

## ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИКИ АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

УДК 535.317.1

**Е.И. Толкова**

### **ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ТРОЙНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ УДАЛЕННОГО ОБЪЕКТА В ОДНОЙ ЭКСПОЗИЦИИ**

Предложены варианты интерферометров для построения некоторой двумерной проекции тройной корреляционной функции удаленного объекта, наблюдаемого через искажающую среду (атмосферу), по однократно измеренным данным, содержащим фазовые искажения. Указанных измерений достаточно для восстановления изображения объекта в одной экспозиции.

Большое число астрономических методов наблюдений через атмосферу Земли (методы Лабейри, Нокса–Томпсона) базируется на корреляционном анализе. Это – удобная форма накопления излучения и статистического усреднения атмосферных флуктуаций. Однако корреляционная функция второго порядка, с которой начиналась спекл-интерферометрия, в общем случае не позволяет восстановить само изображение объекта. В отличие от второй третья корреляционная функция сохраняет информацию о фазе пространственного спектра изображения за исключением линейного члена, отвечающего смещению объекта как целого.

В последние годы третья корреляционная функция или ее Фурье-образ (биспектр изображения) успешно используются в астрономии – но только для обработки малофотонных изображений [1]. Она не применяется для обработки полутоновых изображений общего вида из-за огромных затрат машинного времени и особенно памяти. Так, по оценкам, приведенным в [2], биспектр изображения размером  $256 \times 256$  пиксел, будучи 4-мерной функцией, требует только для своего хранения около 512 Мбайт памяти. Компьютеры, способные обрабатывать такие массивы данных в оперативной памяти, существуют в мире в единичных экземплярах. Для сравнения: стандартные персональные компьютеры фирмы ИВМ имеют 1–2 Мбайт оперативной памяти и диск объемом 40–80 Мбайт.

Однако 4-мерный биспектр 2-мерного изображения, естественно, обладает огромной избыточностью. Представляет большой теоретический и практический интерес найти те двумерные поверхности в 4-мерном пространстве, определив значения биспектра на которых, можно реконструировать исходное изображение. Решение этой задачи позволило бы значительно сократить вычислительные затраты и применить корреляционный анализ третьего порядка к полутоновым изображениям. В [3, 4] доказано, что такими поверхностями в пространстве векторов ( $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2$ ) являются, в частности, следующие:  $f_{1x} = f_{2y}, f_{1y} = -f_{2x}$  (срез  $A$ ) и  $\mathbf{f}_1 = \mathbf{f}_2$  (срез  $B$ ).

Атмосфера Земли искажает проходящую световую волну, поэтому построение третьей корреляционной функции астрономического объекта (как и его автокорреляции) требует усреднения по ансамблю спекл-изображений. Однако использование интерферометрических методов наблюдения позволяет исключить атмосферные флуктуации фазы приходящего излучения уже в одной отдельной экспозиции. Известен способ построения в одной экспозиции автокорреляции объекта при наблюдении с интерферометром поворотного сдвига на угол  $\pi$  (рис. 1) [5].

Для построения указанного выше двумерного среза  $A$  биспектра изображения в одной экспозиции в [6] предложено использовать два интерферометра поворотного сдвига на углы  $\pi/2$  и  $\pi$ . Основными элементами интерферометров являются светоделительный куб и две прямоугольные призмы, ориентированные, как показано на рис. 1, 2.

Компенсаторы в плечах интерферометра выравнивают фазовые набег у волн, поляризованных в плоскости падения на отражающие грани призмы ( $\tau$ -волна) и ортогонально им ( $\nu$ -волна), что позволяет работать в неполяризованном свете. В интерферометре сдвига на угол  $\pi$  (рис. 1)

при равных геометрических длинах плеч интерферометра разность оптических путей составляет  $\lambda/2$  для волны  $x$ -поляризации и  $-\lambda/2$  для  $y$ -поляризации ( $\lambda$  – длина волны), если диэлектрическая проницаемость материала призм  $\varepsilon = 3$ . Это значит, что наложение интерференционных структур, наблюдаемых в  $x$ - и  $y$ -поляризованном свете, не приводит к снижению их контраста, т.к. эти структуры сдвинуты друг относительно друга точно на один период интерферограммы. Поскольку для стекол  $\varepsilon$  равна примерно 3, этот интерферометр не требует поляризационных приспособлений.

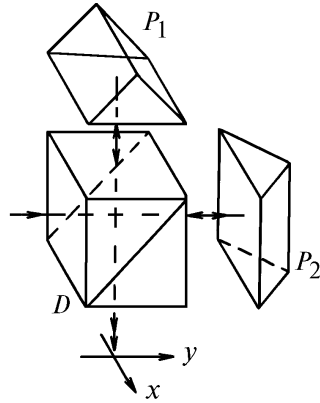


Рис. 1. Интерферометр сдвига на угол  $\pi$ .  $D$  – светоделительный куб,  $P_1, P_2$  – прямоугольные призмы

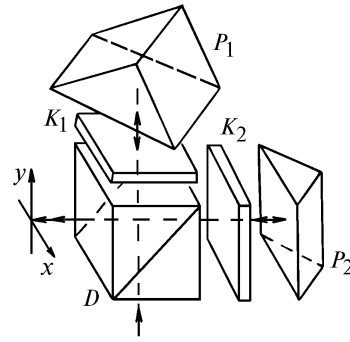


Рис. 2. Интерферометр сдвига на угол  $\pi/2$ .  $K_1, K_2$  – компенсаторы

На выходе первого и второго интерферометров складывается излучение от двух точек входного зрачка, радиусы-векторы которых образуют углы соответственно  $\pi/2$  и  $\pi$ :

$$\begin{aligned} E_1(\mathbf{r}) &= (E(\mathbf{a}) + E(\mathbf{b}))/2; \\ E_2(\mathbf{r}) &= (E(\mathbf{c}) + E(-\mathbf{c}))/2, \end{aligned}$$

а распределения интенсивности, зарегистрированные одновременно, имеют вид

$$I_1(\mathbf{r}) = I_0(1 + \mu(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cos(\psi(\mathbf{a} - \mathbf{b}) + \kappa_1 \mathbf{r})); \quad (1)$$

$$I_2(\mathbf{r}) = I_0(1 + \mu(2\mathbf{c}) \cos(\psi(2\mathbf{c}) + \kappa_2 \mathbf{r})), \quad (2)$$

где радиусы-векторы  $\mathbf{r} = (x, y)$ ,  $\mathbf{a} = (-y, -x)$ ,  $\mathbf{b} = (-x, y)$ ,  $\mathbf{c} = (-y, x)$ ;  $E(\mathbf{r})$  – входное поле интенсивности  $2I_0$ ;  $\mu(\mathbf{a} - \mathbf{b})$  и  $\psi(\mathbf{a} - \mathbf{b})$  – модуль и фаза комплексной функции когерентности (КФК) входного поля на базе  $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ , модуляция  $\kappa_1 \mathbf{r}$  и  $\kappa_2 \mathbf{r}$  создается сложением интерферирующих пучков под малыми углами. В отсутствие амплитудных искажений модуль КФК на базе  $\mathbf{a} - \mathbf{b}$  представляет модуль спектра объекта на пространственной частоте  $(\mathbf{a} - \mathbf{b})/\lambda$ , а фаза КФК складывается из фазы спектра  $\theta$  и разности фазовых искажений входного поля в точках с координатами  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ :

$$\psi(\mathbf{a} - \mathbf{b}) = \theta((\mathbf{a} - \mathbf{b})/\lambda) + \varphi(\mathbf{a}) - \varphi(\mathbf{b}). \quad (3)$$

Спектры объекта  $F^{(1)}$  и  $F^{(2)}$ , найденные фильтрацией интерферограмм (1), (2) соответственно, содержат фазовые искажения

$$F^{(1)}(\mathbf{f}_1) = O(\mathbf{f}_1) \exp [i(\varphi(\mathbf{a}) - \varphi(\mathbf{b}))]; \quad (4)$$

$$F^{(2)}(\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2) = O(\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2) \exp [i(\varphi(-\mathbf{b}) - \varphi(\mathbf{b}))], \quad (5)$$

где  $\mathbf{f}_1 = (\mathbf{a} - \mathbf{b})/\lambda = (u, -v)$ ;  $\mathbf{f}_2 = (-\mathbf{a} - \mathbf{b})/\lambda = (v, u)$ ;  $u = (x - y)/\lambda$ ;  $v = (x + y)/\lambda$ ;  $O(\mathbf{f})$  – искомый пространственный спектр наблюдаемого объекта. Используя полученные спектры, образуем биспектр объекта

$$B(\mathbf{f}_1; \mathbf{f}_2) = F^{(1)}(\mathbf{f}_1) F^{(1)}(\mathbf{f}_2) F^{(2)}(-\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2) = B(u, v).$$

С учетом (3), нетрудно показать, что фаза полученного биспектра

$$\psi(\mathbf{a} - \mathbf{b}) + \psi(-\mathbf{a} - \mathbf{b}) - \psi(-2\mathbf{b}) = \theta(\mathbf{f}_1) + \theta(\mathbf{f}_2) - \theta(\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2)$$

свободна ото всех аддитивных искажений [3, 4, 6]. Биспектр  $B(u, v)$  может быть определен точно по однократно измеренным данным, содержащим фазовые искажения. Алгоритм реконструкции фазы Фурье-спектра объекта по фазе его биспектра  $B(u, v)$  основывается на том, что каждое значение фазы биспектра есть рекуррентное уравнение, определяющее фазу спектра  $\theta(\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2)$  через две фазы на более низких пространственных частотах  $\theta(\mathbf{f}_1)$  и  $\theta(\mathbf{f}_2)$ . Положив в окрестности нулевой частоты  $\theta = 0$ , восстановим фазу спектра до частоты, отвечающей максимальной базе интерференции [4, 6].

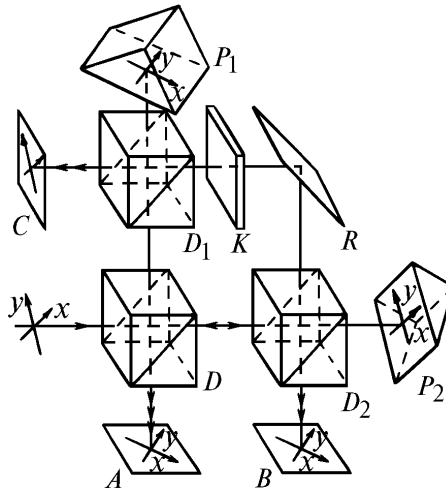


Рис. 3. Трехлучевой интерферометр с прямоугольными призмами.  $R$  – зеркало

Два интерферометра поворотного сдвига можно соединить в один, как показано на рис. 3. При указанной на рисунке ориентации координатных осей на разных участках пути луча поле в сечении пучка <не чувствует> отражений от полупрозрачных диагоналей куб-призм  $D, D_1, D_2$ , а в результате отражения в зеркале  $R$  происходит преобразование симметрии относительно оси  $y = -x$ . Поэтому луч, проходящий петлю  $D - D_1 - R - D_2 - D$  в любом направлении, переносит отображение плоскости входного зрачка относительно оси  $y = -x$  во все три выходные плоскости  $A, B, C$ . Луч, повернутый призмой  $P_1$ , переносит отображение плоскости входного зрачка относительно оси  $y$  и выходит в плоскости  $A$  и  $C$ . Луч, повернутый призмой  $P_2$ , переносит отображение плоскости входного зрачка относительно оси  $x$  и выходит в плоскости  $A$  и  $B$ . Компенсатор в петле  $D - D_1 - R - D_2 - D$  вносит фазовый сдвиг между волнами  $x$ - и  $y$ -поляризации, равный  $\gamma_n - \gamma_\tau$ , где  $\gamma_n$  и  $\gamma_\tau$  – фазовые сдвиги  $n$ - и  $\tau$ -волн при полном внутреннем отражении в призмах. Как отмечалось выше, для стекол с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , равной 3,  $\gamma_n - \gamma_\tau = \pi$ . Тогда оптические длины плеч интерферометра для волн  $x$ - и  $y$ -поляризации равны или отличаются на одну длину волны, что позволяет использовать неполяризованный свет. Поля излучения в плоскостях  $A, B, C$  интерферометра (см. рис. 3) имеют вид

$$4 E_A(x, y) = \sqrt{2} E(-y, -x) + E(-x, y) \exp(i\kappa_1 y) + E(x, -y) \exp(i\kappa_2 x);$$

$$2\sqrt{2} E_B(x, y) = E(-y, -x) + E(x, -y) \exp(i\kappa_2 x);$$

$$2\sqrt{2} E_C(x, y) = E(-y, -x) + E(-x, y) \exp(i\kappa_1 y),$$

где модуляция  $\kappa_1 y$  и  $\kappa_2 x$  создается малым наклоном призм к оптической оси системы. Оба Фурье-спектра (4) и (5) можно определить по интерферограмме, зарегистрированной в плоскости  $A$ .

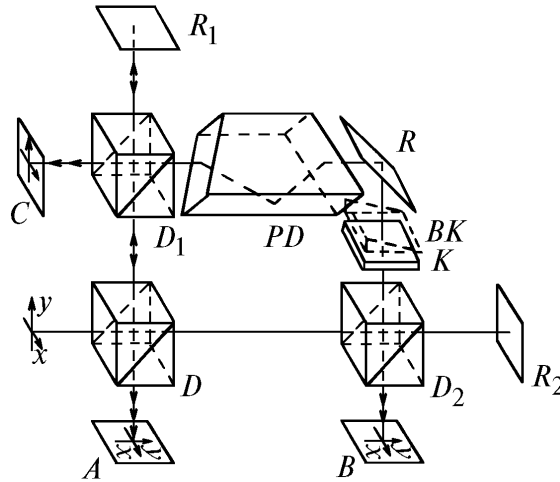


Рис. 4. Трехлучевой интерферометр с призмой Дове.  $PD$  – призма Дове,  $BK$  – воздушный клин

Две прямоугольные призмы можно заменить обычными зеркалами и призмой Дове в петле  $D - D_1 - R - D_2 - D$  (рис. 4) [3]. Лучи, отраженные зеркалами  $R_1$  и  $R_2$  переносят тождественные проекции входного поля  $E(x, y)$  в выходные плоскости  $A, B, C$ . Поля лучей, проходящих петлю с зеркалом  $R$  в противоположных направлениях, претерпевают ряд преобразований. Во-первых, призма Дове осуществляет зеркальное отображение плоскости входного зрачка относительно своей отражающей грани. Если отражающая грань лежит в плоскости  $x = y$  (ориентация осей указана на рис. 4), то поле  $E(x, y)$  на входе призмы преобразуется в поле  $E(y, x)$  на выходе. Введем оператор

$$(\arg_1 \Leftrightarrow \arg_2),$$

осуществляющий перестановку координат:

$$(\arg_1 \Leftrightarrow \arg_2) E(x, y) = E(y, x).$$

Во-вторых, при отражении в зеркале  $R$  происходит отображение поля в сечении пучка относительно оси  $x$ . Для обозначения этого преобразования введем оператор

$$(\arg_2 \Rightarrow -\arg_2),$$

изменяющий знак второй координаты. В-третьих, малым поворотом зеркала  $R$  создается воздушный клин  $BK$ , который обеспечивает фазовую задержку  $\kappa y$ .

Последовательности преобразований поля в сечении пучка, проходящего петлю с призмой Дове, зеркалом и воздушным клином по и против часовой стрелки принимают вид

$$E_1(x, y) = \exp(\kappa y) (\arg_2 \Rightarrow -\arg_2) (\arg_1 \Leftrightarrow \arg_2) E(x, y) = \exp(\kappa y) E(y, -x);$$

$$E_2(x, y) = (\arg_1 \Leftrightarrow \arg_2) (\arg_2 \Rightarrow -\arg_2) \exp(\kappa y) E(x, y) = \exp(-\kappa x) E(-y, x).$$

Первый луч, проходящий петлю по часовой стрелке, выходит в плоскости  $A$  и  $B$ , второй – в плоскости  $A$  и  $C$ . В результате в плоскости  $A, B, C$  переносятся поля

$$4 E_A(x, y) = \sqrt{2} E(x, y) + \exp(\kappa y) E(y, -x) + \exp(-\kappa x) E(-y, x);$$

$$2\sqrt{2} E_B(x, y) = E(x, y) + \exp(\kappa y) E(y, -x);$$

$$2\sqrt{2} E_C(x, y) = E(x, y) + \exp(-\kappa x) E(-y, x).$$

Для восстановления изображения достаточно одной интерференционной картины, зарегистрированной в плоскости  $A$  любого из двух интерферометров. Для лучшего использования принимаемой мощности (до 75% вместо 50 при работе с двумя интерферометрами) можно дополнительно регистрировать интерферограммы в плоскостях  $B$  и  $C$ .

В заключение отметим еще раз, что предлагаемые интерферометрические методы наблюдения дают возможность исключить как атмосферные флуктуации, так и аппаратные искажения фазы приходящего излучения в одной отдельной экспозиции. Этим интерферометрические методы выгодно отличаются от традиционной спекл-интерферометрии, основанной на статистическом усреднении флуктуаций по многим экспозициям.

1. Ломанн А. В., Вирнитцер Б. // ТИИЭР. 1984. Т. 72. N. 7. С. 158–173.
2. Вазинский В. Н., Тетерин В. В. // Оптико-механическая промышленность. 1991. N 4. С. 4–14.
3. А.с. 1756911 СССР, МКИ G 06 K 9/00. Устройство для восстановления изображения / Закин В.Г., Толкова Е.И. Оpubл. в БИ. 1992. N 31.
4. Толкова Е. И. // Оптика и спектроскопия. 1994. Т. 76. N 1. С. 121–124.
5. Родье К., Родье Ф. // Построение изображений в астрономии по функциям когерентности. М.: Мир, 1982. С. 173–181.
6. Roddier F., Roddier C. // Opt. Commun. 1986. V 60. N 6. P. 350–352.

Нижегородский университет им. Н.И. Лобачевского

Поступила в редакцию  
13 июля 1993 г.

**E. I. Tolko va. Interferometric Techniques for Constructing a Triple Correlation Function of a Distant Object from a Single Exposure.**

Interferometric techniques are proposed to construct some two-dimensional projection of a triple correlation function of a distant object observed through the distorting medium from the data obtained from a single measurement and including information on phase perturbations. That measurement occurred to be sufficient to restore one-exposure image.