}\Theta_r(\mathbf{s}_h^+;r,\mathbf{s})\, f(\mathbf{s}^h;\mathbf{s}_h^+)d\mathbf{s}_h^+ \tag{10}$$

с ядром

$$\Theta_r(\mathbf{s}_h^+;r,\mathbf{s}) = \frac{1}{4\pi}\int\limits_{\Omega}\Theta(\mathbf{s}_h^+;r,r_\perp,\mathbf{s})\sin\psi d\psi d\eta\ . \tag{11}$$

ФВ Θ_r – решение одномерной сферической ПКЗ с азимутальной зависимостью

$$K_r\Theta_r = 0,\quad \Theta_r\big|_t = 0,\quad \Theta_r\big|_b = \delta(\mathbf{s}-\mathbf{s}_h^+). \tag{12}$$

При изотропном и горизонтально-однородном источнике решение ПКЗ (4)

$$\Phi(r,\ \mathbf{s}) = fW(r,\ \mathbf{s}),\quad f = \mathrm{const}, \tag{13}$$

рассчитывается через ФВ

$$W(r,\mathbf{s}) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{\Omega^+}d\mathbf{s}_h^+\frac{1}{4\pi}\int\limits_{\Omega}\Theta(\mathbf{s}_h^+;r,r_\perp,\mathbf{s})\sin\psi d\psi d\eta =$$

$$= \frac{1}{4\pi}\int\limits_{\Omega}\Theta_c(r,r_\perp,\mathbf{s})\sin\psi d\psi\ d\eta = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{\Omega^+}\Theta_r(\mathbf{s}_h^+;r,\mathbf{s})\,d\mathbf{s}_h^+\ , \tag{14}$$

которую называют также функцией пропускания, отягощенной вкладом многократного рассеяния, и определяют как решение одномерной сферической ПКЗ

$$K_rW = 0,\quad W\big|_t = 0,\quad W\big|_b = 1. \tag{15}$$

Соотношения (8), (11), (14) можно использовать в качестве критериев точности вычислений ФВ Θ, Θ_c, Θ_r через решения более простых ПКЗ (9), (12), (15). Функционалы (8), (11), (14) являются частными случаями функционала (5). Функции влияния Θ, Θ_c, Θ_r, W – решения ПКЗ (6), (9), (12), (15) соответственно – составляют полный набор базовых моделей функций влияния первых и общих краевых задач теории переноса излучения в сферическом слое и инвариантных характеристик линейной САЗ.

Оптический передаточный оператор

На основе общей теории регулярных возмущений с помощью ряда

$$\Phi_q\left(\mathbf{s}^h;\mathbf{r},\mathbf{s}\right) = \sum_{k=1}^{\infty}\varepsilon^k\Phi_k$$

ОКЗ (3) сводится к системе рекуррентных ПКЗ типа (4)

$$K\Phi_k = 0,\quad \Phi_k\big|_t = 0,\quad \Phi_k\big|_b = E_k \tag{16}$$

с источниками $E_k = R\Phi_{k-1}$ для $k \ge 2$, $E_1 = E$. Вводится операция, описывающая один акт взаимодействия излучения с границей через ФВ Θ:

$$[Gf](\mathbf{s}^h;\mathbf{r}_b,\mathbf{s}) \equiv R(\Theta,f) = \int\limits_{\Omega^-}q(\mathbf{r}_b,\mathbf{s},\mathbf{s}^-)\,(\Theta,f)d\mathbf{s}^-.$$

Решения системы ПКЗ (16) находятся как линейные функционалы (5):

$$\Phi_1 = (\Theta,\ E),\quad \Phi_k = (\Theta,\ R\Phi_{k-1}) = (\Theta,\ G^{k-1}E).$$

Асимптотически точное решение ОКЗ (3) получается в форме линейного функционала (5) – оптического передаточного оператора

$$\Phi_q = (\Theta,\ Y), \tag{17}$$

где «сценарий» оптического изображения или яркость подстилающей поверхности

$$Y \equiv \sum_{k=0}^{\infty}G^kE = \sum_{k=0}^{\infty}R\Phi_k$$

есть сумма ряда Неймана по кратности отражения излучения от подложки с учетом многократного рассеяния в среде.

«Сценарий» удовлетворяет уравнению Фредгольма II рода

$$Y = R(\Theta,\ Y) + E,$$

которое называют уравнением «приземной фотографии». В общем случае $R(\Theta,\ Y) \ne (R\,\Theta,\ Y)$. Суммарное излучение САЗ и «космическая фотография» описываются функционалом

$$\Phi = \Phi_0 + (\Theta,\ Y).$$

ФВ $\Theta(\mathbf{s}_h^+;\ r,\ r_\perp,\mathbf{s})$ используется для решения ОКЗ (3) со следующим набором пар функции источника и характеристики отражения:

$$E(\mathbf{r}_b,\mathbf{s}),\ q(\mathbf{r}_b,\mathbf{s},\mathbf{s}');\ \ E(\mathbf{r}_b,\mathbf{s}),\ q(\mathbf{s},\mathbf{s}');\ \ E(\mathbf{s}),\ q(\mathbf{r}_b,\mathbf{s},\mathbf{s}');$$
$$E(\mathbf{r}_b),\ q(\mathbf{r}_b,\mathbf{s},\mathbf{s}');\ \ E(\mathbf{r}_b),\ q(\mathbf{s},\mathbf{s}');\ \ E,\ q(\mathbf{r}_b,\mathbf{s},\mathbf{s}').$$

ФВ $\Theta_c(r,\ r_\perp,\mathbf{s})$ является ядром функционалов, когда источник и параметр отражения составляют следующие пары:

$$E(\mathbf{r}_b,\mathbf{s}),\ q(\mathbf{r}_b,\mathbf{s}');\ \ E(\mathbf{r}_b,\mathbf{s}),\ q(\mathbf{s}');\ \ E(\mathbf{s}),\ q(\mathbf{r}_b,\mathbf{s}');$$
$$E(\mathbf{r}_b),\ q(\mathbf{r}_b,\mathbf{s}');\ \ E(\mathbf{r}_b),\ q(\mathbf{s}');\ \ E,\ q(\mathbf{r}_b,\mathbf{s}').$$

С помощью ФВ $\Theta_r(\mathbf{s}_h^+;\ r,\ \mathbf{s})$ определяются функционалы в случае следующих источников и параметров отражения: $E(\mathbf{s})$, $q(\mathbf{s},\ \mathbf{s}')$; E, $q(\mathbf{s},\ \mathbf{s}')$. Через ФВ $W(r,\ \mathbf{s})$ находится решение для пары E, $q(\mathbf{s}')$.

Заключение

В итоге исходная ОКЗ (3) сведена к линейному функционалу (17) и сформулирован линейно-системный подход к решению проблем дистанционного зондирования и учета вклада отражающей и излучающей сферической земной поверхности. При этом четко определено проявление нелинейных эффектов из-за многократного переотражения излучения от поверхности в формировании «сценария», которые описываются через линейные передаточные характеристики изолированного слоя атмосферы. Отметим, что расчеты ФВ эффективно реализуются методом Монте-Карло.

Представительные доклады и дискуссии по результатам решения сферических задач впервые состоялись на первой летней школе по оптике рассеивающих сред (Минск–Свитязь, июнь 1969 г.), на Всесоюзном совещании по рассеянию света в атмосфере (Алма-Ата, ноябрь 1969 г.) и на 8-м научном совещании по оптике атмосферы и актинометрии (Томск–Новосибирск, июнь 1970 г.).

В последнее десятилетие наметилась активизация исследований и разработок по многомерным сферическим моделям, что нашло отражение в научных программах и докладах Международного симпозиума по радиации IRS-2000, 24–29 июля 2000 г., Санкт-Петербург, а также сформировалась новая область космических исследований – космическое землеведение [49, 50].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 03-01-00132, 03-01-06018).

1. *Соболев В.В., Минин И.Н.* Рассеяние света в сферической атмосфере – I // Искусственные спутники Земли. Вып. 14. М.: Изд-во АН СССР, 1962. С. 7–12.
2. *Соболев В.В., Минин И.Н.* К теории рассеяния света в планетных атмосферах // Астрон. ж. 1963. Т. 40. № 3. С. 496–503.
3. *Минин И.Н., Соболев В.В.* Рассеяние света в сферической атмосфере – II // Косм. исслед. 1963. Т. 1. № 2. С. 227–234.
4. *Минин И.Н., Соболев В.В.* Рассеяние света в сферической атмосфере – III // Косм. исслед. 1964. Т. 2. № 4. С. 610–618.
5. *Смоктий О.И.* Многократное рассеяние света в однородной сферически-симметричной планетной атмосфере // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1967. Т. 3. № 3. С. 245–257.
6. *Смоктий О.И.* Об определении яркости неоднородной сферически-симметричной планетной атмосферы // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1967. Т. 3. № 4. С. 384–393.
7. *Смоктий О.И.* Многократное рассеяние света в неоднородной сферически-симметричной планетной атмосфере // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1967. Т. 3. № 5. С. 496–506.
8. *Смоктий О.И.* Моделирование полей излучения в задачах космической спектрофотометрии. Л.: Наука, 1986. 352 с.
9. *Марчук Г.И., Михайлов Г.А.* О решении задач атмосферной оптики методом Монте-Карло // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1967. Т. 3. № 3. С. 258–273.
10. *Марчук Г.И., Михайлов Г.А.* Результаты решения некоторых задач атмосферной оптики методом Монте-Карло // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1967. Т. 3. № 4. С. 394–401.
11. *Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назаралиев М.А., Дарбинян Р.А.* Решение прямых и некоторых обратных задач атмосферной оптики методом Монте-Карло. Новосибирск: Наука, 1968. 100 с.
12. *Марчук Г.И.* О постановке некоторых обратных задач // Докл. АН СССР. 1964. Т. 156. № 3. С. 503–506.
13. *Марчук Г.И.* Уравнение для ценности информации с метеорологических спутников и постановка обратных задач // Косм. исслед. 1964. Т. 2. № 3. С. 462–477.
14. *Кондратьев К.Я., Марчук Г.И., Бузников А.А., Минин И.Н., Михайлов Г.А., Назаралиев М.А., Орлов В.М., Смоктий О.И.* Поле излучения сферической атмосферы. Л.: Изд-во ЛГУ, 1977. 215 с.
15. *Антюфеев В.С., Назаралиев М.А.* Новая модификация метода Монте-Карло для решения задач теории рассеяния света в сферической атмосфере // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1973. Т. 9. № 8. С. 820–828.
16. *Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назаралиев М.А., Дарбинян Р.А., Каргин Б.А., Елепов Б.С.* Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. Новосибирск: Наука, 1976. 215 с.
17. *Marchuk G.I., Mikhailov G.A., Nazaraliev M.A., Darbinian R.A., Kargin B.A., Elepov B.S.* Monte-Karlo Methods in Atmospheric Optics. Berlin; Heidelberg; New York: Springer-Verlag, 1980. 205 p.
18. *Назаралиев М.А.* Статистическое моделирование радиационных процессов в атмосфере. Новосибирск: Наука, 1990. 227 с.
19. *Дарбинян Р.А.* Моделирование дистанционного зондирования оптически неоднородной сферической Земли // Исслед. Земли из космоса. 1998. № 3. С. 18–30.
20. *Дарбинян Р.А., Козодеров В.В., Косолапов В.С.* Особенности описания полей солнечного излучения в сферической атмосфере // Исслед. Земли из космоса. 1999. № 2. С. 27–39.
21. *Сушкевич Т.А.* Осесимметричная задача о распространении излучения в сферической системе: Отчет № 0-572-66. М.: ИПМ АН СССР, 1966. 180 с.
22. *Назаралиев М.А., Сушкевич Т.А.* Расчеты характеристик поля многократно рассеянного излучения в сферической атмосфере // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1975. Т. 11. № 7. С. 705–717.
23. *Сушкевич Т.А., Коновалов Н.В.* Об области применимости плоской модели в задачах о многократном рассеянии излучения в земной атмосфере // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1978. Т. 14. № 1. С. 44–57.
24. *Сушкевич Т.А.* Об уравнении переноса в сферической геометрии с пространственной неоднородностью и рефракцией // Численное решение задач атмосферной оптики. М.: ИПМ АН СССР, 1984. С. 138–151.
25. *Сушкевич Т.А.* О моделировании переноса солнечного излучения в сферической атмосфере Земли и облаках // Оптика атмосф. и океана. 1999. Т. 12. № 3. С. 251–257.
26. *Сушкевич Т.А.* О решении задач атмосферной коррекции спутниковой информации // Исслед. Земли из космоса. 1999. № 6. С. 49–66.
27. *Авасте О.А.* Метод расчета интенсивностей и потоков уходящего излучения при сферической Земле в близкой инфракрасной области спектра // Тр. Гл. геофиз. обсерватории. 1964. Вып. 166. С. 144–151.
28. *Авасте О.А., Дарбинян Р.А.* Поле яркости сферической Земли в близкой инфракрасной области спектра // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1975. Т. 11. № 10. С. 1030–1037.
29. *Титарчук Л.Г.* Рассеяние света в сферической многослойной атмосфере. Препр. / ИКИ АН СССР (Москва). 1971. № 53. 18 с. Депониров. Астр. 2762.71.
30. *Lenoble J., Sekera Z.* Equation of radiative transfer in a planetary spherical atmosphere // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 1961. V. 47. № 3. P. 372–378.

31. *Kattawar G.W., Plass G.N.* Radiation and polarization of multiple scattered light from haze and clouds // Appl. Opt. 1968. V. 7. № 8. P. 1519–1527.
32. *Collins D.G., Blattner W.G., Wells M.B. and Horak H.G.* Backward Monte Carlo calculations of the polarization characteristics of the radiation emerging from spherical-shell atmosphere // Appl. Opt. 1972. V. 11. № 11. P. 2684–2696.
33. *Kattawar G.W., Plass G.N.* Degree and direction of polarization in multiple scattered light: II. Earth's atmosphere with aerosols // Appl. Opt. 1972. V. 11. № 11. P. 2866–2879.
34. *Adams C.N., Kattawar G.W.* Radiative transfer in spherical shell atmospheres: I. Rayleigh Scattering // Icarus. 1978. V. 35. № 1. P. 139–151.
35. *Kattawar G.W., Adams C.N.* Radiative transfer in spherical shell atmospheres: II. Asymmetric phase functions // Icarus. 1978. V. 35. № 3. P. 436–449.
36. *Перенос* радиации в рассеивающих и поглощающих атмосферах. Стандартные методы расчета / Под ред. Ж. Ленобль. Л.: Гидрометеоиздат, 1990. 263 с.
37. *Whitney C.* Implications of a quadratic stream definition in radiative transfer theory // J. Atmos. Sci. 1972. V. 29. № 8. P. 1520–1530.
38. *Whitney C.* Efficient stream distributions in radiative transfer theory // J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer. 1974. V. 14. P. 591–611.
39. *Bellman R.E., Kagiwada H.H., Kalaba R.E.* Invariant imbedding and radiative transfer in spherical shells // J. Comput. Phys. 1966. V. 1. P. 245–256.
40. *Bellman R.E., Kagiwada H.H., Kalaba R.E., Ueno S.* Diffuse reflection of solar rays by a spherical shell atmosphere // Icarus. 1969. V. 11. P. 417–423.
41. *Gruschinske J., Ueno S.* Bellman's new approach to the numerical solution of the auxiliary equation in a spherical medium // Publ. Astron. Soc. Japan. 1971. V. 22. P. 365–371.
42. *Сушкевич Т.А., Максакова С.В.* Осесимметричная задача распространения излучения в сферическом слое. – I. Характеристики уравнения переноса. Препр. / ИПМ РАН (Москва). 1997. № 65. 32 с.
43. *Сушкевич Т.А., Владимирова Е.В.* Осесимметричная задача распространения излучения в сферическом слое. – III. Алгоритм расчета оптической толщины и функции пропускания отрезка траектории светового луча в неоднородной земной атмосфере. Препр. / ИПМ РАН (Москва). 1997. № 74. 24 с.
44. *Сушкевич Т.А., Максакова С.В.* Осесимметричная задача распространения излучения в сферическом слое. – II. Алгоритм вычисления криволинейных координат на траекториях характеристик. Препр. / ИПМ РАН (Москва). 1998. № 1. 32 с.
45. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Владимирова Е.В., Игнатьева Е.И., Куликов А.К., Максакова С.В.* Сферическая модель переноса излучения в атмосфере Земли. – I. Обзор. Препр. / ИПМ РАН (Москва). 1997. № 84. 32 с.
46. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Владимирова Е.В., Игнатьева Е.И., Куликов А.К., Максакова С.В.* Сферическая модель переноса излучения в атмосфере Земли. – III. Постановка задачи. Метод решения. Препр. / ИПМ РАН (Москва). 1997. № 85. 32 с.
47. *Сушкевич Т.А., Владимирова Е.В.* Сферическая модель переноса излучения в атмосфере Земли. – II. Криволинейная система координат. Характеристики уравнения переноса. Препр. / ИПМ РАН (Москва). 1997. № 73. 28 с.
48. *Сушкевич Т.А.* Линейно-системный подход и теория оптического передаточного оператора // Оптика атмосф. и океана. 2000. Т. 13. № 8. С. 744–753.
49. *Козодеров В.В., Косолапов В.С., Садовничий В.А., Тимошин О.А., Тищенко А.П., Ушакова Л.А., Ушаков С.А.* Космическое землеведение: информационно-математические основы / Под ред. В.А. Садовничего. М.: Изд-во МГУ, 1998. 571 с.
50. *Козодеров В.В., Садовничий В.А., Ушакова Л.А., Ушаков С.А.* Космическое землеведение: Диалог природы и общества. Устойчивое развитие / Под ред. В.А. Садовничего. М.: Изд-во МГУ, 2000. 640 с.

***T.A. Sushkevich, E.V. Vladimirova.* The optical transfer operator of the spherical Earth atmosphere system.**

The sunlight transfer in the Earth’s atmosphere is investigated on the global scale. The bibliography of Russian and foreign publications on the problems of mathematical modelling of the Earth’s radiation field and the methods of numerical solution of the general boundary-value problem in the radiative transfer theory for a spherical shell with a reflecting underlying surface is given. The optical transfer operator of the spherical Earth atmosphere system is stated. The models of the influence functions for the spherical problem of the transfer theory are formulated.