

А.В. Лавриненко, В.С. Комаров, Ю.Б. Попов

## Методика сверхкраткосрочного прогноза параметров состояния атмосферы на основе алгоритма калмановской фильтрации и двумерной динамико-стохастической модели

*Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск*

Поступила в редакцию 23.12.2004 г.

Рассматривается методика сверхкраткосрочного прогноза параметров состояния атмосферы, основанная на использовании алгоритма фильтра Калмана и двумерной динамико-стохастической модели регрессионного типа, а также обсуждаются результаты ее качественной оценки, проведенной для пограничного слоя (до высоты 800 м) по данным метеорологических и аэрологических наблюдений.

### Введение

Интенсивное развитие промышленности, транспорта и энергетического комплекса, а также появление новых производственных процессов, связанных с испытанием оружия и утилизацией экологически опасных объектов, привели в последние годы к значительному росту количества выбрасываемых в атмосферу загрязняющих веществ. В связи с этим в комплексе задач охраны окружающей среды важное место стали занимать задачи моделирования и прогноза уровня загрязнения атмосферы на ограниченных территориях (например, в пределах крупных городов, промышленных центров и вблизи мест испытаний и утилизации экологически опасных объектов). Особенно актуальной является задача сверхкраткосрочного прогноза состояния загрязненности атмосферы, результаты которого необходимы для принятия своевременных мер к снижению концентрации вредных примесей.

Поскольку временные изменения содержания загрязняющих примесей в значительной степени зависят от изменения метеорологической обстановки и, в первую очередь, от температурной стратификации (от ее вида зависят условия развития турбулентности) и ветра (с ним связан перенос подобных примесей) [1], то возникает необходимость предварительного решения задачи сверхкраткосрочного прогноза этих параметров атмосферы.

Известно, что в настоящее время задача сверхкраткосрочного (с заблаговременностью до 12 ч) прогноза решается главным образом на основе двух подходов: гидродинамического и физико-статистического. Однако оба этих подхода имеют определенные недостатки.

Так, например, в случае применения первого подхода, основанного на использовании мезомасштабной гидродинамической модели [2], мы сталкиваемся с достаточно громоздким алгоритмом ее ре-

ализации, со значительным вкладом (до 18–25%) ошибок исходных данных в погрешность численных схем прогноза [3] и, наконец, с необходимостью привлечения данных измерений с довольно больших по площади территорий. Последний недостаток препятствует решению задач сверхкраткосрочного прогноза на основе данных наблюдений одной станции.

В то же время физико-стохастический подход, базирующийся на использовании наиболее распространенных методов регрессионного анализа, хотя и позволяет решать задачу сверхкраткосрочного прогноза по данным наблюдений одной станции, но требует предварительного построения (по данным многолетних наблюдений) прогностических уравнений регрессионного типа, параметры которых не уточняются в процессе временного прогнозирования, а также соблюдения условия, чтобы число исходных данных существенно превышало количество определяемых коэффициентов регрессии. Кроме того, использование в вычислительной схеме метода наименьших квадратов вносит в результаты вычислений погрешность метода, возникающую за счет сглаживания экстремальных значений.

В связи с указанными недостатками гидродинамического и физико-стохастического подходов в последние годы стали проводиться интенсивные исследования по разработке новых методов сверхкраткосрочного прогноза параметров состояния атмосферы в условиях минимума исходной экспериментальной информации. К подобным методам относится, например, модифицированный метод группового учета аргументов (ММГУА), который разработан специалистами Института оптики атмосферы СО РАН [4–6]. Этот метод при использовании процедуры его комплексирования с методом оптимальной экстраполяции случайного процесса (последний применяется для прогноза лишь наземных значений метеорологической величины) позволяет проводить сверхкраткосрочный прогноз параметров состояния ат-

мосферы по данным ограниченного числа оперативных измерений, получаемых для одной станции.

Несмотря на заметные преимущества ММГУА (базового метода) перед традиционными регрессионными методами (к ним относятся: возможность его реализации по данным ограниченного числа экспериментальных измерений, многокритериальный выбор прогностической модели, отсутствие метода наименьших квадратов, вносящего в результаты вычислений дополнительные погрешности за счет сглаживания экстремальных значений), он имеет и некоторые недостатки. Они связаны, в частности, с необходимостью привлечения (при решении задачи временного прогноза) дополнительного метода экстраполяции случайного процесса, с помощью которого осуществляется прогнозирование для приземного уровня; с требованием предварительного получения выборки оперативных данных с объемом не менее  $N = k + 1$  ( $k \geq 7$  — число используемых уровней) и с необходимостью соблюдения условия, чтобы интервал прогноза равнялся интервалу проведения аэрологических измерений.

С учетом этого в настоящей статье предлагается новый методический подход к решению задачи сверхкраткосрочного прогноза параметров состояния атмосферы, основанный на применении алгоритма калмановской фильтрации и двумерной динамико-стохастической модели, описывающей изменения указанных параметров по высоте и во времени. Отличительной особенностью подобного подхода является то, что эти изменения представляют собой стохастические процессы с заданными корреляционными свойствами. Кроме того, в отличие от гидродинамического подхода, процедура сверхкраткосрочного прогноза в рассматриваемом случае реализуется по данным аэрологических наблюдений одной станции.

Наряду с подробным описанием новой методики сверхкраткосрочного прогнозирования в настоящей статье приводятся также и результаты ее качественной оценки, проведенной по данным температурно-ветрового зондирования.

## 1. Постановка задачи и метод ее решения

Задача сверхкраткосрочного прогноза поля какого-либо параметра состояния атмосферы (т.е. метеорологической величины) в заданной точке пространства  $(x_0, y_0, z_0)$ , в которой проводятся аэрологические наблюдения, заключается в оценке его значения в момент времени  $t_0 + 1$  по данным измерений в момент времени  $t$  и предшествующие моменты времени, являющиеся предсказателями, с помощью заданной математической модели, описывающей изменения этого поля по высоте и во времени.

В качестве такой модели может быть использована модель типа

$$\xi_h(k) = \sum_{m=h-i}^{h+i} \sum_{j=1}^K d_{j,m} \xi_m(k-j), \quad (1)$$

где  $\xi_h(k)$  — значение поля метеорологической величины на высоте  $h$  в момент времени  $k$ ;  $m$  — номер высотного уровня, на котором выполняется прогноз, причем  $m$  меняется от  $h - i$  до  $h + i$  (здесь  $i = 1, 2, \dots, n$  — максимальное число высотных информационных уровней, данные которых учитываются при прогнозе поля  $\xi$  на уровне  $h$ );  $j$  — текущее значение дискретного времени, изменяющегося от 1 до  $k$  (тем самым оно определяет глубину окна авто-регрессии);  $d_{j,m}$  — неизвестные коэффициенты, подлежащие оцениванию и определяющие взаимную связь между оцениваемым значением поля  $\xi_h(k)$  и его значениями в предыдущие моменты времени на заданной высоте и близлежащих высотных уровнях, т.е.  $\xi_m(k-j)$ .

Таким образом, согласно (1) оценка поля заданной метеорологической величины  $\xi_h(k)$  на фиксированном высотном уровне  $h$  и в фиксированный момент времени  $k$  есть линейная комбинация вектора неизвестных параметров  $d_{j,m} = D$  и значений этого поля в предыдущие моменты времени на глубину  $k$ , на этом же высотном уровне и на  $i$ -х вышележащих и ниже-лежащих уровнях.

В дальнейшем при рассмотрении методики сверхкраткосрочного прогноза и в численных экспериментах принимаем  $i = 1$ , т.е. используется один уровень выше и ниже фиксированного.

Заметим, что в выражении (1) в качестве исходных данных берутся измеренные (не преобразованные) значения метеорологического поля.

Естественно, рассматриваемый подход, при котором используются непосредственно сами значения метеорологического поля, накладывает на него некоторые ограничения. Для получения приемлемых по качеству оценок прогнозируемой величины необходимо, чтобы функция, описывающая динамику изменения метеорологического поля во времени, была гладкой и не имела перегибов.

Рассмотрим теперь собственно методику сверхкраткосрочного прогноза на один и несколько шагов вперед, основанную на использовании фильтра Калмана и модели (1).

Задача прогноза поля  $\xi$  в некоторой точке наблюдения распадается на два этапа. На первом этапе по значениям метеорологического поля в точке  $(x_0, y_0)$ , взятым для момента времени  $k$  и предыдущих моментов времени на фиксированном высотном уровне  $h$ , а также на уровнях, отстоящих в обе стороны от него, производится оценка коэффициентов модели  $d_{j,m}$ .

На втором этапе, исходя из предположения об однородности и изотропности поля, по оцененным коэффициентам и математической модели (1) восстанавливаются значения поля в заданной точке в момент времени  $k + 1$  на высоте  $h$ .

Таким образом, уравнение прогноза на один временной шаг вперед будет выглядеть следующим образом:

$$\hat{\xi}_h(k+1) = \sum_{m=h-i}^{h+i} \sum_{j=0}^{K-1} \hat{d}_{j+1,m} \xi_m(k-j). \quad (2)$$

Здесь  $\hat{\xi}_h(k+1)$  – оценка метеорологического поля в момент времени  $k+1$ ;  $\hat{d}_{j+1,m}$  – оцененные на  $k$ -м временном шаге неизвестные параметры модели;  $\xi_m(k-j)$  – измеренные значения метеорологического поля в точке прогноза на высотных уровнях, начиная с  $h-1$  по  $h+1$ , в моменты времени с  $k$  по 1.

В соответствии с [7] для оценивания неизвестных параметров модели (1), т.е.  $d_{j,m}$ , необходимо задать систему разностных уравнений в матричном виде:

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{F}(k) \cdot \mathbf{X}(k) + \mathbf{\Omega}(k), \quad (3)$$

где

$$\mathbf{X}(k+1) = |d_{1,0}(k+1), d_{2,0}(k+1), d_{3,0}(k+1), \\ d_{2i+1,0}(k+1), d_{1,1}(k+1), \dots, d_{2i+1,k}(k+1)|^T$$

– вектор состояния размерностью  $(2i+1)k$  (здесь  $T$  – операция транспонирования), включающий неизвестные и подлежащие оцениванию параметры состояния динамической системы;  $\mathbf{F}(k)$  – матрица перехода для дискретной системы размерностью  $(2i+1)k \times (2i+1)k$ ;  $\mathbf{\Omega}(k) = |\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{(2i+1)k}|^T$  – вектор случайных возмущений системы (вектор шумов состояния).

Если предположить, что рассматриваемое метеорологическое поле изотропно и стационарно, а на заданном интервале времени неизвестные и подлежащие оцениванию параметры  $\mathbf{X}(k)$  в среднем не изменяются, то

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{X}(k) \quad (4)$$

и матрица перехода  $\mathbf{F}(k)$  будет единичной.

Математическая модель измерений, по данным которых в алгоритме фильтра Калмана осуществляется оценка состояния системы, в общем случае описывается аддитивной смесью полезного сообщения и ошибки измерения, т.е.

$$\mathbf{Y}(k) = \xi(k) = \mathbf{H}(k) \cdot \mathbf{X}(k) + \mathbf{E}(k), \quad (5)$$

где  $\mathbf{Y}(k)$  – вектор фактических измерений. В нашем случае  $\mathbf{Y}(k)$  – это скаляр (число), которое есть измерение на фиксированной высоте в момент времени  $k$ ;  $\mathbf{H}(k)$  – матрица наблюдений размерностью  $((2i+1)k \times 1)$ , т.е. вектор-строка, элементами которой являются предикторы, выбранные с определенным весом и следующие друг за другом;  $\mathbf{E}(k)$  – вектор ошибок измерений (шум измерений).

Остановимся подробнее на способе заполнения матрицы наблюдений  $\mathbf{H}(k)$ , поскольку каждый элемент этой матрицы включает весовые коэффициенты. Введение этих коэффициентов позволяет учесть временную и вертикальную корреляции между отдельными значениями метеорологического поля, полученными в предшествующие моменты времени и на разных высотных уровнях, расположенных ниже и выше уровня прогноза. Считая временные и вертикальные корреляционные связи для взятого поля зависимыми, можно, в соответствии с [8], ввести соотношение вида

$$\mu_\xi(\tau_k, \Delta h_m) = \exp\left(-\sqrt{\left(\frac{\tau_k}{\tau_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h_m}{h_0}\right)^2}\right), \quad (6)$$

где  $\mu_\xi(\tau_k, \Delta h_m)$  – весовой множитель, учитывающий корреляционные связи между измерениями метеопоя в  $k$ -й момент времени на  $m$ -й высоте (здесь  $\tau_k = \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, k\Delta t$  – период запаздывания по времени,  $\Delta t$  – интервал дискретизации, ч; а  $k$  – глубина окна запаздывания;  $\Delta h_m = h_m - h_i$  – толщина высотного слоя (в км) для  $m$  уровней, причем  $i = m+1$  или  $i = m-1$  – максимальное число высотных информационных уровней, данные которых учитываются при прогнозе поля  $\xi$  на уровне  $m$ );  $\tau_0$  и  $h_0$  – радиусы временной и вертикальной корреляции соответственно.

В формуле (6) радиусы временной ( $\tau_0$ ) и вертикальной ( $h_0$ ) корреляций, согласно результатам наших исследований, имеют следующие значения:  $\tau_0 = 30$  ч и  $h_0 = 4500$  м (для температуры);  $\tau_0 = 24$  ч и  $h_0 = 1500$  м (для ортогональных составляющих скорости ветра).

Таким образом, матрицу  $\mathbf{H}(k)$  можно записать в виде

$$\mathbf{H}(k) = \left| \frac{y_0(k-1)}{\mu_\xi(T,0)}, \frac{y_0(k-2)}{\mu_\xi(2T,0)}, \right. \\ \left. \frac{y_0(k-K)}{\mu_\xi(KT,0)}, \frac{y_1(k-1)}{\mu_\xi(T,\Delta h)}, \frac{y_{2i+1}(k-K)}{\mu_\xi(KT,\Delta h_{2i+1})} \right|, \quad (7)$$

т.е. тем самым нами вводятся множители забывания, которые обеспечивают выполнение условия, чтобы близкие (по высоте и времени) к точке прогноза данные обладали бóльшим вкладом, чем данные, более удаленные от нее.

В случае, если временные и вертикальные (межуровневые) корреляционные связи слабые, то выражение (6) можно рассматривать как произведение двух экспонент, а именно:

$$\mu_\xi(\tau_k, \Delta h_m) = \exp\left(\frac{\tau_k}{\tau_0}\right) \exp\left(\frac{\Delta h_m}{h_0}\right). \quad (8)$$

После определения всех элементов, входящих в выражения (3) и (5), задача оценивания решается с помощью линейного фильтра Калмана [8], обеспечивающего оценку элементов вектора состояния с минимальными среднеквадратическими ошибками. Подробное описание этого фильтра дается в [9], поэтому в настоящей статье оно не приводится.

Рассмотренная выше методика, основанная на использовании алгоритма калмановской фильтрации и двумерной динамико-стохастической модели, была исследована с точки зрения возможности ее применения для решения задачи сверхкраткосрочного (с заблаговременностью до 6 ч) прогноза температуры и ортогональных составляющих скорости ветра в пограничном слое атмосферы.

Для оценки качества этой методики были использованы данные двухсрочных (0 и 12 ч по Грин-

вичу) аэрологических и восьмисрочных (0, 3, 6, 9, 12, 15, 18 и 21 ч по Гринвичу) метеорологических наблюдений, полученные за январь 2004 г. для двух станций: станции температурно-ветрового зондирования Вены (48°16' с.ш., 16°22' в.д.) и синоптической станции под тем же названием, но имеющей несколько другие координаты (48°16' с.ш., 16°21' в.д.). Поскольку данные высотных уровней в синоптические сроки (3, 6, 9, 15, 18, 21 ч) для аэрологических станций обычно отсутствуют, то они были реконструированы по данным наземных метеорологических измерений с помощью множественной регрессионной модели [10]. При этом для оценки ее параметров были взяты предварительно рассчитанные по двухсрочным аэрологическим измерениям статистические характеристики (математические ожидания, дисперсии и коэффициенты межуровневой корреляции). Естественно, восстановленные значения температуры и ветра обладают определенными погрешностями, однако для предварительной оценки качества разработанной методики сверхкраткосрочного прогноза этими погрешностями можно пренебречь.

В таблице приведены среднеквадратические ( $\delta$ ) и относительные ( $\theta$ ) погрешности сверхкраткосрочного прогноза температуры, зональной и меридиональной составляющих скорости ветра, проведенного с помощью динамико-стохастического метода для различных высот.

**Среднеквадратические ( $\delta$ ) и относительные ( $\theta$ ,%) погрешности сверхкраткосрочного (с заблаговременностью  $\tau = 3$  и  $6$  ч) прогноза температуры, зональной и меридиональной составляющих скорости ветра**

Высота, м	$\tau = 3$ ч		$\tau = 6$ ч	
	$\delta$	$\theta$	$\delta$	$\theta$
<i>Температура, °С</i>				
0	1,3	35	2,1	54
100	1,0	30	1,8	54
200	0,9	29	1,5	50
300	0,9	28	1,5	50
400	0,9	29	1,5	50
600	0,8	28	1,3	45
800	0,7	24	1,0	34
<i>Зональная составляющая скорости ветра, м/с</i>				
0	1,5	50	2,0	64
100	1,1	34	1,9	59
200	1,0	31	2,1	58
300	1,2	29	2,6	61
400	1,4	29	3,0	63
600	1,6	29	3,2	58
800	1,7	28	3,6	59
<i>Меридиональная составляющая скорости ветра, м/с</i>				
0	1,2	52	1,6	66
100	0,9	36	1,4	56
200	1,0	33	1,8	60
300	1,2	33	2,3	62
400	1,3	31	2,6	62
600	1,7	31	3,4	60
800	1,9	29	3,7	56

Анализ таблицы показывает, что:

– предложенная методика, основанная на использовании алгоритма фильтра Калмана и двумерной динамико-стохастической модели, может быть применена на практике, особенно при заблаговременности  $\tau = 3$  ч, поскольку в этом случае результаты сверхкраткосрочного прогноза вполне удовлетворительны. Действительно, значения относительных ошибок  $\theta$  варьируют, причем независимо от метеорологической величины и высотного уровня, в пределах 24–36% (лишь на приземном уровне, где прогноз проводился только по данным временного ряда, эти ошибки имеют большие значения);

– заметно ухудшается качество сверхкраткосрочного прогноза, проведенного с помощью предложенной методики, при заблаговременности  $\tau = 6$  ч, но и в этом случае относительные погрешности такого прогноза не превышают допустимого значения, равного 66%, поскольку они находятся в пределах 34–66%.

Таким образом, можно сделать предварительный вывод, что разработанный метод, основанный на использовании алгоритма фильтра Калмана и двумерной динамико-стохастической модели, может быть применен для решения задачи сверхкраткосрочного прогноза, особенно в случае, когда этот прогноз осуществляется с заблаговременностью  $\tau \leq 3$  ч. Однако полученные результаты численных экспериментов по оценке качества разработанного метода сверхкраткосрочного прогноза требуют дополнительной проверки и уточнения на основе использования аэрологических данных, получаемых с высоким временным разрешением (например, это могут быть данные радиометрических и содарных измерений). Решение подобной задачи является предметом наших дальнейших исследований.

1. Владимирова А.М., Ляхин Ю.И., Матвеев Л.Т., Орлов В.Г. Охрана окружающей среды. Л.: Гидрометеоиздат, 1991. 423 с.
2. Белов П.Н., Борисенков Е.П., Панин Б.Д. Численные методы прогноза погоды. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 376 с.
3. Миякода К. Численный прогноз и влияние процессов подсеточных масштабов // Теоретические основы прогноза погоды на средние сроки. Л.: Гидрометеоиздат, 1979. С. 5–78.
4. Комаров В.С., Акселевич В.И., Гришин А.И., Креминский А.В., Ломакина Н.Я., Матвиенко Г.Г. Моделирование и сверхсрочный прогноз характеристик ветра по данным ветрового лидарного зондирования // Оптика атмосф. и океана. 1995. Т. 8. № 7. С. 1039–1042.
5. Комаров В.С., Креминский А.В., Ломакина Н.Я., Матвиенко Г.Г. Об опыте использования данных измерений трехтрассового корреляционного лидара в задаче статистического прогноза составляющих среднего ветра // Оптика атмосф. и океана. 1996. Т. 9. № 4. С. 541–546.
6. Zuev V.E., Komarov V.S., Kreminskii A.V. Application of correlation lidar data to modeling and prediction of wind components // Appl. Opt. 1997. V. 36. N 9. P. 1906–1914.
7. Сейдж Э.П., Мэлса Дж.Л. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М.: Связь, 1976. 496 с.
8. Казан Р.Л. Об учете особенностей пространственно-временной структуры метеорологических полей при их статистическом анализе // Тр. 3-го Всесоюз. симпоз.

по применению статистических методов в метеорологии. М.: Гидрометеиздат, 1978. С. 148–157.

9. Комаров В.С., Попов Ю.Б., Суворов С.С., Кураков В.А. Динамико-стохастические методы и их при-

менение в прикладной метеорологии. Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2004. 236 с.

10. Математическая статистика / Под ред. А.М. Длинна. М.: Высш. шк., 1975. 398 с.

*A.V. Lavrinenko, V.S. Komarov, Yu.B. Popov. Technique of ultra-short-term forecast of atmospheric parameters on the basis of the Kalman filtering algorithm and a 2D dynamic-stochastic model.*

A technique of ultra-short-term forecast of atmospheric parameters on the basis of the Kalman filtering algorithm and a 2D dynamic-stochastic model of the regression type is considered, and the results of its qualitative evaluation for the boundary layer (up to the altitude of 800 m) based on meteorological and aerological observations are discussed.