

С.М. Чернин, С.Б. Михайлов, Е.Г. Барская, И.В. Пейсахсон

АБЕРРАЦИИ МНОГОХОДОВОЙ МАТРИЧНОЙ 3-ОБЪЕКТИВНОЙ СИСТЕМЫ

Выполнен теоретический анализ aberrаций третьего порядка многоходовой матричной трехобъективной системы. Выведено выражение, связывающее в пространственной системе координат положение точки на выходной щели с координатами точки на входной щели в зависимости от конструктивных данных системы и параметров матрицы промежуточных изображений. Найдены условия фокусировки изображения на выходной щели и компенсации астигматизма. Получены соотношения для определения кривизны поля и дисторсии.

Оптические системы многократного отражения нашли большое применение в экспериментальной спектроскопии, оптико-акустических газоанализаторах, линиях задержки оптических сигналов и в некоторых других областях техники. Уже более 40 лет для повышения чувствительности абсорбционных измерений в различных спектроскопических приборах используется ставшая классической система Уайта [1]. Расчет aberrаций многоходовой системы Уайта проводился рядом автором [2–4], ее наиболее полный анализ дан в работе [4].

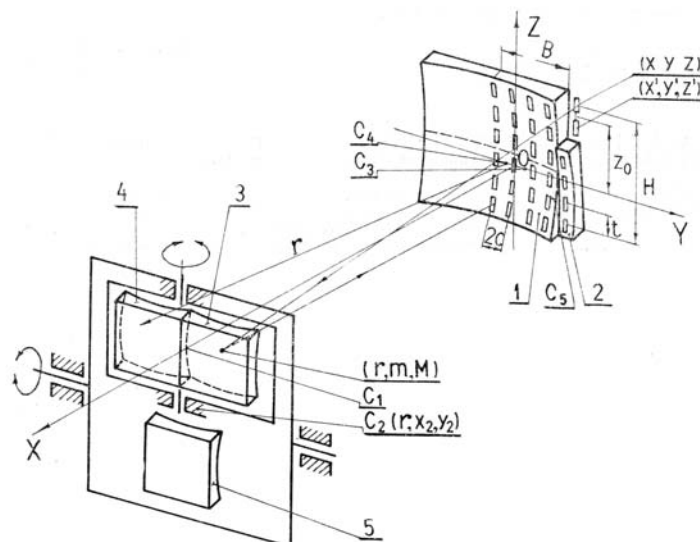


Рис. 1. Многоходовая матричная система в пространственной системе координат

В настоящее время разработаны зеркальные многоходовые системы нового поколения — матричные системы многократного отражения [5, 6], получившие широкое распространение в нашей стране и признание за рубежом [7–11]. Эти системы как для лазерного излучения, так и для источников большой угловой апертуры позволяют осуществлять исключительно большое число проходов за счет создания на коллективах компактной прямоугольной матрицы промежуточных изображений входной щели. Матричные многоходовые системы используются на многокилометровых трассах для прецизионных исследований атмосферы, а также как идеальные линии задержки оптических сигналов в наносекундном диапазоне. Трехобъективная матричная система [5] особенно перспективна в лазерной спектроскопии высокого разрешения для монтажа в трубчатой кювете, составляющей неотъемлемую часть инфракрасного спектрометра на диодных лазерах.

Многоходовая матричная система [5] содержит (рис. 1) 5 вогнутых сферических зеркал равной кривизны, в том числе — два зеркальных коллектива (основной 1 и вспомогательный 2) и три зеркальных объектива 3, 4, 5. На основном коллективе 1 с помощью спаренных объективов 3 и 4 строится матрица промежуточных изображений входной щели, а на вспомогательном коллективе 2 объективами 3 и 5 — столбец таких изображений.

Матрица изображений характеризуется следующими параметрами: K — числом столбцов; S — числом строк; $2c$ — расстоянием между столбцами; t — расстоянием между строками.

Анализ aberrаций многоходовой матричной системы можно осуществить после получения выражения, связывающего в пространственной системе координат положение точки на выходной щели с

координатами точки на входной щели в зависимости от конструктивных данных систем и параметров матрицы промежуточных изображений.

Проведем координатную плоскость YOZ через центры кривизны объективов 3 и 4 — точки c_3 и c_4 , а за начало координат примем точку O , расположенную на равном расстоянии между указанными центрами. Ось OX направим через центр кривизны основного коллектива 1 — точку c_1 ось OY пройдет через центры кривизны спаренных объективов 3 и 4 — точки c_3 и c_4 .

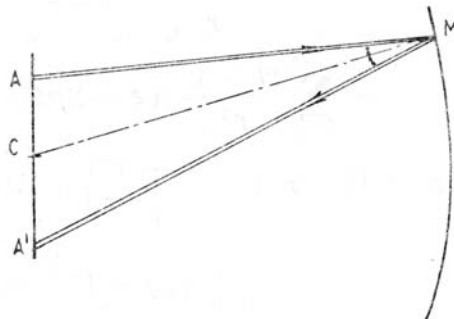


Рис. 2. Отдельный фрагмент прохождения луча в многоходовой системе

Введем следующие обозначения: x, y, z — координаты точки входа луча в систему на входной щели; x', y', z' — координаты точки выхода луча из системы на выходной щели; m, M — координаты точки на входном зрачке по осям OY и OZ (практически совпадающей с точкой первого отражения луча от объектива 3); r — радиус кривизны зеркал; y_2, z_2 — координаты центра кривизны коллектива 2 по осям OY и OZ ; d_1 — расстояние от плоскости YOZ до вершины зеркального коллектива 1 по оси OX ; d_2 — расстояние от плоскости YOZ до вершины зеркального коллектива 2 по оси OX .

Для рассматриваемой многоходовой матричной системы общее число прохождений луча N определяется соотношением

$$N = 2(KS - 1). \quad (1)$$

Расстояния между центрами крайних изображений матрицы соответствуют

$$\text{по ширине } B = 2c(K - 1), \quad (2)$$

$$\text{по высоте } H = t(S - 1). \quad (3)$$

Расстояние между центрами кривизны спаренных объективов 3 и 4 равно половине расстояния между столбцами, т.е. равно c , расстояние от оси OY до центра кривизны объектива 5 — точки C_5 по оси OZ , равно расстоянию между строками t .

На рис. 2 представлен отдельный фрагмент прохождения луча в многоходовой системе, в котором луч, исходящий из точки A координатной плоскости и падающий в точку M зеркального объектива, отражается в точку A' координатной плоскости.

Воспользуемся для этого фрагмента векторным соотношением из работы [4]

$$\overline{A'C} = -\overline{AC} \left(1 + 2 \frac{\overline{AC} \cdot \overline{CM}}{CM^2} \right). \quad (4)$$

Используя это соотношение для каждого последовательного фрагмента прохождения луча в многоходовой системе и учитывая отклонение положения коллективов и щелей от плоскости YOZ , получим координаты точки выхода луча из системы: После суммирования получим выражения:

$$\begin{aligned} y' = & B - y \left(1 + \frac{x + x'}{r} \right) + m \frac{x + x'}{r} - \sum_{p=1}^{s/2} \left\{ \sum_{q=1}^{2K-1} 2 \left[y - \frac{c}{2} (2q - 1) \right] \times \right. \\ & \times \frac{\left[y - \frac{c}{2} (2q - 1) \right] \left(m - \frac{c}{2} \right) + M [z - (2p - 1) t]}{r^2} - \sum \frac{2m}{r} \left[\frac{(y - qc)^2 + [z - (2p - 1) t]^2}{2r} + d_1 \right] \left. \right\} + \\ & + \sum_{p=1}^{s/2-1} \frac{m - y^2}{r^2} \{ (z - 2pt)^2 + [z - 2(p - 1) t]^2 + 4rd_2 \} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
z' &= H - z \left(1 + \frac{x + x'}{r} \right) + M \frac{x + x'}{r} - \sum_{p=1}^{s/2} \left\{ \sum_{q=1}^{2K-1} 2 [z - (2p - 1)] \times \right. \\
&\times \frac{\left[y - \frac{c}{2} (2q - 1) \right] \left(m - \frac{c}{2} \right) + M [z - (2p - 1) t]}{r^2} - \\
&- \sum_{q=1}^{2K-2} \frac{2M}{r} \left[\frac{(y - qc)^2 + [z - (2p - 1) t]^2}{2r} + d_1 \right] + 2 \sum_{p=1}^{s/2-1} (2z_2 - M + t) \frac{[z - (2p - 1) t]^2}{r^2} + \\
&+ \sum_{p=1}^{s/2-1} \frac{M - z_2}{r^2} \{ (z - 2pt)^2 + [z - 2(p - 1) t]^2 + 4rd_2 \}.
\end{aligned} \tag{6}$$

После суммирования получим выражения:

$$\begin{aligned}
y &= B - y \left(1 + \frac{x + x'}{r} \right) + m \frac{x + x'}{r} - \frac{\left(m - \frac{c}{2} \right) (2K - 1) S}{r^2} \times \\
&\times \left[y^2 - yc(2K - 1) + \frac{c^2}{12} (4K - 1) (4K - 3) - \frac{MS}{r^2} (2K - 1) \right] \times \\
&\times \left[y - \frac{c}{2} (2K - 1) \right] \left[z - t \left(\frac{S}{2} - 1 \right) \right] + \frac{mS}{r^2} (K - 1) \left[y^2 - yc(2K - 1) + \right. \\
&+ \frac{c^2}{6} (2K - 1) (4K - 3) + 2rd_1 + z^2 - zt(S - 2) + \frac{t^2}{3} (S - 1) (S - 2) \left. \right] + \\
&+ \frac{m - y_2}{r^2} (S - 2) \cdot \left[z^2 - zt(S - 2) + \frac{t^2}{3} (S^2 - 4S + 6) + 2rd_2 \right].
\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
z' &= H - z \left(1 + \frac{x + x'}{r} \right) + M \frac{x + x'}{r} - \frac{\left(m - \frac{c}{2} \right) (2K - 1)}{r^2} \times \\
&\times \left[y - \frac{c}{2} (2K - 1) \right] \cdot \left[z - t \left(\frac{S}{2} - 1 \right) \right] - \frac{MS}{r^2} (2K - 1) \left[z^2 - zt(S - 2) + \right. \\
&+ \frac{t^2}{3} (S - 1) (S - 2) \left. \right] + \frac{MS}{r^2} (K - 1) \left[y^2 - yc(2K - 1) + \right. \\
&+ \frac{c^2}{6} (2K - 1) (4K - 3) + 2rd_1 + z^2 - zt(S - 2) + \frac{t^2}{3} (S - 1) (S - 2) \left. \right] + \\
&+ \frac{(2z_2 - M + t) (S - 2)}{r^2} \cdot \left[z^2 - zt(S - 2) + \frac{t^2}{3} (S - 1) (S - 3) \right] + \\
&+ \frac{M - z_2}{r^2} (S - 2) \cdot \left[z^2 - zt(S - 2) + \frac{t^2}{3} (S^2 - 4S + 6) + 2rd_2 \right].
\end{aligned} \tag{8}$$

Эти выражения не содержат членов высших порядков относительно координат точки на зрачке, поскольку в многоходовой матричной системе изображения строятся вблизи центров кривизны объективов и в ней практически нет сферической аберрации и комы.

Выражения (7) и (8) можно значительно упростить, если матрицу построить симметричной, что достигается при условии

$$y = \frac{c}{2} (2K - 1). \tag{9}$$

Математическим условием фокусировки изображения центра щели является равенство нулю суммы всех коэффициентов членов выражения (7), в которых присутствует координата m

$$\begin{aligned} & \frac{x + x'}{r} - \frac{SKc^2}{3r^2} (2K - 1) (K - 1) + \frac{S}{r^2} (K - 1) \left[\frac{c^2}{12} (2K - 1) (2K - 3) + \right. \\ & \left. + 2rd_1 + z^2 - zt(S - 2) + \frac{t^2}{3} (S - 1) (S - 2) \right] + \frac{S - 2}{r^2} \times \\ & \times \left[z^2 - zt(S - 2) + \frac{t^2}{3} (S^2 - 4S + 6) + 4rd_2 \right] = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

В этом уравнении можно выделить группу членов, зависящих только от числа строк S , и компенсировать их полностью для любого числа столбцов соответствующим смещением по оси OX вспомогательного коллектива 2 на расстояние

$$d_2 = -\frac{t^2}{24r} (S^2 - 4S + 15). \quad (11)$$

Подбором подобного смещения d_1 для основного коллектива 1 можно сфокусировать изображение центра входной щели

$$d_1 = \frac{1}{24r} [c^2 (2K - 1) (2K + 3) - t^2 (S^2 - 1)] \quad (12)$$

Эта подвижка основного коллектива 1 будет постоянной и равной нулю при условии

$$\frac{S^2 - 1}{(2K - 1) (2K + 3)} = \left(\frac{c}{t} \right)^2. \quad (13)$$

Для матрицы с большим числом строк и столбцов ($S \geq 4$, $K \geq 10$)

$$\frac{S}{K} \approx \frac{2c}{t}. \quad (14)$$

Таким образом, для данных параметров ячейки матрицы c и t существует набор значений S и K , при которых практически постоянна фокусировка центра щели. Для квадратной ячейки ($t = 2c$) целесообразно располагать изображения в виде квадратной матрицы ($S = K$).

Члены уравнения (10), содержащие координату z , описывают форму поверхности фокусировки и ее сдвиг по оси OZ

$$x + x' = -\left(\frac{N}{2} - 1 \right) \frac{1}{r} \left\{ (z - z_0)^2 - \frac{t^2}{4} \right\}. \quad (15)$$

Формула (15) описывает параболу, вершина которой расположена на оси симметрии входной и выходной щелей на высоте

$$z_0 = t \frac{S - 2}{2}. \quad (16)$$

Радиус кривизны поверхности фокусировки в вершине параболы

$$\rho_x = -\frac{r}{N - 2}. \quad (17)$$

Из формул (7) и (8) с учетом соотношений (9–11) и (15) определим размеры абберационного пятна рассеяния для полной высоты зрачка ΔM

$$\Delta y = 0; \quad (18)$$

$$\Delta z = \frac{\Delta M}{r^2} N \left\{ z^2 - zt(S-2) + \frac{t^2}{3}(S-1)(S-2) \frac{N-1}{N} - \frac{c^2}{3}(2K-1)(K-1) \frac{N+2}{2N} \right\}. \quad (19)$$

Таким образом, для симметрии матрицы изображение точки имеет вид тонкого астигматического штриха, параллельного оси OZ .

Из формулы (19) можно получить выражение для высоты точки щели, на которой астигматизм компенсирован и штрих стягивается в точку. Полагая $N \gg 2$ получим

$$z = z_0 - \sqrt{\frac{c^2}{6}(2K-1)(K-1) - \frac{t^2}{12}(S^2-4)}. \quad (20)$$

В центре выходной щели компенсация астигматизма происходит при условии

$$\frac{S^2-1}{2(2K-1)(K-1)} = \left(\frac{c}{t}\right)^2. \quad (21)$$

При больших значениях S и K ($S \geq 4$, $K \geq 10$) приближенно можно считать

$$\frac{S}{K} \approx \frac{2c}{t}. \quad (22)$$

Это условие совпадает с условием (14) постоянства фокусировки системы.

Вне центра щели величина астигматического штриха при его компенсации в центре равна

$$\Delta z = \frac{\Delta M}{r^2} N \left[(z - z_0)^2 - \frac{t^2}{4} \right]. \quad (23)$$

При нарушении условия симметричности возникает наклон астигматического штриха, приводящий к уширению изображения на величину

$$\Delta y = \frac{\Delta M S t}{2r^2} (2K-1) \left[y - \frac{c}{2} (2K-1) \right]. \quad (24)$$

Радиус кривизны изображения щели, определяющий величину дисторсии равен

$$\rho_y = \frac{r^2}{2y_2(S-2)}. \quad (25)$$

В частном случае, когда количество строк $S = 2$, матричная система превращается в многоходовую систему [12] и выведенные нами соотношения хорошо согласуются с работой [4].

Авторами был проведен теоретический анализ аберраций при разработке многоходовой матричной кюветы для ИК спектрометра высокого разрешения на полупроводниковых лазерах, создаваемого по линии сотрудничества стран-членов СЭВ. Конструктивные данные кюветы составили $r = 1000$ мм; размеры коллективов 100×100 мм² и 90×10 мм²; три объектива диаметром 60 мм вписывались в цилиндрический корпус кюветы, их центры располагались в вершинах равностороннего треугольника со стороной 80 мм. Изображение лазерного источника на входе в кювету составляет 150×10 мкм². Заданное число проходов ~ 100 .

Анализ позволил определить наиболее выгодные с точки зрения фокусировки и компенсации астигматизма соотношения между числом строк и столбцов, которые являются конструктивно независимыми и изменяемыми параметрами в процессе работы кюветы. Как выяснилось, эти параметры следует подчинить соотношениям (13) и (14). При конструировании кюветы полезно учитывать формулы (17) и (25).

По соотношению (19) длина астигматического штриха в кювете после 218 проходов ($K = 11$, $S = 10$) при $t = 10$ мм и $c = 5$ мм для точки $z = 40$ мм (при максимальных щелях в вершине параболы) не должна превышать 0,8 мм.

Анализ подтвержден расчетом по программе «Луч», выполненным в Государственном оптическом институте им. Вавилова.

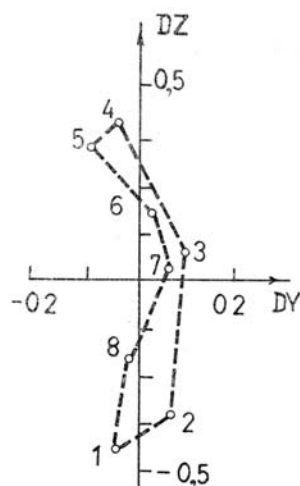


Рис. 3. Аберрационное пятно рассеяния в месте фокусировки штриха после 218 ходов

На рис. 3 представлено рассчитанное по этой программе для 8 лучей аберрационное пятно рассеяния в месте фокусировки штриха после 218 ходов.

Непосредственно измерения аберраций на лабораторной установке, имеющей те же параметры, системы, показали совпадение результатов с данными анализа.

1. White J. U. — J. Opt. Soc. Amer., 1942, v. 32, p. 285.
2. Reesor T. R. — J. Opt. Soc. Amer., 1951, v. 41, p. 1059.
3. Edwards T. R. — J. Opt. Soc. Amer., 1961, v. 51, p. 98.
4. Барская Е. Г. — Опт.-мех. пром., 1971, № 5, с. 25.
5. А. с. 1082162 (СССР)/Чернин С.М., Барская Е.Г. Оpubл. в Б. И., 1985, № 33, МКИ G 02 B 17/06.
6. А. с. 1091101 (СССР)/Чернин С.М., Барская Е.Г. Оpubл. в Б. И., 1984, № 17, МКИ G 02 B 17/06.
7. D D 245796 (Пат. ГДР)/Chernin S.M., Barskaja E.G., 1987.
8. D D 243627 (Пат. ГДР)/Chernin S.M., Barskaja E.G., 1987.
9. F R 2555738 (Пат. Франции)/Chernin S.M., Barskaya E.G., 1986.
10. U S 4626078 (Пат. США)/Chernin S.M., Barskaya E.G., 1986.
11. G B 2161290 (Пат. Англия)/Chernin S.M., Barskaya E.G., 1987.
12. А. с. 206857 (СССР)/Барская Е.Г., Оpubл. в БИ, 1967, № 1, МКИ G 01 J.

Институт химической физики
АН СССР, Москва

Поступила в редакцию
25 января 1988 г

S. M. Chernin, S. B. Mikhailov, E. G. Barskaya, I. V. Reisakhson. **Multipass Matrix Three-Objective System Aberrations.**

Third-order aberrations inherent in a multipass matrix three-objective system were studied theoretically. An expression was derived that relates in space the position of a point at the input slit with that at the output slit as a function of the system design characteristics and the intermediate image matrix parameters. Conditions of focusing the image onto the output slit and of astigmatism compensation were specified. Relations that allow determination of the field curvature and distortion were obtained.