

В.В. Веретенников

Обратные задачи солнечной фотометрии для интегральных аэрозольных распределений. I. Теория и численный эксперимент в субмикронной области размеров частиц

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 3.10.2005 г.

Рассмотрены методика и численный алгоритм восстановления микроструктуры аэрозоля из характеристик светорассеяния, основанные на использовании интегральных функций распределения для описания дисперсного состава аэрозольных частиц. Эффективность предложенной методики исследована в численном эксперименте по обращению спектральных измерений коэффициента ослабления света частицами субмикронного аэрозоля. Разработанный подход позволяет автоматизировать решение обратных задач в процессе массовой обработки больших объемов измерительных данных в режиме постоянных наблюдений.

Введение

Методы солнечной фотометрии широко используются для регулярного мониторинга оптического состояния атмосферы, в том числе ее аэрозольной компоненты. В ИОА СО РАН разработана серия многоволновых солнечных фотометров, с использованием которых в течение длительного времени проводятся регулярные измерения прозрачности атмосферы [1, 2]. Разработанная аппаратура позволяет проводить измерения яркости рассеянного излучения в области солнечного ореола. В результате накоплен значительный объем экспериментальных данных об оптических свойствах атмосферы в широком спектральном диапазоне.

Важным этапом в проводимых исследованиях является извлечение информации о микрофизических параметрах атмосферного аэрозоля, которая содержится в измеренных оптических характеристиках. Как хорошо известно, это связано с решением некорректных обратных задач и требует достаточно высокой квалификации исследователя. Поэтому весьма актуальной является разработка методов решения обратных задач аэрозольного светорассеяния, пригодных для массовой автоматизированной обработки больших массивов экспериментальных данных при минимальной априорной информации об искомом решении.

В данной статье представлены результаты исследований по разработке методики восстановления микроструктуры аэрозоля из характеристик светорассеяния, основанной на использовании интегральных функций распределения для описания дисперсного состава аэрозольных частиц.

1. Математическая формулировка задачи, основные уравнения

1.1. Применение интегралов Стильбеса для описания полидисперсных характеристик аэрозольного светорассеяния

Известно, что хаотически расположенные в пространстве частицы рассеивают свет независимо. Поэтому рассеивающие свойства системы таких частиц определяются суммированием соответствующих оптических характеристик для отдельных частиц. Предположим, например, что среда состоит из изотропных сферических частиц, для которых сечение ослабления света $\sigma_{ex}(\lambda, r)$ на длине волны λ зависит от их радиуса r , $0 < r \leq R$. Тогда, разбивая интервал размеров частиц системой непересекающихся интервалов Δr_i , можно представить объемный коэффициент ослабления света для полидисперсного ансамбля частиц в виде суммы

$$\varepsilon(\lambda) = \sum_i \sigma_{ex}(\lambda, \xi_i) \Delta N_i, \quad (1)$$

где $\xi_i \in \Delta r_i$; ΔN_i — количество частиц в единичном объеме среды, приходящихся на интервал размеров Δr_i . Переход к пределу в формуле (1) при стремлении к нулю длины максимального интервала Δr_i приводит к записи коэффициента ослабления $\varepsilon(\lambda)$ в виде интеграла Римана—Стильбеса:

$$\varepsilon(\lambda) = \int_0^R \sigma_{ex}(\lambda, r) dN(r), \quad (2)$$

где функция $N(r)$ определяет общее число частиц в единичном объеме среды с радиусом меньше r . Если сечение $\sigma_{ex}(\lambda, r)$ заменить фактором эффективности ослабления $K(\lambda, r) = \sigma_{ex}(\lambda, r)/(\pi r^2)$, то в результате получим эквивалентное представление

$$\varepsilon(\lambda) = \int_0^R K(\lambda, r) dS(r), \quad (3)$$

в котором функция $S(r)$ есть суммарное геометрическое сечение частиц с радиусами меньше r . Таким образом, представление полидисперсных оптических характеристик в виде интеграла Римана–Стилтьеса (2) или (3) является естественным обобщением суммирования вкладов отдельных частиц.

На практике, предполагая существование на интервале $[0, R]$ производной функции $dN(r)/dr = n(r)$ либо производной $dS(r)/dr = s(r) = \pi r^2 n(r)$, часто переходят к обычной записи полидисперсных характеристик аэрозольного светорассеяния с использованием интеграла Римана. Однако так как реальные аэрозольные распределения по своей физической природе имеют дискретный характер, то такое представление является в определенной степени математической идеализацией и может быть приемлемым, если в каждом малом интервале $[r, r + dr]$ содержится достаточное количество частиц соответствующих размеров и в среде отсутствуют локализованные монодисперсные фракции. При этом для описания модельных распределений $n(r)$ часто используют гладкие функции, имеющие простой аналитический вид, либо линейные комбинации таких функций.

Ограниченные возможности описания дисперсного состава аэрозоля с помощью дифференциальных функций распределения по размерам $n(r)$ или $s(r)$ проявляются еще в большей степени при решении обратных задач. Используемые при этом регуляризирующие процедуры приводят к сужению класса допустимых решений за счет требований непрерывности, гладкости и т. п.

Ряд указанных ограничений можно избежать, если при описании дисперсного состава аэрозольных частиц использовать интегральное представление для распределения частиц по размерам. Для определенности ниже речь будет идти о функции $S(r)$, описывающей распределение геометрического сечения сферических частиц по размерам. Отметим характерные свойства функции $S(r)$, определяющие ее принадлежность некоторому классу функций Ω . Эта функция является положительной монотонно неубывающей на интервале $[0, R]$ и непрерывной слева. Кроме того, поскольку априорно можно всегда оценить суммарное сечение всех частиц в единичном объеме, то будем считать заданной константу C , которая ограничивает функции $S(r) \in \Omega$, $r \in [0, R]$ сверху: $S(r) \leq S(R) \leq C$.

Известно, что любая монотонная функция может быть представлена как сумма непрерывной монотонной функции и функции скачков. Поэтому можно записать разложение

$$S(r) = \tilde{S}(r) + \sum_{r_k < r} \sigma_k, \quad (4)$$

где $\tilde{S}(r)$ — непрерывная монотонная функция, имеющая производную $d\tilde{S}/dr = s(r)$, а второй член определяет функцию скачков в точках разрыва r_k . В рассматриваемой задаче функция скачков определяет наличие монодисперсных фракций частиц с радиусами r_k и суммарным сечением σ_k . С учетом разложения (4) коэффициент ослабления $\varepsilon(\lambda)$ (3) может быть записан в виде суммы

$$\varepsilon(\lambda) = \sum_i K(\lambda, r_i) \sigma_i + \int_0^R K(\lambda, r) s(r) dr. \quad (5)$$

Формула (5) отличается от традиционной записи полидисперсной оптической характеристики с использованием дифференциальной функции распределения $s(r)$ наличием первого слагаемого, которое в явном виде задает суммарный вклад монодисперсных фракций частиц в эту характеристику.

1.2. Постановка обратной задачи и схема решения

Рассмотрим обратную задачу по нахождению функции распределения $S(r)$ из уравнения (3). Для ее решения предварительно проинтегрируем уравнение (3) по частям. Это приводит к следующему интегральному уравнению относительно функции $S(r)$:

$$K(\lambda, R)S(R) - \int_0^R \frac{\partial K(\lambda, r)}{\partial r} S(r) dr = \varepsilon(\lambda). \quad (6)$$

Если в уравнении (6) перейти от функции $S(r)$ к функции $S_\downarrow(r) = S(R) - S(r)$, то получим уравнение, которое в отличие от (6) не содержит искомого функцию за знаком интеграла:

$$\int_0^R \frac{\partial K(\lambda, r)}{\partial r} S_\downarrow(r) dr = \varepsilon(\lambda). \quad (7)$$

На практике предпочтительнее иметь дело именно с последней, монотонно убывающей функцией $S_\downarrow(r)$, поскольку она, в отличие от функции $S(r)$, обращается в нуль за пределами интервала $[0, R]$. Уравнения (6), (7) имеют общую структуру уравнения первого рода:

$$QS = \varepsilon. \quad (8)$$

Из физических соображений ясно, что точное решение уравнения (8) $S_0(r)$ существует и принадлежит множеству Ω . В [3] показано, что множество Ω является компактом в пространстве $L_p[0, R]$, $p > 1$. В силу непрерывности обратного оператора Q^{-1} на множестве $Q\Omega$ сужение множества допустимых решений до компактного класса Ω достаточно для построения устойчивого приближенного

решения уравнения (8). К настоящему времени разработаны эффективные численные алгоритмы решения некорректных обратных задач на компактных множествах [3]. Для построения устойчивого приближенного решения уравнения (8) достаточно минимизировать функционал невязки

$$F^2 = \|QS - \varepsilon\|^2 \quad (9)$$

на множестве Ω . В качестве приближенного решения уравнения (8) может быть принята любая функция $S_\delta(r) \in \Omega$, для которой функционал $F^2 \leq \delta^2$, где δ^2 характеризует ошибку в исходных данных. При этом имеет место сходимость $S_\delta(r) \rightarrow S_0(r)$ в пространстве $L_p[0, R]$ при $p > 1$.

Отметим некоторые другие важные свойства приближенного решения $S_\delta(r)$, установленные в [3]. Если известно, что $S_0(r)$ – непрерывная функция, что соответствует отсутствию второго слагаемого в (4), то $S_\delta(r)$ сходится к $S_0(r)$ равномерно. Причем приближенное решение $S_\delta(r)$ может быть разрывной монотонной функцией. Наконец, если $S_0(r)$ – кусочно-непрерывная функция, то $S_\delta(r) \rightarrow S_0(r)$ равномерно на каждом замкнутом отрезке, не содержащем точек разрыва точного решения $S_0(r)$.

Сравнивая описанный подход к задаче определения микроструктуры аэрозоля из оптических характеристик рассеяния с методами, использующими регуляризирующие алгоритмы на основе минимизации сглаживающего функционала [4], можно отметить следующие различия. Использование метода сглаживающего функционала ориентировано в основном на задачи восстановления непрерывных гладких аэрозольных распределений $s(r)$.

Переход к интегральному представлению микроструктуры аэрозольных распределений позволяет существенно расширить класс корректности при решении обратных задач. Если распределения $s(r)$ имеют разрывный характер и не обладают требуемыми свойствами гладкости, то целесообразен переход к представлению дисперсного состава с помощью интегральных распределений $S(r)$. В этом случае для описания упомянутых разрывов в распределениях $s(r)$ достаточно применения кусочно-линейной аппроксимации функции $S(r)$. Более того, если допустить существование разрывов в самой функции $S(r)$, то это позволяет включить в рассмотрение ситуации, описывающие наличие монодисперсных фракций аэрозоля, которым в распределениях $s(r)$ соответствовали бы δ -особенности.

К числу других важных преимуществ решения обратной задачи для уравнения (8) на компакте Ω можно отнести возможность оценки погрешности приближенного решения на основе информации об уровне ошибки исходных данных [3].

Использование интегральных распределений $S(r)$ для описания дисперсного состава аэрозольных частиц является менее употребительным по сравнению с другими способами задания микро-

структурных свойств аэрозолей. Исходя из описания микроструктуры аэрозоля в виде (4), можно перейти к другим, более привычным и наглядным микроструктурным параметрам, таким как счетная концентрация, объемный фактор заполнения, моменты различного порядка, в том числе среднее значение, полуширина и т.п. Например, объемный фактор заполнения V и средний по распределению $S(r)$ радиус частиц \bar{r}_s выражаются через функцию $S(r)$ по формулам:

$$V = a \left[RS(R) - \int_0^R S(r) dr \right]; \quad (10)$$

$$\bar{r}_s = V / [aS(R)], \quad a = 4/3. \quad (11)$$

1.3. Конечно-разностная аппроксимация интегралов Стильеса

При решении прямых и обратных задач для интегральных уравнений (6) или (7) относительно функции $S(r)$ могут возникнуть определенные трудности вычислительного характера, связанные с присутствием в подинтегральном выражении производных вида $\partial K(\cdot)/\partial r$ от соответствующих факторов эффективности Ми. В связи с этим возникает необходимость в разработке алгоритмов расчета производных $\partial K/\partial r$, имеющих сильные знакопеременные осцилляции и значительные перепады по амплитуде. Вычисление интегралов от функций с такими свойствами является нетривиальной задачей и требует применения специальных квадратурных формул. В простейшем случае дискретизацию задачи можно провести на основе рассматриваемой ниже схемы.

Для заданного числа узлов n определим сетку узлов $S(r)$ с равномерным шагом $\Delta = R/n$, на которой аппроксимируем распределение $S(r)$ кусочно-линейной функцией (сплайном) по формуле

$$S(r) = \sum_{j=1}^n S_j N_j(r), \quad (12)$$

где $S_j = S(r_j)$ ($S(0) = 0$). Базисные функции $N_j(r)$ имеют вид

$$N_j(r) = N_0[(r - r_j)/\Delta], \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (13)$$

где

$$N_0(r) = \begin{cases} 1 - |r|, & r \leq 1, \\ 0, & r > 1. \end{cases}$$

При такой аппроксимации множество функций $S(r)$ переходит во множество векторов S с ненулевыми компонентами:

$$0 < S_1 \leq S_2 \leq \dots \leq S_n \leq C, \quad (14)$$

где C – верхняя граница суммарного сечения частиц. Сделав подстановку (12) в (6), после преобразований получим конечно-разностный аналог уравнения (6):

$$\sum_{j=1}^n Q_j(\lambda) S_j = \varepsilon(\lambda), \quad (15)$$

где

$$Q_j(\lambda) = \bar{K}_{j-1}(\lambda) - \bar{K}_j(\lambda), \quad j = 1, \dots, n; \quad (16)$$

$$\bar{K}_j(\lambda) = \frac{1}{r_{j+1} - r_j} \int_{r_j}^{r_{j+1}} K(\lambda, r) dr, \quad j = 0, 1, \dots, n-1; \quad (17)$$

$$\bar{K}_n(\lambda) = 0.$$

Функции $\bar{K}_j(\lambda)$ ($j \neq n$) представляют собой усредненные значения ядра $K(\lambda, r)$ на интервалах $[r_j, r_{j+1}]$. Из выражений (15)–(17) видно, что в рассмотренной конечно-разностной схеме не возникает необходимость вычисления интегралов, содержащих производные $\partial K / \partial r$.

1.4. Оценка верхней границы интегрального распределения

При практической реализации рассматриваемого метода необходимо иметь информацию о суммарном геометрическом сечении частиц, определяемом величиной $S(R)$, или, по крайней мере, о какой-либо ее оценке сверху. Этого легко достичь, зная допустимую область изменения среднего фактора эффективности ослабления $\bar{K}(\lambda) = \varepsilon(\lambda) / S(R)$. В качестве такой оценки в формуле (14) можно выбрать величину

$$C = \gamma_s S(R) = \varepsilon(\lambda) / \bar{K}_{\min}(\lambda), \quad (18)$$

где $\gamma_s = \bar{K} / \bar{K}_{\min}$ характеризует меру близости C и $S(R)$, а $\bar{K}_{\min}(\lambda)$ – минимальное значение среднего фактора эффективности на множестве допустимых микроструктурных моделей. Кроме того, из множества оценок величины C , даваемых формулой (18), следует выбирать минимальную по λ .

Для примера на рис. 1 представлено семейство спектральных зависимостей среднего фактора эффективности $\bar{K}(\lambda)$, рассчитанных для микроструктурной модели «дымка H » [5] при различных значениях показателя преломления. Из рис. 1 видно, что для всех длин волн фактор эффективности $\bar{K}(\lambda)$ принимает наименьшие значения при минимальной величине вещественной части показателя преломления. При этом отношение $\gamma_s = \bar{K} / \bar{K}_{\min}$ наиболее близко к единице на левом конце спектрального интервала. Например, если истинное значение комплексного показателя преломления равно $(1,5 - i \cdot 0)$, то без учета поглощения при $\lambda = 0,31$ мкм оценка $\gamma_s(0,31) = 1,05$. Если же допустить, что мнимая часть показателя преломления может находиться в пределах $0 \leq \kappa \leq 0,05$, то оценка $\gamma_s(0,31)$ возрастает до 1,14.

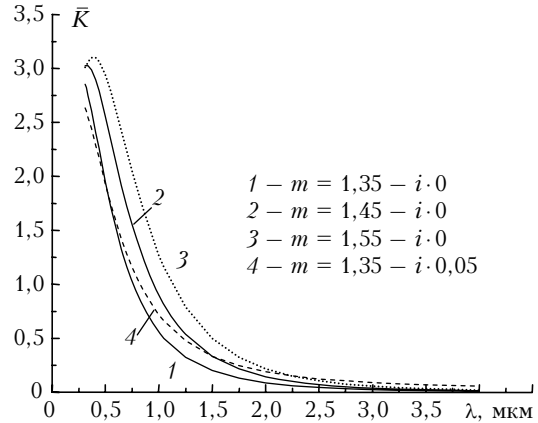


Рис. 1. Влияние показателя преломления на спектральные зависимости среднего фактора эффективности ослабления $\bar{K}(\lambda)$ для полидисперсной модели аэрозоля типа «дымка H »

Установленные тенденции в поведении γ_s сохраняются и для более сложных микроструктурных моделей, когда в среде, наряду с субмикронными частицами, присутствуют частицы грубодисперсного диапазона. На рис. 2 изображены зависимости среднего фактора $\bar{K}(\lambda)$ для модели, в которой грубодисперсная фракция частиц была представлена в форме широкого логнормального распределения со средним радиусом $\bar{r}_s = 1,23$ мкм при различной величине p ее относительного вклада в суммарный коэффициент ослабления $\varepsilon(\lambda)$ на длине волны $\lambda = 0,55$ мкм. В этом случае комплексный показатель преломления считался одинаковым для обеих фракций и равным $1,35 - i \cdot 0$.

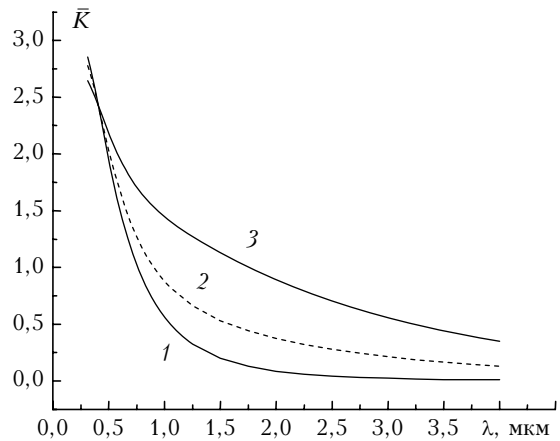


Рис. 2. Изменчивость спектральной зависимости среднего фактора эффективности ослабления $\bar{K}(\lambda)$ при вариациях относительного вклада p грубодисперсной фракции частиц в коэффициент ослабления $\varepsilon(0,55)$ ($1 - p = 0$; $2 - 0,2$; $3 - 0,5$)

Из рис. 2 видно, что в окрестности длины волны $\lambda = 0,41$ мкм все кривые пересекаются, т.е. при данной длине волны на величину фактора эффективности $\bar{K}(\lambda)$ не оказывает влияния выбор микроструктурной модели. Для $\lambda = 0,41$ мкм оценка γ_s

меняется в пределах 1,25–1,35 для области допустимых значений мнимой части показателя $0 \leq \kappa \leq 0,05$.

Таким образом, из приведенных оценок следует, что при вариациях микрофизических параметров аэрозольной модели в достаточно широких пределах величина коэффициента пропорциональности в соотношении $C = \gamma_s S(R)$ между суммарным геометрическим сечением аэрозольных частиц $S(R)$ и оценкой его верхней границы C , полученной из формулы (18), по крайней мере, не превышает значения 1,35.

2. Моделирование обратной задачи для коэффициента ослабления света субмикронным аэрозолем

Для оценки эффективности предлагаемой методики решения обратной задачи проведен замкнутый численный эксперимент. В настоящей статье в качестве модельного рассмотрено аэрозольное распределение типа «дымка H », локализованное в субмикронном диапазоне размеров частиц. Результаты численного моделирования, которые относятся к более сложной модели, образованной двумя фракциями частиц — субмикронной (m) и грубодисперсной (r), рассмотрены во второй части данной работы [6].

В численном эксперименте исследована точность восстановления интегральной функции распределения по размерам $S_{\downarrow}(r)$, а также соответствующих микроструктурных параметров — среднего радиуса частиц \bar{r}_s (11) и объемного фактора заполнения V (10). Решение обратной задачи находилось путем минимизации функционала невязки (9) при ограничениях (14) методом условного градиента [3].

Особое внимание уделено изучению влияния объема входных данных и вносимых в них погрешностей, а также ошибок в априорном задании показателя преломления на результаты обращения. Детально рассмотрены вопросы алгоритмической реализации процедуры минимизации. К числу неизвестных параметров, задаваемых априорно, относятся, вообще говоря, границы диапазона размеров рассеивающих частиц. Ранее, в разд. 1.4 даны рекомендации по априорному заданию верхней границы суммарного геометрического сечения частиц. Ниже исследовано влияние этой границы на качество решения.

При численном моделировании по заданной микроструктурной модели аэрозоля рассчитывались значения коэффициента ослабления $\epsilon_{0i} = \epsilon_0(\lambda_i)$, в которые затем вносилась случайная ошибка по следующему правилу:

$$\epsilon_i = \epsilon_{0i} + \epsilon_{0,i} \delta(2\eta_i - 1). \quad (19)$$

Конкретные значения длин волн из спектрального интервала $[0,31; 4,0]$ мкм выбирались в соответствии с возможностями аппаратуры [1]. Величина δ в формуле (19) характеризует уровень относительной погрешности, а η_i представляет собой ре-

ализацию случайной величины, равномерно распределенной в интервале $[0, 1)$.

Примеры восстановления интегральной функции распределения $S_{\downarrow\delta}(r)$ для модели среды, образованной только субмикронными частицами с комплексным показателем преломления $m = 1,5 - i \cdot 0$, приведены на рис. 3.

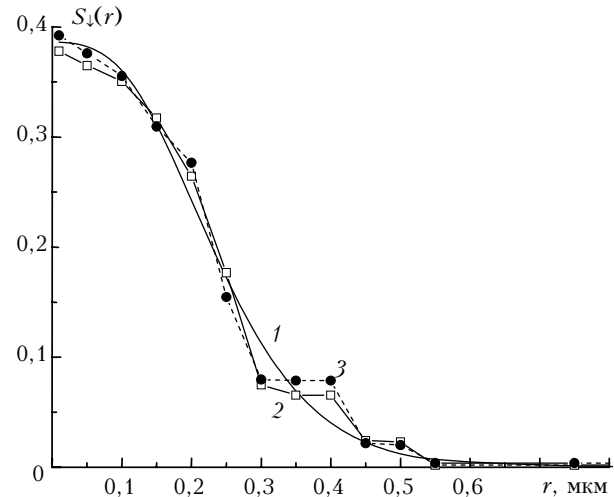


Рис. 3. Результаты обращения функции $\epsilon(\lambda)$ при известном показателе преломления и различной ошибке измерений: 1 — модельное распределение; 2, 3 — распределения $S_{\downarrow\delta}(r)$, восстановленные при $\delta = 0,05$ и $0,1$ соответственно

Отметим некоторые особенности результатов обращения. Во-первых, это касается задания верхней границы R размеров частиц при решении обратной задачи. Известно, что от правильного выбора области определения искомого решения существенно зависит эффективность восстановления дифференциальных аэрозольных распределений. В данном примере априори не предполагалось известным, что частицы принадлежат субмикронному диапазону, и поэтому величина $R = 4,15$ мкм выбиралась заведомо «с запасом». Тем не менее восстановленные функции $S_{\downarrow\delta}(r)$ оказались локализованными в области $r < 0,75$ – $0,8$ мкм. При этом вклад частиц больших размеров в суммарное сечение составляет менее 1%.

Далее рассмотрим, как влияет на результаты восстановления функции $S_{\downarrow\delta}(r)$ априорное задание верхней границы C суммарного сечения частиц. В соответствии с оценками γ_s , полученными в разд. 1.4, были проведены модельные расчеты по восстановлению интегральной функции распределения $S_{\downarrow\delta}(r)$ при различном априорном задании верхней границы C в неравенствах (14). Из анализа полученных результатов установлено, что в наибольшей степени выбор величины C влияет на результаты восстановления функции $S_{\downarrow\delta}(r)$ при малых значениях r , т.е. в той области, где частицы оптически наименее активны. Для примера на рис. 4 приведены зависимости $S_{\downarrow\delta}(r)$ в области $r < 0,12$ мкм, восстановленные для γ_s из интервала 1,1–1,4.

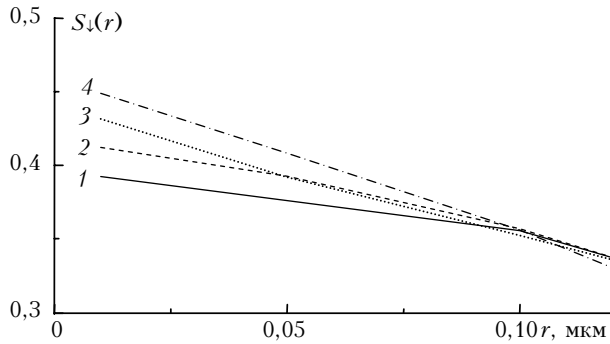


Рис. 4. Вид распределения $S_{\downarrow\delta}(r)$ при малых r , восстановленного в численном эксперименте в зависимости от параметра γ_s ($1 - \gamma_s = 1,1$; $2 - 1,2$; $3 - 1,3$; $4 - 1,4$)

При $r \rightarrow 0$ расхождение представленных на рис. 4 кривых монотонно увеличивается. Это приводит к росту ошибки в восстановлении суммарного сечения частиц $S_{\delta}(R) = S_{\downarrow\delta}(0)$ за счет завышения вклада самых мелких частиц.

Зависимость $S(R)$ от γ_s , представленная на рис. 5, имеет практически линейный характер.

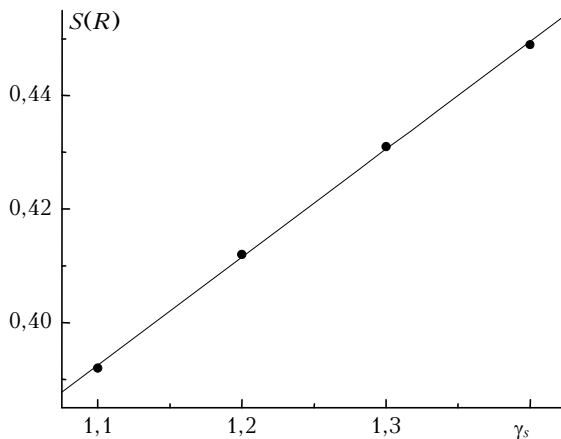


Рис. 5. Зависимость суммарного сечения $S(R)$ от параметра γ_s

Из рис. 5 следует, что ошибка восстановления суммарного сечения $S_{\delta}(R)$ при максимальном значении $\gamma_s = 1,4$ увеличивается на 15%. Следует отметить, что выбор γ_s и связанные с ним изменения в восстановленных значениях $S_{\delta}(R)$ почти не оказывают никакого влияния на уровень достигаемой невязки, которая в промежутке $0,31 \leq \lambda \leq 0,55$ мкм не превышает 5%. Поэтому можно сделать вывод, что наблюдаемые на рис. 4 вариации в поведении восстановленных зависимостей $S_{\downarrow\delta}(r)$ обусловлены в первую очередь вносимой в них априорной информацией о положении верхней границы C . Влияние величины γ_s , а вместе с ней и верхней границы C на точность восстановления параметров микроструктуры V и \bar{r}_s показано ниже в таблице.

Влияние ошибок в показателе преломления. Выше при восстановлении микроструктуры аэрозо-

ля из оптических измерений показатель преломления частиц считался заданным точно и равным $1,5 - i \cdot 0$. Но поскольку на практике значение показателя преломления известно, как правило, с некоторой ошибкой, то необходимо оценить влияние ошибок в априорном задании показателя преломления на точность восстановления микроструктуры аэрозоля. На рис. 6 представлены результаты восстановления интегрального распределения $S_{\downarrow\delta}(r)$ при ошибках в задании вещественной части комплексного показателя преломления $\Delta n = \pm 0,05$ противоположных знаков и случайной ошибке измерений $\delta = 0,1$. Из сравнения зависимостей (рис. 6) с результатами решения обратной задачи при точном задании показателя преломления (см. рис. 3) можно сделать следующий общий вывод. Влияние ошибок в вещественной части показателя преломления качественно проявляется в сдвиге кривых $S_{\downarrow\delta}(r)$ относительно осей абсцисс и ординат. Аналогичное влияние на восстановленное распределение $S_{\downarrow\delta}(r)$ оказывают ошибки задания мнимой части показателя преломления.

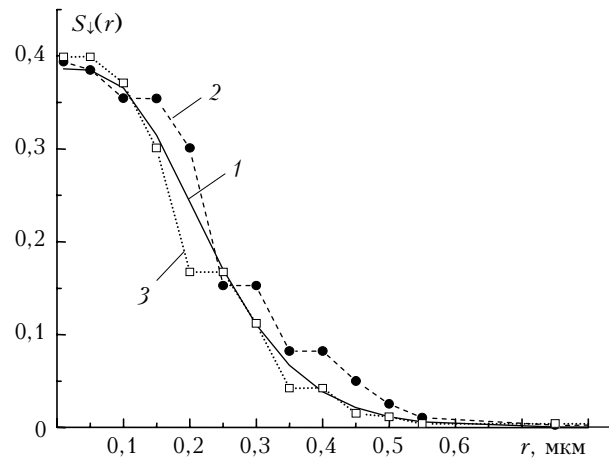


Рис. 6. Влияние априорного выбора показателя преломления на результаты обращения функции $\epsilon(\lambda)$: $1 -$ модельное распределение с показателем преломления $n = 1,5$; $2, 3 -$ распределения $S_{\downarrow\delta}(r)$, восстановленные при ошибке измерений $\delta = 0,1$ ($2 - n = 1,45$; $3 - 1,55$)

Восстановление микроструктурных параметров. Конечная цель исследования состоит в восстановлении микроструктурных параметров — среднего радиуса \bar{r}_s и объемного фактора заполнения V . Результаты модельных расчетов указанных параметров по формулам (10) и (11) представлены в таблице для двух значений R : 4,15 и 0,55 мкм. Большие значения выбирались для моделирования ситуации, когда отсутствовала априорная информация о принадлежности ансамбля частиц субмикронному диапазону размеров. Меньшее значение определяло верхнюю границу R оптически активных частиц, для которой вклад в ослабление более крупных частиц не превышает ошибок измерений.

Результаты восстановления параметров микроструктуры дымки при численном моделировании обращения спектральных зависимостей $\epsilon(\lambda)$

| Параметр | Точные данные | $\delta=0,05, \gamma_s=1,1$ | $\delta=0,10, \gamma_s=1,1$ | $\delta=0,10, \gamma_s=1,4$ | $\delta=0,10, n=1,45$ | $\delta=0,10, n=1,55$ | $\delta=0,10, \kappa=0,05$ |
|-------------------|---------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------|
| $R = 4,15$ мкм | | | | | | | |
| V | 0,124 | 0,127 | 0,132 | 0,135 | 0,144 | 0,124 | 0,121 |
| \bar{r}_s , мкм | 0,241 | 0,251 | 0,252 | 0,225 | 0,275 | 0,233 | 0,234 |
| $R = 0,55$ мкм | | | | | | | |
| V | 0,119 | 0,121 | 0,122 | 0,125 | 0,130 | 0,114 | 0,121 |
| \bar{r}_s , мкм | 0,234 | 0,242 | 0,236 | 0,211 | 0,255 | 0,216 | 0,234 |

Данные, содержащиеся в таблице для двух значений R , близки, но имеются и некоторые различия. За счет исключения из рассмотрения частиц размерами больше 0,55 мкм уменьшились, хотя и незначительно, как фактор заполнения, так и средний радиус частиц. Столбцы 3–5 содержат результаты восстановления микроструктурных параметров при точном значении показателя преломления, а столбцы 6–8 – при дополнительной погрешности в задании вещественной и мнимой частей показателя преломления. Столбец 5 характеризует предельное влияние априорной неопределенности в задании суммарного геометрического сечения $S(R)$, выраженной через параметр γ_s [см. формулу (18)].

Отметим основные точностные характеристики восстановления микроструктурных параметров для $R = 4,15$ мкм. Для измерений $\epsilon(\lambda)$, заданных с погрешностью $\delta = 0,1$, ошибка вычисления объемного фактора заполнения V не превышает 6% (при точном значении показателя преломления) и 16% при $|\Delta n| = 0,05$. Абсолютная ошибка восстановления среднего радиуса частиц при тех же условиях составляет около 0,01 и 0,03 мкм соответственно. На восстановление обоих параметров более существенное влияние оказывает неопределенность в выборе вещественной части показателя преломления, чем неопределенность его мнимой части.

Что же касается данных для $R = 0,55$ мкм, то, характеризуя их в целом, можно отметить, что сужение области определения восстанавливаемой функции до границ, вне которых реальное распределение обращается в нуль, приводит к повышению точности при оценке как объемного фактора заполнения, так и среднего радиуса частиц.

Заключение

Для восстановления микроструктурных параметров аэрозоля из оптических измерений с помо-

щью многоволновых солнечных фотометров предложено использовать интегральные аэрозольные распределения частиц по размерам. Показано, что при таком подходе приближенное устойчивое решение обратной задачи находится путем минимизации функционала невязки на множестве монотонных ограниченных функций без каких-либо дополнительных ограничений на искомое решение и привлечения специальных регуляризирующих процедур. Это позволяет легко автоматизировать процесс массовой обработки больших объемов измерительных данных в режиме постоянных наблюдений.

Отказ от стремления восстановить детальную микроструктуру аэрозоля в виде дифференциальной функции распределения частиц по размерам не препятствует получению из результатов обращения информации о моментах различного порядка, в том числе таких, как средний размер частиц и объемный фактор заполнения. Во многих практических приложениях этой информации вполне достаточно для контроля аэрозольного состояния атмосферы.

Методами численного моделирования продемонстрирована эффективность предложенной методики при решении обратной задачи для измерений спектральных зависимостей ослабления света частицами субмикронного аэрозоля. Показано, что для субмикронного аэрозоля объемный фактор заполнения определяется с ошибкой менее 6%, а точность восстановления среднего радиуса частиц достигает 0,01 мкм.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-05-64410).

1. Кабанов Д.М., Сакерин С.М., Турчинович С.А. Солнечный фотометр для научного мониторинга (аппаратура, методика, алгоритмы) // Оптика атмосф. и океана. 2001. Т. 14. № 12. С. 1162–1169.
2. Сакерин С.М., Кабанов Д.М., Пхалагов Ю.А., Ужegov В.Н. Исследование одновременных вариаций аэрозольного ослабления радиации на горизонтальных и наклонных трассах // Оптика атмосф. и океана. 2002. Т. 15. № 4. С. 321–327.
3. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. М.: Наука, 1983. 200 с.
4. Зуев В.Е., Наац И.Э. Обратные задачи лазерного зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1982. 195 с.
5. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. М.: Мир, 1971. 165 с.
6. Веретенников В.В. Обратные задачи солнечной фотометрии для интегральных аэрозольных распределений. II. Разделение на субмикронную и грубодисперсную фракции // Оптика атмосф. и океана. 2006. Т. 19. № 4. С. 301–307.

V.V. Veretennikov. Inverse problems of solar photometry for integral aerosol distributions. I. Theory and numerical experiment in sub-micron range of particle sizes.

Methods and numerical algorithm of aerosol microstructure reconstruction from light scattering characteristics is considered based on integral distribution functions describing dispersion composition of aerosol particles. The efficiency of the proposed methods was investigated in a numerical experiment consisting in conversion of spectral measurements of light attenuation coefficients by sub-micron aerosol particles. The developed approach allows automation of solving inverse problems when processing large amounts of routine measurements.