«Оптика атмосферы», **4**, № 4 (1991)

УДК 551.501 :551.510.8

А.А. Попов, О.В. Шефер

О ВОЗМОЖНОСТИ ОЦЕНКИ СРЕДНИХ РАЗМЕРОВ ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЛЕДЯНЫХ ПЛАСТИНОК В ОБЛАКЕ С ПОМОЩЬЮ ОДНОЧАСТОТНОГО ЛИДАРА

Для системы ледяных пластинок, имеющих преимущественную ориентацию, исследуется информативность отношения коэффициентов обратного рассеяния, один из которых получен при вертикальном расположении оси лидара, другой — при ее малом отклонении от вертикали. Для системы горизонтально ориентированных ледяных пластинок графики зависимостей этих отношений от угла отклонения оси лидара от вертикали имеют падающие участки, крутизна которых связана в основном со средним радиусом пластинок. Для системы ледяных пластинок, имеющих небольшой флаттер относительно горизонтального положения, для отношений коэффициентов обратного рассеяния получены кривые, которые кроме падающих содержат и горизонтальные участки. Показано, что по длине горизонтального участка кривой можно судить о величине флаттера ледяных пластинок, а крутизну падающего участка по-прежнему можно однозначно связать со средним радиусом пластинок.

При экспериментальном исследовании морфологии кристаллических облаков или облаков, имеющих наряду с жидкокапельной кристаллическую фазу, установлено, что эти облака обязательно содержат в себе в большей или меньшей мере ледяные пластинки [1, 2]. Также известно, что в силу своей аэродинамики пластинчатые кристаллы ориентированы в пространстве [3, 4]. В нашей статье [5] показано, что даже незначительное количество ориентированных пластинок в рассеивающем объеме при условии нормального расположения трассы зондирования к их основаниям обеспечивает высокоамплитудный сигнал обратного рассеяния. Лидарный сигнал, нормально отраженный от совокупности ледяных пластинок, назван аномальным сигналом обратного рассеяния [6, 7]. Атмосферные кристаллы геометрических форм, отличных от пластинок, а тем более жидкокапельная фаза облака не могут обеспечить обратные сигналы, сравнимые по амплитуде хотя бы порядками с аномальным. Это дает возможность даже в облаках сложного морфологического состава проводить дистанционное исследование микроструктуры только той части ансамбля кристаллов, которая включает в себя ледяные пластинки.

В [5] нами проиллюстрирована возможность оценки средних размеров строго ориентированных пластинок на одной частоте. В данной статье продолжено изучение этого вопроса для более сложной модели полидисперсной системы пластинчатых кристаллов. В этой модели пластинки не строго ориентированы, а совершают небольшие колебания относительно некоторого фиксированного положения. Для данной модели исследуется возможность оценки средних размеров ледяных пластинок и их флаттера с помощью одночастотного лидара.

В [8] нами показано, что если в ледяных пластинках пренебречь внутренними отражениями, то коэффициент обратного рассеяния β_π может быть представлен в виде двух сомножителей, один из которых зависит от размеров пластинок, другой — от их показателя преломления. В частности, формула для β_π, полученная в предположении, что пластинки строго ориентированы в атмосфере, имеет вид

$$\beta_\pi = \beta_\pi(\beta) = A\,\frac{k^2}{\pi}\int\limits_0^\infty N(a)\left(\frac{1+\cos 2\beta}{2}\,\pi a^2\cos\beta\, G(\beta)\right)^2 da, \tag{1}$$

где

$$A = A(\beta) = \frac{|R_\parallel|^2+|R_\perp|^2}{2} + \frac{I_2}{I_1}\cdot\frac{|R_\parallel|^2-|R_\perp|^2}{2}\cos 2\gamma - \frac{I_3}{I_1}\,\frac{|R_\parallel|^2-|R_\perp|^2}{2}\sin 2\gamma, \tag{2}$$

$$G(\beta) = \frac{2J_1(ka\sin 2\beta\cos\beta)}{ka\sin 2\beta\cos\beta}. \tag{3}$$

В соотношениях (1)—(3) β — угол отклонения оси лидара от нормали к основанию пластинки; γ — угол, определяющий ориентацию векторов падающего на ледяную пластинку поля по отношению к плоскости падения; I_1, I_2, I_3 — первые три параметра вектора Стокса, характеризующие состояние поляризации падающего излучения; $R_\parallel$, $R_\perp$ — коэффициенты отражения Френеля для плоских волн параллельной и перпендикулярной поляризаций.

Рассмотрим некоторые частные случаи для коэффициента A, соответствующие различным поляризациям электромагнитного поля падающей волны. Для этого параметрам Стокса I_2 и I_3 придадим следующие значения: $I_2 = I_3 = 0$, что соответствует круговой поляризации, и $I_2/I_1 = 1$, $I_3 = 0$ — линейной поляризации. Из формулы (2) для этих двух частных случаев получим

$$A_к(\beta) = \frac{1}{2}(|R_{\parallel}|^2 + |R_{\perp}|^2), \tag{4}$$

$$A_л(\beta) = |R_{\parallel}|^2 \cos^2\gamma + |R_{\perp}|^2 \sin^2\gamma. \tag{5}$$

Заметим, что при нормальном падении волны на систему ориентированных пластинок коэффициенты A, $A_к$ и $A_л$ равны между собой и определяются соотношением

$$A(0) = A_к(0) = A_л(0) = \left|\frac{\tilde{n}-1}{\tilde{n}+1}\right|^2, \tag{6}$$

где $\tilde{n} = n + i\varkappa$ — комплексный показатель преломления пластинок.

Если задать конкретный вид функции распределения $N(a)$, то из соотношения (1) можно получить аналитическую формулу для коэффициента аномального обратного рассеяния. В статье [5] в предположении, что функция $N(a)$ является гамма-распределением, нами получена формула:

$$\beta_a = \beta_\pi(0) = \left|\frac{\tilde{n}-1}{\tilde{n}+1}\right|^2 N\frac{k^2}{\pi}(\pi\bar{a}^2)^2 \prod_{j=1}^{3}\left(1 + \frac{j}{\mu+1}\right), \tag{7}$$

где $\tilde{a} = a_m\left(1 + \frac{1}{\mu}\right)$ — средний радиус пластинок; N, μ, a_m — параметры гамма-распределения. В статье [5] показано, что формула (7) адекватно описывает аномально высокий по амплитуде лидарный сигнал, зеркально отраженный от системы ориентированных пластинок.

Предположим теперь, что все ледяные пластинки совершают малые колебания относительно некоторого фиксированного положения с максимальным отклонением в $\vartheta°$. Для данного ансамбля пластинчатых кристаллов определим коэффициент обратного рассеяния. Введем для него обозначение $\beta_F(\beta, \vartheta)$. Искомая функция $\beta_F(\beta, \vartheta)$ должна выражаться через определенный выше коэффициент обратного рассеяния $\beta_\pi(\beta)$. Кроме того, из нее должны вытекать следующие частные случаи:

$$\beta_F(\beta, 0) = \beta_\pi(\beta), \quad \beta_F(0, 0) = \beta_a. \tag{8}$$

Для определенности будем считать, что ледяные пластинки совершают колебания относительно горизонтального положения, а угол β отсчитывается от вертикали. Найдем вначале $\beta_F(0, \vartheta)$, т. е. коэффициент обратного рассеяния при вертикальном расположении лидара для системы ледяных пластинок, имеющих флаттер. Для этого функцию $\beta_\pi(x)$ необходимо усреднить на отрезке $[-\vartheta, \vartheta]$. В результате получим

$$\beta_F(0, \vartheta) = \frac{1}{2\vartheta}\int_{-\vartheta}^{\vartheta} \beta_\pi(x)\,dx. \tag{9}$$

Отклонение оси лидара от вертикали на угол β приводит к смещению отрезка интегрирования по числовой оси на этот же угол. В результате коэффициент $\beta_F(\beta, \vartheta)$ определяется путем усреднения функции $\beta_\pi(x)$ на отрезке $[-\vartheta+\beta, \vartheta+\beta]$, т. е.

$$\beta_F(\beta, \vartheta) = \frac{1}{2\vartheta}\int_{-\vartheta+\beta}^{\vartheta+\beta} \beta_\pi(x)\,dx. \tag{10}$$

Заметим, что частные случаи (8) для функции $\beta_F(\beta, \vartheta)$ можно вывести из соотношений (9) и (10), делая в последних предельный переход $\vartheta \to 0$. При этом образующиеся в результате предельного перехода неопределенности типа $0/0$ следует раскрыть по правилу Лопиталя, а затем воспользоваться правилом дифференцирования интегралов с переменными пределами.

Составим из коэффициентов β_π, β_a и β_F такие комбинации, в которых бы отсутствовала зависимость от показателя преломления. Заметим, что от показателя преломления зависят только коэффициенты A, $A_к$, и $A_л$. В то же время отношения вида $A(\beta)/A(0)$, $A_к(\beta)/A_к(0)$, $A_л(\beta)/A_л(0)$ в области малых углов β мало чем отличаются от 1 при любых показателях преломления льда. Численные расчеты показали, что наибольшим постоянством при изменении β обладает отношение $A_к(\beta)/A_к(0)$, т.е. отношение для коэффициентов, соответствующих круговой поляризации падающей волны. В этом случае для реальной и мнимой частей показателя преломления n и $\varkappa$ из интервалов [1,2; 1,5] и [0; 0,1] соотношение

$$A_к(\beta)/A_к(0) = 1{,}000$$

выполняется с точностью до третьего знака после запятой при изменении угла β от 0 до 10°. Что касается линейной поляризации, то при тех же показателях преломления отношение $A_л(\beta)/A_л(0)$ при изменении угла β от 0 до 3° отличается от 1 не более, чем на 0,5%.

В [5] нами показано, что при зондировании системы горизонтально ориентированных пластинок отклонение оси лидара от вертикали всего на 1° приводит к изменению амплитуды отраженного сигнала на несколько порядков. Иными словами, при исследовании коэффициента обратного рассеяния $\beta_\pi(\beta)$ основной интерес представляет его поведение в области малых углов β. Однако при малых углах β отношение $A(\beta)/A(0)$ не зависит от показателя преломления. Это означает, что при этих же углах отношение коэффициентов обратного рассеяния $\beta_\pi(\beta)/\beta_\pi(0)$ также не должно зависеть от показателя преломления. Можно сделать аналогичный вывод и при анализе отношения коэффициентов обратного рассеяния $\beta_F(\beta, \vartheta)/\beta_F(0, \vartheta)$ для системы кристаллов, имеющих флаттер. Но в данном случае не для одного угла β, а для суммы углов $\beta+\vartheta$ должно выполняться условие малости. Но это условие не является жестким, т. к. флаттер пластинок ϑ, как правило, не превышает 1° [3]. Следует заметить, что оба отношения $\beta_\pi(\beta)/\beta_\pi(0)$ и $\beta_F(\beta, \vartheta)/\beta_F(0, \vartheta)$ не зависят также от концентрации пластинок в рассеивающем объеме, поскольку N входит линейно в качестве сомножителя как в числители, так и в знаменатели этих отношений.

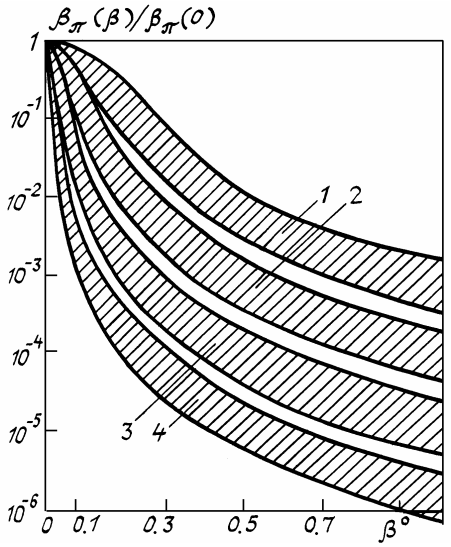

Рис. 1. Отношения коэффициентов обратного рассеяния для системы строго ориентированных пластинок в зависимости от угла смещения β оси лидара относительно вертикали. Области *1—4* соответствуют средним радиусам a = 25, 50, 100, 200 мкм. Верхняя граница каждой области соответствует μ = 10, нижняя — μ = 1; λ = 0,694 мкм.

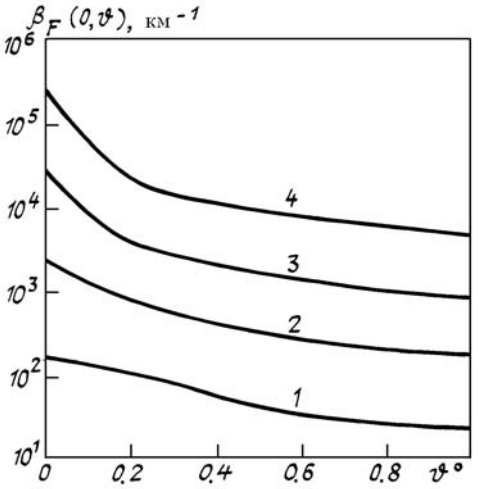

Рис. 2. Коэффициенты обратного рассеяния при вертикальном расположении оси лидара в зависимости от величины флаттера пластинок. *1*—N = 40 л$^{-1}$, $\bar{a}$ = 25 мкм; *2*—N = 35 л$^{-1}$, $\bar{a}$ = 50 мкм; *3*—N = 25 л$^{-1}$, $\bar{a}$ = 100 мкм; *4*—N = 15 л$^{-1}$; $\bar{a}$ = 200 мкм; μ = 5; $\tilde{n}$ = 1,31+$i\cdot10^{-3}$; λ = 0,694 мкм

В численных расчетах для определенности выбрана круговая поляризация падающего поля. В этой связи заметим, что при замене круговой поляризации на любую линейную коэффициенты обратного рассеяния и их отношения изменятся не более чем на 0,2%, если $\beta+\vartheta \le 2$. Что касается неполяризованного падающего излучения, то для него все рассмотренные выше характеристики обратного рассеяния формально получаются точно такими же, как и для круговой поляризации.

На рис. 1 представлены зависимости отношений $\beta_\pi(\beta)/\beta_\pi(0)$ от угла β при различных параметрах $\bar{a}$ и μ ансамбля строго ориентированных ледяных пластинок. Каждая заштрихованная область непрерывно заполнена кривыми для $\beta_\pi(\beta)/\beta_\pi(0)$, построенными при различных параметрах μ из интер-

вала значений [1, 10]. Причем большему μ соответствует кривая с меньшей крутизной. Действительно, с ростом параметра μ значения радиусов пластинок сильнее локализуются вокруг среднего значения $\bar{a}$. Следовательно, с ростом μ убывает количество пластинок, которые имеют радиусы, больше среднего. А пластины с меньшими площадями дают меньшую крутизну характеристики $\beta_\pi(\beta)/\beta_\pi(0)$. В этом нетрудно убедиться, сравнивая между собой любые две кривые, принадлежащие различным заштрихованным областям. Заметим, что в области малых углов β крутизна характеристики $\beta_\pi(\beta)/\beta_\pi(0)$ в большей степени определяется средними радиусами $\bar{a}$ пластинок и в меньшей — параметрами μ. Это дает возможность при малоугловом сканировании лидара около вертикали по характеру изменения сигнала обратного рассеяния судить о среднем радиусе пластинок даже при неизвестном параметре распределения μ. Вполне понятно, что точность определения размера $\bar{a}$ существенно возрастает, если параметр μ будет локализован в интервале, более узком, чем[1, 10].

При вертикальном зондировании системы горизонтально ориентированных пластинок образуется аномально высокий по амплитуде сигнал обратного рассеяния. Аномальность сигнала обусловлена высокой направленностью системы строго ориентированных ледяных пластинок, каждая из которых является по сути дела полупрозрачным зеркалом. При флаттере из всего ансамбля в каждый момент времени только часть пластинок занимает горизонтальное положение. С одной стороны, это приводит к снижению направленности рассеяния системы кристаллов в целом, с другой — к уменьшению амплитуды сигнала обратного рассеяния. В последнем можно убедиться, анализируя представленные на рис. 2 зависимости коэффициента обратного рассеяния $\beta_F(0, \vartheta)$ от величины угла флаттера ϑ.

При вертикальном расположении лидара колебания пластинок относительно горизонтального положения приводят к уменьшению коэффициентов обратного рассеяния на 1—2 порядка. Однако амплитуды обратного сигнала по-прежнему остаются аномально высокими. Направленность рассеяния для системы ледяных пластинок, имеющих флаттер, также остается высокой, хотя и снижается с ростом угла ϑ. Лепесток диаграммы рассеяния занимает угловой интервал, равный 2ϑ. Причем в пределах этого интервала рассеяние практически изотропно, а при переходе границ интервала интенсивность рассеянного поля начинает резко убывать. Данному механизму рассеяния соответствуют кривые *2—6*, представленные на Рис. 3 и 4. Для каждой кривой $\beta_F(\beta, \vartheta)/\beta_F(0, \vartheta)$ длина горизонтального участка, в пределах которого рассеяние изотропно, определяется примерно углом флаттера ϑ. При более точном анализе можно сделать вывод, что угол флаттера соответствует изменению интенсивности сигнала обратного рассеяния в 2 раза при малом отклонении оси лидара от вертикали. Однако данное соответствие нарушается для относительно небольших пластинок и малых флаттеров (рис. 4). Следует заметить, что крутизна падающего участка кривой $\beta_F(\beta, \vartheta)/\beta_F(0, \vartheta)$ практически не зависит от величины флаттера и по-прежнему определяется средним радиусом пластинок.

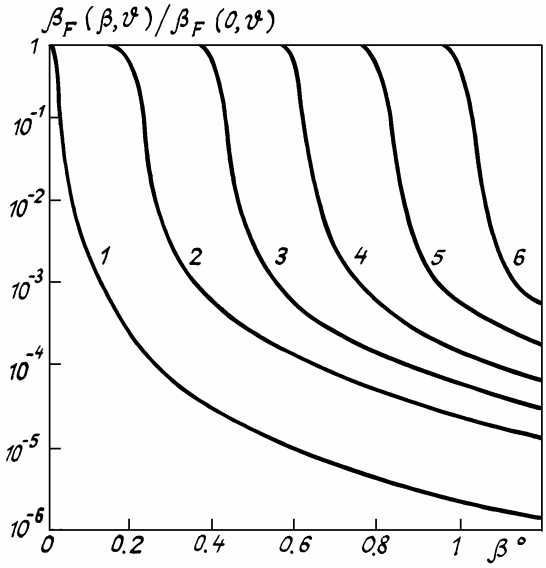

Рис. 3. Отношения коэффициентов обратного рассеяния для системы крупных пластинок ($\bar{a}$ = 200 мкм), имеющих флаттер, в зависимости от угла смещения β оси лидара относительно вертикали: *1* — ϑ = 0; *2* — ϑ = 0,2°; *3* — ϑ = 0,4°; *4* — ϑ = 0,6°; *5* — ϑ = 0,8°; *6* — ϑ = 1°; μ = 5; λ = 0,694 мкм

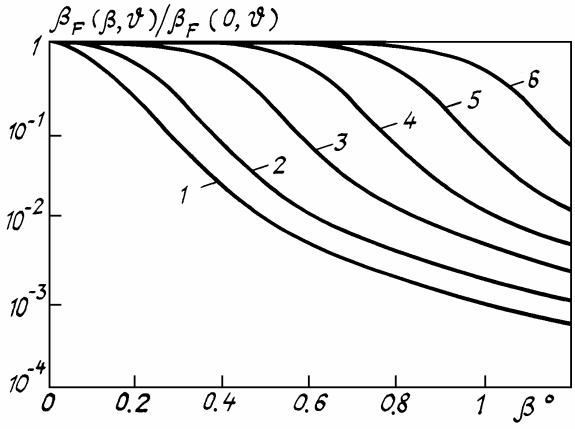

Рис. 4. Отношения коэффициентов обратного рассеяния для системы мелких пластинок ($\bar{a}$ = 25 мкм), имеющих флаттер, в зависимости от угла смещения β оси лидара относительно вертикали: *1* — ϑ = 0°; *2* — ϑ = 0,2°; 3 — ϑ = 0,4°; *4* — ϑ = 0,6°; *5* — ϑ = 0,8°; *6* — ϑ = 1°; μ = 5; λ = 0,694 мкм

Предположим, что параметр распределения μ известен априорно. Тогда из данных относительных измерений коэффициента обратного рассеяния можно оценить флаттер пластинок ϑ и опреде-

лить их средний радиус $\bar{a}$. Пусть известен также показатель преломления $\tilde{n}$ пластинок. Тогда уже по данным абсолютных измерений коэффициента обратного рассеяния $\beta_F(0, \vartheta)$ можно оценить концентрацию пластинок N в рассеивающем объеме.

Коэффициенты обратного рассеяния, определяемые соотношениями (1), (7), (9) и (10), не зависят от толщины пластинок. Данный размер может войти в эти соотношения только после учета в пластинках внутренних отражений рассеянного поля, влияние которых, как правило, является несущественным. Иными словами, если коэффициент обратного рассеяния и будет зависеть от толщины ледяных пластинок, то эта зависимость будет очень слабой. Поэтому при определении толщины пластинок имеет смысл использовать иную информацию. В этой связи заметим, что для пластинчатых кристаллов существует эмпирическая взаимосвязь между их толщинами и диаметрами [9]. Поэтому если удалось определить диаметры пластинок, то им всегда можно поставить в соответствие некоторые толщины.

В заключение отметим, что та или иная концентрация пластинок, их размеры, а также местонахождение пластинок в толще облака определяются некоторыми вполне конкретными физическими условиями атмосферы, которые в то же время предопределяют скорее всего всю структуру облака в целом.

1. Ono A. //J. Atm. Sci. 1969. V. 26. № 1. P. 138–147.
2. Cooper W.A., Vali G. //J. Atm. Sci. 1981. V. 38. № 6. P. 1244–1259.
3. Platt C.M.R. //J. Appl. Meteor. 1978. V. 17. P. 1220–1224.
4. Cho H.R. //J. Atm. Sci. 1981. V. 38. № 5. P. 1111–1114.
5. Попов А.А., Шефер О.В. //Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. № 9. С. 929–935.
6. Platt C.M.R., Dilley A.C. //J. Atm. Sci. 1981. V. 38. P. 1069–1082.
7. Platt C.M.R., Scoott J.C., Dilley A.C. //J. Atm. Sci. 1987. V. 44. № 4. P. 729–747.
8. Попов А.А., Шеффер О.В. //Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. № 1. С. 44–50.
9. Auer A., Veal D. //J. Atm. Sci. 1970. V. 27. № 6. P. 919–926.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,
Томск

Поступила в редакцию
22 ноября 1990 г.

A.A. Popov, O.V. Shefer. **On the Possibility of Estimating Mean Sizes of Oriented Ice Particles in Clouds from Single Frequency Lidar Returns.**

The paper analyzes the information content of the ratio of backscattering coefficients of a system of ice plates having a prevaling orientation obtained at sounding along the vertical and slightly inclined directions. In the case of a system of horizontally oriented ice plates this ratio as a function of the angle of slant sounding path has portions of a rapid decrease with the slope being mainly related to the mean radius of plates. If there is a flutter in orientation of the ice plates around the horizontal direction then the above angular behavior of the scattering coefficients ratio has, in addition to portions of rapid decrease, the portions where it is independent of the inclination angle. It is shown in the paper that the length of horizontal portions of these curves bears the information on the flutter while the slopes of down going portions are informative with respect to the mean radius of plates.