«Оптика атмосферы и океана», **16,** №4 (2003)

УДК 551.509.616:621.375.826

Р.Х. Алмаев, В.А. Бельц, А.Г. Слесарев

Оптическая передаточная функция случайно-неоднородной диссипативной среды с линзовыми свойствами

Институт экспериментальной метеорологии НПО «Тайфун», г. Обнинск Калужской обл.

Поступила в редакцию 16.12.2002 г.

Рассматривается перенос изображения через случайно-неоднородную поглощающую среду с линзовыми свойствами. Исследована оптическая передаточная функция среды с учетом влияния начальной когерентности пучка, флуктуаций комплексной диэлектрической проницаемости и линзовых свойств среды, а также роли приемного устройства. Получено аналитическое выражение для оптической передаточной функции в предположении, что в среде сформирован симметричный рефракционный канал с флуктуациями комплексной диэлектрической проницаемости.

Как известно, атмосфера является одним из основных каналов передачи изображения, информации. Обычно в задачах передачи изображения с помощью лазерных пучков считается, что атмосфера характеризуется в среднем однородным случайным полем действительной части диэлектрической проницаемости (показателя преломления). Однако при определенных условиях (трассы большой протяженности, увеличение интенсивности несущего информацию излучения) возникает необходимость учитывать как среднюю пространственную неоднородность канала передачи изображения (его линзовые свойства), так и флуктуации мнимой составляющей диэлектрической проницаемости среды.

В статье рассматривается перенос изображения через случайно-неоднородную поглощающую среду с линзовыми свойствами. Такая среда может быть реализована при распространении интенсивного лазерного пучка через атмосферу, в частности при прохождении лазерного излучения через водно-капельный аэрозоль, в котором в результате нагрева и разрушения пучком излучения конденсированной фазы появляются флуктуации как мнимой, так и действительной частей диэлектрической проницаемости среды, а также рефракционный канал (см., например, [1, 2]).

Пусть наблюдаемый объект с начальным распределением поля излучения $u_{\text{об}}(\rho)$ находится в плоскости $z = 0$ в рефракционном канале, поле флуктуаций комплексной диэлектрической проницаемости и линзовые свойства которого считаются заданными:

$$\varepsilon(\rho, z) = \varepsilon_R(\rho, z) + i\varepsilon_I(0, z) + (\varepsilon'_R + \varepsilon'_I), \tag{1}$$

где ε_R – регулярная часть ε, описывающая линзовые свойства среды, ε_I – среднее значение мнимой части ε, ε' – случайная составляющая ε; z – координата, отсчитываемая вдоль оси рефракционного канала (в направлении распространения формирующего канал излучения); ρ – радиус-вектор в перпендикулярной оси z плоскости.

Будем считать, что приемное оптическое устройство, которое для удобства представим эквивалентной линзой, расположено в плоскости $z = z_{\text{п}}$. Действие приемного устройства на несущее изображение излучение опишем с помощью функции $W(\rho)\exp(-ik\rho^2/2f)$ с апертурным распределением W и фокусным расстоянием эквивалентной линзы f (k – волновое число).

Полагая, что изображение объекта с распределением комплексной амплитуды $u_{\text{и.а}}(z_{\text{и}}, \rho)$ формируется в плоскости $z = z_{\text{и}}$, в соответствии с формулой Гюйгенса–Кирхгофа, имеем

$$u_{\text{и.а}}(z_{\text{и}}, \rho) = \int d^2\rho_1 u(z_{\text{п}}, \rho_1)\, W(\rho_1)\, e^{ik\rho_1^2/2f}\, G_0(z_{\text{и}}, \rho; z_{\text{п}}, \rho_1), \tag{2}$$

где $G_0(z_{\text{и}}, \rho; z_{\text{п}}, \rho_1)$ – функция Грина свободного пространства; $u(z_{\text{п}}, \rho)$ – комплексная амплитуда излучения объекта после прохождения им расстояния $z_{\text{п}}$ в рефракционном канале.

Используя (2) для усредненной по ансамблю реализаций интенсивности изображения, получим

$$\langle I_{\text{и.а}}(z_{\text{и}}, \rho)\rangle = \iint d^2\rho_1 d^2\rho_2\, W(\rho_1)W(\rho_2) \exp[-ik(\rho_1^2 - \rho_2^2)/2f] \times$$

$$\times\, G_0(z_{\text{и}}, \rho; z_{\text{п}}, \rho_1)\, G_0^*(z_{\text{и}}, \rho; z_{\text{п}}, \rho_2)\, \Gamma_2(z_{\text{п}}, \rho_1, \rho_2), \tag{3}$$

где $\Gamma_2(z_{\text{п}}, \rho_1, \rho_2) = \langle u(z_{\text{п}}, \rho_1)u^*(z_{\text{п}}, \rho_2)\rangle$ – функция когерентности волны в канале.

Поскольку принято считать, что в представляющих интерес случаях большой удаленности протяженного объекта от приемника ($z_{\text{п}} \gg z_{\text{и}} - z_{\text{п}}, f$) изображение лучше всего формировать в фокусе приемной системы, то справедливо соотношение $z_{\text{и}} - z_{\text{п}} \approx f$. Учитывая это и используя явный вид функции Грина

$$G_0(z, \rho; z_1, \rho_1) = \frac{k}{2\pi i(z - z_1)} \exp[ik(\rho - \rho_1)^2/2(z - z_1)], \tag{4}$$

а также переходя к новым переменным $R = (\rho_1 + \rho_2)/2$, $r = \rho_1 - \rho_2$, выражение (3) можно представить в более компактном виде

$$\langle I_{и.а}(z_и, \rho)\rangle = (k^2/4\pi^2 f^2) \int d^2 R d^2 r \times$$

$$\times \exp(-ik\rho\mathbf{r}/2f)\, W(\mathbf{R} + \mathbf{r}/2)\, W(\mathbf{R} - \mathbf{r}/2)\, \Gamma_2(z_п, \mathbf{R}, \mathbf{r}). \quad (5)$$

В соответствии с [5] оптическая передаточная функция (ОПФ) системы «случайная среда–приемное устройство» связана со средней интенсивностью соотношением

$$\langle I_{и.а}(\rho)\rangle = (k^2/4\pi^2 f^2) \int d^2 r \langle T_{п.ф}(\mathbf{r})\rangle \exp(-ik\rho\mathbf{r}/2f), \quad (6)$$

сравнивая которое с (5) для ОПФ, получим

$$\langle T_{п.ф}(\mathbf{r})\rangle = \int d^2 R W(\mathbf{R} + \mathbf{r}/2)\, W(\mathbf{R} - \mathbf{r}/2)\, \Gamma_2(z_п, \mathbf{R}, \mathbf{r}). \quad (7)$$

Из (7) следует, что оптическая передаточная функция определяется апертурой приемной системы и функцией когерентности излучения в рефракционном канале.

Дальнейшие расчеты проведем для среды, моделируемой симметричным рефракционным каналом с флуктуациями комплексной диэлектрической проницаемости. В этом случае функция когерентности Γ_2 имеет следующий вид [3]:

$$\Gamma_2(z; \mathbf{R}, \mathbf{r}) = \int d^2 \kappa e^{i\kappa\mathbf{R}} F(z, \kappa, \mathbf{r}), \quad (8)$$

где

$$F(z, \kappa, \mathbf{r}) = F_0[0, \kappa_0(\kappa, \mathbf{r}, z), \mathbf{r}_0(\kappa, \mathbf{r}, z)] \times$$

$$\times \exp\left\{k^2\int_0^z d\xi A_{II}(\xi, 0) - k\int_0^z d\xi \varepsilon_I(0, \xi) - \right.$$

$$\left. - \frac{k^2}{4}\int_0^z d\xi \sum_{q=R,I} D_{qq}[\mathbf{r}h_1(\xi, z) + \kappa h_2(\xi, z)/k]\right\}, \quad (9)$$

$$F_0(0, \kappa, \mathbf{r}) = (2\pi)^{-2} \int d^2 R e^{i\kappa\mathbf{R}} \langle u_{об}(\mathbf{R} + \mathbf{r}/2)\, u^*_{об}(\mathbf{R} - \mathbf{r}/2)\rangle;$$

$$\mathbf{r}_0(\kappa, \mathbf{r}, z) = \mathbf{r}\, h_2'(z, 0) - \kappa h_2(z, 0)/k;$$

$$\kappa_0(\kappa, \mathbf{r}, z) = \kappa h_1(z, 0) - k\mathbf{r}\, h_1'(z, 0),$$

$$h_j'(z, \xi) = dh_j(z, \xi)/dz, \quad j = 1, 2;$$

$$D_{qq}(z, \rho) = A_{qq}(z, 0) - A_{qq}(z, \rho)$$

– структурные функции δ-коррелированных флуктуаций действительной ($q = R$) и мнимой ($q = I$) составляющих ε;

$$A_{qq}(z, \rho) = 2\pi \int d^2 \kappa \Phi_{qq}(z, \kappa) \cos(\kappa\rho);$$

$\Phi_{qq}(z, \kappa)$ – спектр флуктуаций действительной ($q = R$) и мнимой ($q = I$) частей ε.

Функции h_j являются решениями характеристического уравнения

$$d^2h_j(z, \xi)/dz^2 \pm \beta^2(z)h_j(z, \xi) = 0$$

(знак минус для дефокусирующего и плюс для фокусирующего каналов) с граничными условиями

$$h_1(z, \xi) = h_2'(z, \xi)\big|_{z=\xi} = 1,\ h_2(z, \xi) = h_1'(z, \xi)\big|_{z=\xi} = 0$$

(β – рефракционный параметр).

Полученную для ОПФ формулу (7) с учетом выражений (8), (9) можно анализировать численно либо аналитически для различных видов апертурной функции W, распределений амплитуды излучения объекта, характеристик рефракционного канала.

Рассмотрим далее ситуацию, когда излучение объекта имеет гауссово распределение амплитуды:

$$u_{об}(\rho) = A_0 \exp(-\rho^2/2a_0^2).$$

В этом случае функция $F_0(0, \kappa, \mathbf{r})$ принимает следующий вид:

$$F_0(0, \kappa, \mathbf{r}) = (A_0^2 a_0^2/4\pi) \exp\{-r^2/4a_0^2 - a_0^2\kappa^2/4\}, \quad (10)$$

где a_0 – эффективный размер объекта.

Подставляя (8), (9) [с учетом (10)] в соотношение (7) и задавая апертурную функцию W в форме $W(\rho) = \exp(-\rho^2/2a_п^2)$ (где $a_п$ – радиус апертуры приемника), для ОПФ системы «рефракционный канал — приемное устройство» получаем

$$\langle T_{п.ф}(\mathbf{r})\rangle = \frac{A_0^2 a_0^2 a_п^2}{4} \exp\left\{k^2\int_0^{z_п} d\xi A_{II}(\xi, 0) - k\int_0^{z_п} d\xi\, \varepsilon_I(0, \xi)\right\}\times$$

$$\times \exp[-r^2 p(z_п)/4a_п^2] \int d^2\kappa \exp\left\{-\kappa^2 r_э^2/4 + \kappa r g(z_п) - \right.$$

$$\left. - \frac{k^2}{4}\int_0^{z_п} d\xi \sum_{q=R,I} D_{qq}[\mathbf{r}h_1(\xi, z_п) + \kappa h_2(\xi, z_п)]/k\right\}. \quad (11)$$

Здесь

$$p(z) = 1 + a_п^2 f(z)/a_0^2;\ f(z) = h_2'^2(z, 0) + k^2 a_0^4 h_1'^2(z, 0);$$

$$g(z) = ka_0^2 h_1(z, 0)\, h_1'(z, 0) + h_2(z, 0)\, h_2'(z, 0)/ka_0^2;$$

$$r_э^2(z) = a_п^2 + r_р^2(z);\ r_р^2(z) = a_0^2\ [h_1(z, 0) + h_2(z, 0)/ka_0^2]$$

– рефракционное изменение размера пучка излучения, идущего от объекта, при прохождении им трассы протяженностью z в рефракционном канале.

Для дальнейшего анализа выражения (11) необходима конкретизация структурной функции D_{qq} флуктуаций диэлектрической проницаемости в канале. С этой целью воспользуемся квадратичной аппроксимацией D_{qq}, обычно применяемой в задачах распространения волн в турбулентной атмосфере с колмогоровским спектром флуктуаций ε (см., например, [4]). Опуская промежуточные преобразования, для ОПФ системы «рефракционный канал–приемное устройство» получаем

$$\langle T_{п.ф}(r)\rangle = [\pi A_0^2 a_0^2 a_п^2/(a_п^2 + r_р^2 + r_ф^2)] \times$$

$$\times \exp\left\{-k\int_0^{z_п} d\xi\, \varepsilon_I(0, \xi) + k^2\int_0^{z_п} d\xi\, A_{II}(0, \xi)\right\}\times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{r^2}{4a_п^2}\left[1+a_п^2 f(z_п)/a_0^2+4a_п^2/r_к^2-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{a_п^2\left[g(z_п)-4c(z_п)/kr_к^2\right]}{a_п^2+r_р^2+r_ф^2}\right]\right\}, \tag{12}$$

где $r_ф^2 = 4b(z_п)/kr_к^2$ – флуктуационное изменение размера пучка излучения, идущего от объекта, при прохождении им трассы протяженностью $z_п$;

$$r_к^2 = \left[-0{,}41k^2(C_{RR}^2+C_{II}^2)l_0^{-1/3}\int_0^{z_п} d\xi h_1^2(\xi, z_п)\right]^{-1};$$

$$b(z_п) = \int_0^{z_п} d\xi h_2^2(\xi, z_п) \Big/ \int_0^{z_п} d\xi h_1^2(\xi, z_п);$$

$$c(z_п) = \int_0^{z_п} d\xi h_1(\xi, z_п) h_2(\xi, z_п) \Big/ \int_0^{z_п} d\xi h_1^2(\xi, z_п);$$

C_{qq}^2 – структурные характеристики флуктуаций ε (действительной ($q = R$) и мнимой ($q = I$) частей); l_0 – внутренний масштаб турбулентности.

Из полученного выражения (12) видно, что величина оптической передаточной функции в рассматриваемом случае определяется сложной комбинацией эффектов рефракционного, флуктуационного уширения, потери когерентности в канале, а также зависит от размеров объекта и апертуры приемника.

Рассмотрим более подробную ситуацию, когда дифракция излучения на трассе от объекта до приемника незначительна (приближение плоской неограниченной волны) и объект излучает частично когерентный свет с начальным радиусом когерентности $\rho_{к_0}$. В этом случае функция $F_0(0, \mathbf{\kappa}, \mathbf{r})$ имеет вид

$$F_0(0, \mathbf{\kappa}, \mathbf{r}) = A_0^2\,\delta(\kappa)\exp(-r^2/4\rho_{к_0}^2) \tag{13}$$

и выражение для ОПФ преобразуется следующим образом:

$$\langle T_{п.ф}(r)\rangle = [\pi A_0^2 a_п^2 / h_1^2(z_п, 0)] \times$$

$$\times \exp\left\{-k\int_0^{z_п} d\xi\, \varepsilon_I(0,\xi) + k^2\int_0^{z_п} d\xi\, A_{II}(0,\xi)\right\}\times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{r^2}{4a_п^2}\left[1+k^2a_п^4 h_1'^2(z_п,0)\big/h_1^2(z_п,0)\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{r^2}{4\rho_{к_0}^2\, h_1^2(z_п,0)}-\frac{r^2}{4r_{к_1}^2(z_п)}\right\}, \tag{14}$$

где $r_{к_1}$ – изменение радиуса когерентности, обусловленное взаимодействием излучения со случайными неоднородностями комплексной диэлектрической проницаемости рефракционного канала:

$$r_{к_1}^2 = \left[0{,}41k^2(C_{RR}^2+C_{II}^2)l_0^{-1/3}\int_0^{z_п} d\xi h_1^2(\xi, z_п)/h_1^2(z_п, 0)\right]^{-1}$$

при $\kappa_0 r(\xi) < 1$,

$$r_{к_1}^2 = \left[0{,}37k^2(C_{RR}^2+C_{II}^2)\int_0^{z_п} d\xi h_1^{5/3}(\xi, 0)/h_1^{5/3}(z_п, 0)\right]^{-6/5}$$

при $\kappa_0 r(\xi) > 1$, $r(\xi) = rh_1(\xi, 0)/h_1(z_п, 0)$; $\kappa_0 = 5{,}92/l_0$.

Сравним теперь выражение (14) с оптической передаточной функцией $\langle T_{п.ф}(r)\rangle_0$ для непоглощающей ($\varepsilon_I = 0$, $C_{II}^2 = 0$) турбулентной среды без линзовых свойств ($\beta \to 0$):

$$\langle T_{п.ф}(r)\rangle_0 = \pi A_0^2 a_п^2 \exp\left\{-r^2/4a_п^2 - r^2/4\rho_{к_0}^2 - r^2/4r_{к_0}^2(z_п)\right\}, \tag{15}$$

где

$$r_{к_0}^2 = [0{,}41k^2 C_{RR}^2\, l_0^{-1/3} z_п]^{-1} \text{ при } \kappa_0 r < 1,$$

$$r_{к_0}^2 = [0{,}37k^2 C_{RR}^2\, z_п]^{-6/5} \text{ при } \kappa_0 r > 1.$$

Как видно из (14), (15), наличие регулярной рефракции в канале приводит, с одной стороны, к изменениям начального радиуса когерентности [множитель $h_1^2(z_п)$ при $\rho_{к_0}^2$ в (14)], степени потери когерентности за счет взаимодействия волны со случайными неоднородностями ε (функции $h_1(\xi, 0)$, $h_1(z_п, 0)$, входящие в $r_{к_1}^2$), а с другой стороны, к некоторой модификации действия апертуры приемника на излучение в результате его дефокусировки (фокусировки) в рефракционном канале [слагаемое $k^2 a_п^4 h_1'^2(z_п)/h_1^2(z_п)$ в квадратной скобке при $r^2/4a_п^2$ в (14)]. Вклад флуктуаций мнимой части ε в ОПФ выражается в некотором эффективном уменьшении среднего ослабления и в дополнительном изменении когерентности волны (слагаемое C_{II}^2 в выражении для $r_{к_1}^2$).

Рассчитаем степень пространственного разрешения системы «рефракционный канал – приемное устройство». Величину минимального разрешаемого размера δl можно определить через функцию F_R, характеризующую качество совокупной оптической системы, следующим образом [5]:

$$\delta l = \frac{1}{2F_R^{1/2}}, \quad F_R = \int d^2\kappa \langle T_{п.ф}(\mathbf{\kappa})\rangle_н, \tag{16}$$

где

$$\langle T_{п.ф}(\mathbf{\kappa})\rangle_н = \langle T_{п.ф}(\mathbf{r})\rangle / \langle T_{п.ф}(0)\rangle\big|_{\mathbf{r} = \mathbf{\kappa}f/k}$$

– нормированная оптическая передаточная функция.

Исходя из (16) с учетом выражения (14) для величины δl системы «рефракционный канал – приемное устройство», получаем

$$\delta l = f/(4\sqrt{\pi}\, ka_x), \tag{17}$$

где

$$a_x^2 = a_{п_1}^2 [1 + a_{п_1}^2/\rho_{к_1}^2 + a_{п_1}^2/r_{к_1}^2]^{-1},$$

$$a_{п_1}^2 = a_п^2 [1 + k^2 a_п^4 h_1'^2(z_п)/h_1^2(z_п)]^{-1};\ \rho_{к_1}^2 = \rho_{к_0}^2 h_1^2(z_п).$$

Проанализируем (17) при различных соотношениях параметров задачи. В случае распространения полностью когерентного излучения объекта в среде без случайных неоднородностей величина δl определяется значением параметра $a_{п_1}$, который в продольно-однородном рефракционном канале принимает вид $a^2_{п_1} = a^2_п [1 + k^2 a^4_п / R^2_н]^{-1}$, где $R_н$ – эффективное фокусное расстояние рефракционного канала. Очевидно, что в такой среде (в отличие от среды без канала, где величина δl постоянно уменьшается при увеличении размера апертуры приемника), минимальное разрешимое расстояние не падает монотонно с ростом $a_п$, а при $a_{п_1} = (R_н/k)^{1/2}$ достигает наименьшего значения и затем увеличивается.

Если же излучение объекта частично когерентно и изображение переносится в случайной среде без тепловой линзы, то из-за отсутствия ограничений на размер апертуры в этом случае минимальное значение δl определяется соотношением величин $\rho_{к_0}$ и $r_{к_0}(z_п)$:

$$\delta l_{min} = f/4\sqrt{\pi}\, k\rho_{к_0} \text{ при } r_{к_0}(z_п) > \rho_{к_0},$$

$$\delta l_{min} = f/4\sqrt{\pi}\, k r_{к_0} \text{ при } r_{к_0}(z_п) < \rho_{к_0}.$$

При этом ясно, что с увеличением протяженности трассы в среде, через которую передается изображение, доминирующими становятся потери когерентности, поскольку $r_{к_0}(z_п)$ стремится к нулю с увеличением $z_п$. Таким образом, в турбулентной среде большой протяженности потеря когерентности приводит к значительному ухудшению разрешающей способности системы «среда – приемник».

Несколько иначе дело обстоит в случайных средах с тепловой линзой. В таких средах минимальное значение δl определяется соотношением трех параметров: $a_{п_1}$, $\rho_{к_1}$, $r_{к_1}$. При этом в дефокусирующем канале (где $h_1(z_п) = \mathrm{ch}(\beta z_п)$ роль начальной неполной когерентности излучения становится незначительной, так как величина $\rho_{к_1} = \rho_{к_0}\mathrm{ch}(\beta z_п)$ увеличивается с ростом $z_п$. Кроме того, в отличие от регулярно-однородной среды в дефокусирующем канале просветления радиус когерентности волны $r_{к_1}$ не стремится к нулю с увеличением $z_п$, а насыщается к некоторому предельному значению $r_{к.п} = [0{,}22k^2 (C^2_{RR} + C^2_{II})\beta^{-1}]^{-3/5}$. Соответствующая ему величина $\delta l_п = f/(4\sqrt{\pi}\, k r_{к.п})$ может быть значительно меньше, чем в среде без тепловой линзы.

В заключение отметим, что наличие мнимой части флуктуаций ε несколько уменьшает разрешающую способность системы по сравнению с прозрачной дефокусирующей случайной средой, так как приводит к уменьшению $r_{к.п}$ за счет слагаемого C^2_{II}.

1. *Зуев В.Е., Землянов А.А., Копытин Ю.Д.* Современные проблемы атмосферной оптики. Т. 6. Нелинейная оптика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 256 с.
2. *Волковицкий О.А., Седунов Ю.С., Семенов Л.П.* Распространение интенсивного лазерного излучения в облаках. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 312 с.
3. *Алмаев Р.Х., Семенов Л.П.* Изменение когерентности волны при воздействии на аэродисперсную среду излучением с флуктуирующей фазой // Тр. ИЭМ. 1996. Вып. 26(161). С. 3–12.
4. *Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С.* Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 278 с.
5. *Лукин В.П.* Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 248 с.

Almaev R.Kh., Belts V.A., Slesarev A.G. **Optical transfer function of a randomly Inhomogeneous dissipative medium with lens properties**.

The paper considers image transfer through a randomly inhomogeneous absorbing medium with lens properties. The optical transfer function of the medium is studied with regard for the effect of the initial beam coherence, the complex permittivity fluctuations and lens properties of the medium, as well as the role of a receiver. An analytical expression is obtained for the optical transfer function under the assumption that a symmetrical refraction channel with fluctuating complex permittivity was formed.