

В.Г. Астафуров, Н.В. Тюхтева

## ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТИ ВЕТРА КОГЕРЕНТНО-ДОПЛЕРОВСКИМ ЛИДАРОМ

Точность измерений скорости ветра гетеродинным лидаром принципиально ограничивается влиянием флуктуаций сигналов и шумов в приемном тракте. В работе построена статистическая модель сигналов и шумов после фотосмесителя. Показано, что составляющую фототока, обусловленную аэрозольным рассеянием лазерного излучения, можно считать гауссовским узкополосным случайным процессом, а шум — белым. Найдена корреляционная функция этой составляющей. При рассмотрении учитывается дробовый шум и помеха за счет «гетеродина» фонового излучения. Получено выражение для предельной относительной ошибки измерения скорости ветра. Приведены модельные расчеты отношения сигнал-шум и ошибки в зависимости от высоты для наземного лидара и лидара, расположенного на борту космического аппарата с высотой орбиты 300 км.

**Введение.** В настоящее время реализованы два лидарных метода пространственно-разрешенных измерений характеристик случайного векторного поля скорости ветра  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  — корреляционный и доплеровский. Последний основан на применении  $\text{CO}_2$ -лазера, гетеродина и последетекторного спектрального анализа для определения величины доплеровского сдвига  $\omega_d$  частоты излучения. Несмотря на трудности реализации доплеровского метода, связанные с высокой монохроматичностью и частотной стабильностью лазера, а также технически сложного фотосмещения в условиях зондирования, он имеет существенные преимущества перед корреляционной методикой. Ее возможности в значительной степени [1] ограничены флуктуациями прозрачности до рассеивающих объемов, малым контрастом аэрозольных неоднородностей и их изменчивостью, что существенно усложняет интерпретацию результатов измерений.

В статье анализируется предельная или потенциальная точность измерения средней по рассеивающему объему от случайного поля скорости ветра  $\langle \mathbf{v}(\mathbf{r}) \rangle_{vol}$  гетеродинным лидаром на основе  $\text{CO}_2$ -лазера. Для рассматриваемой ниже моностатической, импульсной схемы зондирования величина доплеровского сдвига определяется выражением

$$\omega_d = 4\pi | \langle \mathbf{v}(\mathbf{r}) \rangle_{vol} | \cos \varphi / \lambda,$$

где  $\lambda$  — длина волны;  $\varphi$  — угол между волновым вектором рассеянной волны  $\mathbf{k}$  и  $\langle \mathbf{v}(\mathbf{r}) \rangle_{vol}$ . Полученные ниже результаты определяют величину ошибки независимо от структуры последетекторной обработки и позволяют оценить эффективность ее различных модификаций.

**Модель сигнала и шумов.** Под сигналом будем понимать составляющую фототока

$$j(t) = 2b \int_{S'} A_1(\mathbf{r}, t) A_2^*(\mathbf{r}, t) d^2\mathbf{r} e^{i(\omega_1 - \omega_2)t}, \quad (1)$$

обусловленную аэрозольным рассеянием лазерного излучения с частотой  $\omega_0$ . Здесь  $b = \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 \eta q / h\nu$ ,  $\mathbf{e}_i$  — единичный вектор поляризации,  $A_i(\mathbf{r}, t)$  — комплексная амплитуда поля в точке  $\mathbf{r}$  в момент времени  $t$ ;  $\omega_i$  — частота ( $i = 1$  — рассеянное поле,  $i = 2$  — поле гетеродина),  $\omega_1 = \omega_0 + \omega_d$ ,  $S'$  — апертура приемной антенны площади  $S$ ,  $\eta$  — квантовая эффективность фотодетектора,  $q$  — заряд электрона;  $h\nu$  — средняя энергия фотонов взаимодействующих полей. Комплексная амплитуда поля гетеродина

$$A_2(\mathbf{r}, t) = A_2 e^{i\varphi_1(t)}, \quad (2)$$

$A_2 = \text{const}$ ,  $\varphi_1(t)$  — случайно изменяющаяся во времени фаза. Принятая модель соответствует одномодовому лазеру при значительном превышении порога генерации [2].

Предположим, что рассеянное поле  $A_1(\mathbf{r}, t)$  является гауссовским, узкополосным и ширина спектра  $\Delta\omega'$  процесса  $j(t)$  удовлетворяет условию  $\Delta\omega' \ll \omega_0 - \omega_2$ . Последнее обеспечивается повышенными требованиями к монохроматичности лазера и соответствующим выбором промежуточной частоты  $\omega_0 - \omega_2$ . С учетом сделанных допущений процесс  $j(t)$  является гауссовским, узкополосным независимо от статистических характеристик  $\varphi_1(t)$  [3].

В системах лазерного зондирования атмосферы благодаря их высокой монохроматичности и малой расходимости пучка передатчика выполняется рассмотренное в [4] условие факторизации пространственно-временной корреляционной функции рассеянного поля. Используя условие факторизации и выражения (1), (2), корреляционную функцию фототока можно записать в виде

$$B(\tau = t_1 - t_2, t_1) = 4b^2 e^{-i(\omega_1 - \omega_2)\tau} P_1(t_1) P_2 \rho_{1t}(\tau, t_1) \cdot \rho_2(\tau) / \Theta(ct/2). \quad (3)$$

Здесь

$$P_1(t = 2R/c) = SEc \bar{\rho}_\pi(R) T^2(R) / 2R^2,$$

$P_2$  – средние мощности рассеянного поля и поля гетеродина, попадающие на фотодетектор;

$E = \int_0^\infty P(t) dt$  – энергия зондирующего импульса;  $P(t)$  – его мощность;  $R$  – наклонная дальность

до рассеивающего объема;  $c$  – скорость света;  $T(R)$  – функция пропускания;  $\bar{\rho}_\pi(R)$  – средняя величина аэрозольного коэффициента обратного рассеяния;  $\rho_{1t}(\tau, t_1)$  и  $\rho_2(\tau)$  – коэффициенты временной корреляции рассеянного поля и поля гетеродина. Параметр  $\Theta(ct/2)$  определяется выражением

$$\Theta(ct/2) = S^2 / \int_{S'} \int_{S''} d\mathbf{r}_1 \int_{S''} d\mathbf{r}_2 \rho_{1r}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, t)$$

и характеризует уменьшение мощности сигнала за счет влияния турбулентности среды распространения ( $\rho_{1r}(\Delta\mathbf{r}, t)$  – коэффициент пространственной корреляции рассеянного поля). В [5] показано, что

$$\Theta(R) = \left( \frac{\pi d^2}{2\lambda R} \right)^2 \left( 1 - \frac{R}{F} \right)^2 + 1 + \left( \frac{d}{\rho_0} \right)^2, \quad (4)$$

$$\rho_0 = \left( 1,45 \kappa^2 \int_0^R C_n^2(x) \left( 1 - \frac{x}{R} \right)^{5/3} dx \right)^{-3/5}$$

– радиус когерентности рассеянного поля;  $d$  – диаметр приемной апертуры;  $F$  – фокусное расстояние;  $\kappa = 2\pi/\lambda C_n^2(x)$  – структурная характеристика флуктуаций показателя преломления.

В (3)  $\rho_{1t}$  можно записать в виде

$$\rho_{1t}(\tau, t) = \rho_i(\tau) \rho_s(\tau, t), \quad (5)$$

где  $\rho_i(\tau)$ ,  $\rho_s(\tau, t)$  – коэффициенты корреляции лазерного излучения за счет его амплитудно-фазовых флуктуаций и рассеянного поля при зондировании импульсом с монохроматическим заполнением и эффективной длительностью  $\tau_n$ . В [6] найдено  $\rho_s$  для гауссовского, однородного и изотропного поля скорости ветра в пределах рассеивающего объема. Можно показать, что с учетом флуктуаций  $\beta_\pi$ , относительная величина которых  $K_\beta \ll 1$  [1],

$$\rho_s(\tau, t) = \gamma_\rho(\tau, t) \exp(-2\kappa^2 \sigma_v^2 \tau^2) \{1 - K_\beta^2 [1 - \rho_\beta(c\tau/2, ct/2)]/4\}, \quad (6)$$

где  $\rho_\beta(\Delta R, R)$  – коэффициент пространственной корреляции  $\beta_\pi$ ;  $\sigma_v^2$  – дисперсия  $|\mathbf{v}(\mathbf{r})\cos\varphi$  в рассеивающем объеме;

$$\gamma_\rho(\tau, t) = \int_0^\infty V P(t - 2R'/c) P(t + \tau - 2R'/c) dR'/E. \quad (7)$$

Таким образом «сигнальная» составляющая фототока представляет собой гауссовский узкополосный случайный процесс, коэффициент корреляции которого с учетом (3) и (5) определяется выражением

$$\rho(\tau, t) = \rho_s(\tau, t) \rho_i(\tau) \rho_2(\tau). \quad (8)$$

Помехи обусловлены дробовым шумом и гетеродинированием фонового излучения с угло-частотной спектральной плотностью  $N(\omega)$ . Из-за широкополосности спектр каждой составляющей можно считать «белым» со спектральной плотностью

$$N_1(t) = 2q \{ [P_1(t) + P_2 + P_\Phi] \tau q / h\nu + j_0 \}$$

для дробового шума и

$$N_2 = 4b^2 P_2 N(\omega_1) \lambda^2$$

для фонового излучения. Здесь  $j_0$  — темновой ток фотодетектора;  $P_\Phi = N(\omega_1) \Omega S \Delta\omega'$  — мощность фона, попадающая на фотодетектор;  $\Omega$  — угол поля зрения приемника;  $\Delta\omega'$  — полоса оптического фильтра;  $N(t) = N_1(t) + N_2$ .

В состав гетеродинного приемника обязательно входит фильтр промежуточной частоты. В полосу его пропускания не попадает постоянная составляющая фототока и спектры флуктуаций интенсивности рассеянного поля и поля гетеродина. Поэтому перечисленные компоненты не рассматриваются при построении статистической модели шумов. Составляющая фототока, обусловленная молекулярным рассеянием, не учитывается из-за малой величины коэффициента рассеяния по сравнению с азрозольным для  $\lambda = 10,6$  мкм.

**Потенциальная точность.** В [7] определена величина минимальной дисперсии оценки центральной частоты энергетического спектра гауссовского узкополосного случайного процесса с длительностью реализации  $T$  на фоне белого шума. Указанные результаты, если пренебречь нестационарностью  $j(t)$  на интервале  $T$ , позволяют записать выражение для предельной относительной ошибки  $\delta_v$  оценки  $\langle \mathbf{v}(\mathbf{r}) \rangle_{vol} \cos \varphi$ :

$$\delta_v^2 = 2 \left( Q \int_{-\infty}^{\infty} \tau^2 \tilde{\rho}(\tau) \rho(\tau) d\tau \right)^{-1}, \quad (9)$$

где  $Q = 2P_c T / N$  — отношение сигнал-шум;  $P_c = 2b^2 P_1 P_2 / \Theta$ ,  $T = 2\Delta R / c$ ,  $\Delta R$  — разрешение по наклонной дальности,

$$\tilde{\rho}(\tau) = F^{-1} \left\{ \frac{1}{1 + P_c F[\rho(\tau)] / N} \right\}, \quad (10)$$

$F$  и  $F^{-1}$  — обозначают прямое и обратное преобразование Фурье.

Выражение (9) получено при  $\xi = T / \tau_0 \gg 1$ , где

$$\tau_0 = \int_0^{\infty} \rho(\tau) d\tau$$

— время корреляции. Сделанное допущение о стационарности  $j(t)$  предполагает малость  $\Delta R / R$  и относительного изменения  $\bar{\beta}_x$  на интервале высот  $(R, R + \Delta R)$ .

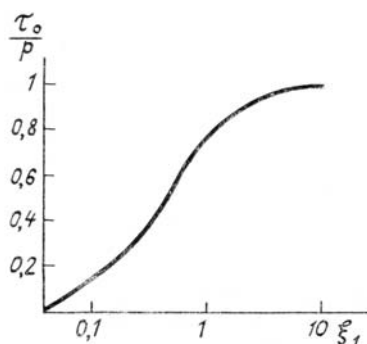


Рис. 1. Зависимость  $\tau_0/\rho$  от  $\xi_1$

Для проведения модельных расчетов необходимо конкретизировать вид  $\rho(\tau)$ . Поскольку (9) справедливо при  $T \gg \tau_0$ , то результаты расчетов не будут существенно зависеть от вида  $\rho(\tau)$  при фиксированном  $\tau_0$ . Исходя из этого и для упрощения последующего анализа, будем использовать экспоненциальную аппроксимацию коэффициента корреляции фототока

$$\rho(\tau) = e^{-|\tau|/\tau_0}. \quad (11)$$

Выполняя в (9) интегрирование с учетом (10) и (11), найдем

$$\delta_v^2 = \sqrt{1+Q'} [1 + \sqrt{1+Q'}]^3 / \xi (Q'\psi)^2, \quad (12)$$

где  $\psi = \omega_d \tau_0$ ,  $Q' = Q/\xi$  — отношение средней мощности сигнала к мощности белого шума в эффективной полосе частот полезного сигнала. Для определения  $\tau_0$  зададим экспоненциальную форму зондирующему импульсу.

$$P(t) = E e^{-t/\tau_n} \text{ и } \rho_i(\tau) = e^{-|\tau| \gamma_i}, \rho_2(\tau) = e^{-|\tau| \gamma_2},$$

где  $\tau_n$  — эффективная ширина импульса;  $\gamma_i$  и  $\gamma_2$  — ширины спектров источника излучения и гетеродина.

Тогда

$$\tau_0 = \sqrt{\pi} p \xi_1 \exp(\xi_1^2) [1 - \Phi(\xi_1)],$$

где  $\xi_1 = (2\sqrt{2} \kappa \sigma_v p)^{-1}$ ,  $p = \gamma_i + \gamma_2 + 1/2\tau_n$ ,  $\Phi(x)$  — интеграл вероятности. Имеют место асимптотики

$$\tau_0 \approx \sqrt{\pi} p \xi_1 (1 - 2\xi_1/\sqrt{\pi} + \xi_1^2), \quad \xi_1 \ll 1;$$

$$\tau_0 \approx p (1 - 1/2 \xi_1^2), \quad \xi_1 \gg 1.$$

Выражение для  $\tau_0$  не учитывает флуктуаций  $\beta_\pi$ , поскольку их вклад в  $\tau_0$  при  $K_\beta \ll 1$  составляет порядка 3–5% и им можно пренебречь.

На рис. 1 показана зависимость  $\tau_0/p$  от  $\xi_1$ . Полученные результаты можно использовать при любых  $\rho_i$ ,  $\rho_2$  и  $P(t)$ , предварительно оценив  $\tau_0$ .

**Модельные расчеты.** Для расчетов применялись профили коэффициентов аэрозольного и молекулярного ослабления из [8] для лета средних широт, профиль горизонтальной составляющей средней скорости ветра [9].

$$v(H) = \begin{cases} 2,5H + 5, & 0 < H \leq 2; \\ 3,63H + 2,74, & 2 < H \leq 7,5; \\ 30, & 7,5 < H \leq 12,5; \\ -2,66H + 63,2, & 12,5 < H, \end{cases}$$

( $H$  в км,  $v$  в м/с). Вертикальная составляющая  $v$  равна нулю, векторы  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{v}$  лежат в одной плоскости. Расчеты относительной ошибки проведены для наземного лидара (вариант 1) и лидара, расположенного на борту космического аппарата с высотой орбиты  $H^* = 300$  км (вариант 2).

В а р и а н т 1. Вертикальный профиль  $C_n^2(H)$  определяется выражением [10]

$$C_n^2(H) = C_{n0}^2 (H/H_0)^{-2/3} \exp(-H/\bar{H}), \quad (13)$$

где  $\bar{H} = 3200$  м,  $H_0 = 2,5$  м,  $10^{-15} \text{ м}^{-2/3} < C_{n0}^2 < 10^{-12} \text{ м}^{-2/3}$ .

Подставляя (13) в (4) и выполняя интегрирование, найдем

$$\rho_0 = \left\{ 2,29 \kappa^2 C_{n0}^2 \frac{H^{1/3} H_0^{2/3}}{\sin \varphi} {}_1F_1\left(\frac{1}{3}; 3; -\frac{H}{\bar{H}}\right) \right\}^{-3/5},$$

где  ${}_1F_1$  — вырожденная гипергеометрическая функция;  $\varphi$  — угол наклона трассы зондирования к поверхности земли,  $H = R/\sin\varphi$ . Параметры лидара:  $P_2 = 10^{-2}$  Вт,  $d = 0,3$  м,  $\eta = 0,6$ . На рис. 2, 3 показаны результаты расчетов отношения сигнал-шум и относительной ошибки в зависимости от высоты для числа зондирующих импульсов  $L = 1$ ,  $\varphi = 60^\circ$ . При  $L > 1$   $\delta_v(L) = \delta_v(L=1)/\sqrt{L}$  для случая независимых измерений. Значения параметров выбраны таким образом, чтобы показать степень зависимости от каждого из них в отдельности. В частности, кривые 2 и 9, 3 и 4 иллюстрируют существенное влияние  $C_n^2$  на точность измерений, а кривая 6 — зависимость от высоты при постоянной скорости. При расчетах задавалось результирующее время корреляции.

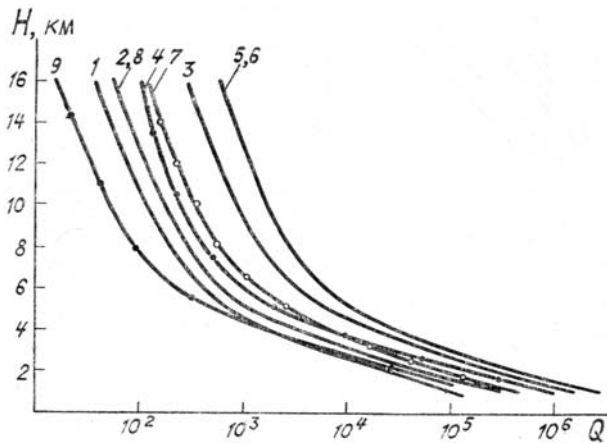


Рис. 2. Профили отношения сигнал-шум  $Q$  для наземного лидара.  $E = 0,065$  Дж (1); 0,1 (2, 8, 9); 0,5 (3, 4, 7); 1 (5, 6); для кривых 4, 9 —  $C_{n0}^2 = 10^{-12} \text{ м}^{-2/3}$ , для остальных  $10^{-14} \text{ м}^{-2/3}$ ; для 8 —  $\xi = 200$ , для остальных 100; для 7 —  $\Delta R = 300$  м, для остальных 750 м

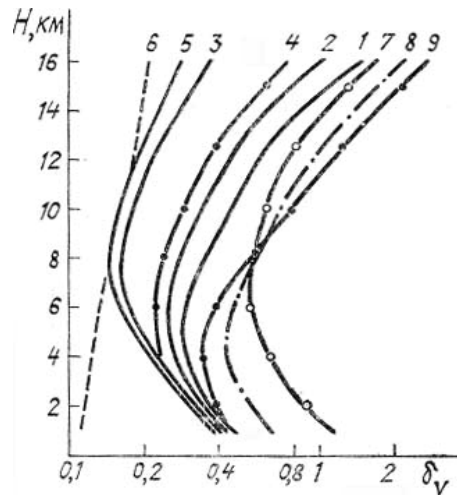


Рис. 3. Зависимость относительной ошибки  $\delta_v$  от высоты  $H$  для наземного лидара. Для кривой 6  $v(H) = 30$  м/с, для остальных кривых см. подпись к рис. 2

Вариант 2. Влиянием турбулентности, которое является наиболее существенным на начальном участке трассы, при расчетах можно пренебречь. Если  $\varphi^*$  надирный угол, то  $\varphi = \pi/2 - \varphi^*$ . Параметры лидара:  $P_2 = 10^{-2}$  Вт,  $d = 1$  м,  $\eta = 0,6$ . Результаты расчетов при  $L = 1$  приведены на рис. 4, 5. Ширина спектра «сигнальной» составляющей фототока  $\gamma \approx \tau_0^{-1} = 2 \cdot 10^7$  Гц, т.е. задавались достаточно жесткие требования к спектральным характеристикам гетеродина и источника зондирующих импульсов. Выделение спектральных характеристик связано с тем, что их качество, с одной стороны, накладывает существенные ограничения на точность измерения скорости ветра. С другой стороны, уменьшение  $\gamma_2$  и  $\gamma_1$  является сложной технической проблемой. Полученные результаты позволяют определять эффективность различных структур последетекторной обработки когерентно-доплеровских лидаров, а также обоснованно задавать требования к параметрам лидара, исходя из величины предельно-допустимых ошибок.

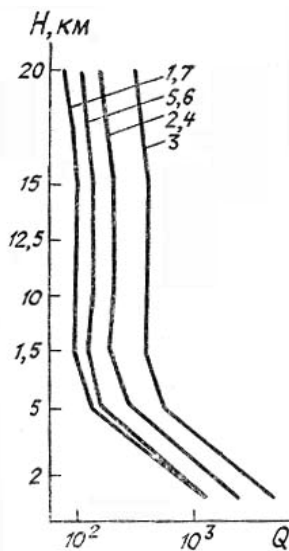


Рис. 4. Профили отношения сигнал-шум  $Q$  для бортового лидара.  $E = 0,5$  Дж (1, 7), 1 (2, 4, 5, 6), 2 (3); для кривых 5, 6 —  $\varphi^* = 45^\circ$ , для остальных кривых  $\varphi^* = 30^\circ$ ; для 4 —  $\xi = 200$ , для остальных кривых  $\xi = 100$ ;  $\Delta R = 1500$  м

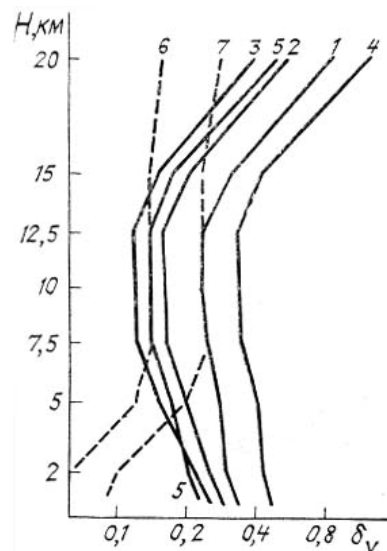


Рис. 5. Зависимость относительной ошибки  $\delta_v$  от высоты  $H$  для бортового лидара. Для кривых 6, 7  $v(H) = 30$  м/с, для остальных кривых см. подпись к рис. 4

Авторы выражают благодарность Г.И. Глазову и Г.М. Игонину за полезные обсуждения результатов работы, П.А. Бакуту за полезные критические замечания.

1. Матвиенко Г.Г., Задде Г.О., Фердинандов Э.С. и др. Новосибирск: Наука, 1985. 224 с.
2. Мензис Р.Т. Лазерные методы гетеродинирования. В кн.: Лазерный контроль атмосферы. М.: Мир, 1979. С. 345–408.
3. Тихонов В.И. Нелинейные преобразования случайных процессов. М.: Радио и связь, 1986. 296 с.
4. Глазов Г.Н. О факторизации корреляционной функции поля. //Радиотехника и электроника. 1972. Т. 17. № 1. С. 117.
5. Clifford S.F., Wandzura S. Monostatic heterodyne lidar performance : the effect of the turbulent atmosphere. //Appl. Optics. 1981. V. 20. № 3. P. 514.
6. Ancellet G.M., Menzies R.T. Atmospheric correlation time measurement and effects on coherent Doppler lidar. //J. Opt. Soc. Amer. 1987. V. 4. № 2. P. 367.
7. Вопросы статистической теории радиолокации. Т. 2 /П.А. Бакут, И.А. Большаков, Б.М. Герасимов и др. М.: Сов. радио. 1964. 1079 с.
8. McClatchey R.A., Fenn R.W., Volz F.E. e. a. Optical properties of the atmosphere Report AFCRL–71-0279. Environmental reseach papers. 1971. № 354. 85 p.
9. Haffaker R.M., Lawrence T.R., Post M.J. e. a. Feasibility studees for a global wind measuring satellite system (Windsat) : analysis of simulated performanee. //Appl. Optics. 1984. V. 23. № 15. P. 2523.
10. Миронов В.Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука, 1981. 246 с.

Институт оптики атмосферы  
СО АН СССР, Томск

Поступила в редакцию  
2 февраля 1988 г.

V. G. Astafurov, N. V. Tyukhteva. **Attainable Accuracy of Wind Velocity Measurement by Coherent Doppler Lidar.**

A statistical post-photomixer signal and noise model for a heterodyne Doppler Lidar is reported. It is shown that the signal component of photocurrent due to laser backscattering by atmospheric aerosol can be described by a gaussian narrowband random process.

The signal component correlation function is found. The noise is assumed to be white. The shot noise and that induced by the «heterodyning» of the background radiation are taken into account. An expression for the maximum relative error of the wind velocity measurement is derived. Model calculations of the signal-to-noise ratio and the measurement error as a function of altitude for a ground-based lidar and a spaceborne laser radar in a 300 km orbit are presented.