

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ

УДК 621.378.325

**В.В. Колосов, С.И. Сысоев**

### МИНИМИЗАЦИЯ УГЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЧАСТИЧНО КОГЕРЕНТНОГО ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Для среды с нелинейностью керровского типа исследована возможность получения минимальной угловой расходимости в дальней зоне частично когерентного излучения. В общем виде сформулировано условие, позволяющее получить максимум интенсивности в точке приема и показана принципиальная возможность получения угловой расходимости меньше дифракционной для фокусирующей среды. Определены оптимальные значения начальных параметров излучения и влияние когерентных свойств излучения при минимизации угловой расходимости.

Представленные результаты позволяют определить область значений параметров, позволяющих получить заданное значение угловой расходимости.

Распространение лазерного излучения через нелинейные среды происходит с уменьшением плотности энергии. Для минимизации нелинейной расходимости используются как методы оптимизации параметров оптических систем, так и получившие в последнее время большое развитие методы адаптивного управления. Обзор работ по этим вопросам проведен в [1, 2].

Наиболее просто, но весьма эффективно осуществляется программная фазовая коррекция для случая, когда основные нелинейные искажения фазы излучения происходят на участке трассы, расположенной вблизи излучающей апертуры.

Эти вопросы для когерентного излучения на вертикальных и сканирующих трассах рассматривались в работах [1–5].

Проводились исследования угловых характеристик пучка в дальней зоне для частично когерентного излучения, прошедшего по вертикальной трассе сквозь тонкий слой нелинейной среды [6]. Вопросы минимизации угловой расходимости в дальней зоне для слоя керровской нелинейности в безабберационном приближении рассматривались в [7].

Рассмотрим частотно-импульсный режим излучения, когда:

$$\tau_{ii} \ll \tau_{nl}, \quad T \sim \tau_{nl},$$

где  $\tau_{ii}$  — длительность импульса;  $\tau_{nl}$  — время нелинейного отклика среды;  $T$  — период следования импульсов. Тогда можно считать, что импульс, начиная со второго, распространяется в рефракционном канале с распределением диэлектрической проницаемости, сформировавшимся после прохождения предыдущих импульсов. При этом данный импульс распространяется без самовоздействия.

Ставится задача получить минимальную угловую расходимость в дальней зоне дифракции после прохождения тонкого слоя нелинейной среды толщиной  $z_s$  ( $z$  — продольная координата), в котором излучение взаимодействует со средой. Считаем, что угловая расходимость достигает своего минимального значения, когда интенсивность в точке приема становится максимальной. В работе [8] для частично когерентного излучения, распространение которого описывается уравнением переноса излучения, было показано, что если точка приема находится внутри нелинейной зоны, то оптимальным фазовым фронтом в начальной плоскости будет фронт, который пришел бы от точечного источника, помещенного в точку приема. Тогда, условно поместив источник в дальнюю зону, имеем в плоскости  $z_s$  плоскую волну, пришедшую от него. Эта волна, пройдя слой нелинейности, дает в плоскости  $z = 0$  оптимальный фазовый фронт. Назовем эту волну, позволяющую определить оптимальный фазовый фронт, опорной волной (источником такой волны может служить звезда).

Это утверждение докажем в безабберационном приближении и в его рамках проведем дальнейшие рассуждения.

Безразмерная ширина пучка  $g(z)$ , для любых типов нелинейности в безабберационном приближении удовлетворяет уравнению:

$$\frac{d^2 g}{dz^2} = f(z) g + \beta g^{-3}. \quad (1)$$

Здесь и далее  $z$  нормирована на рефракционную длину

$$L_R = \frac{1}{2} |\varepsilon_2(z=0)|^{-1/2}; f(z) = \varepsilon_2(z)/|\varepsilon_2(z=0)|,$$

$\varepsilon_2 = \frac{d^2\varepsilon(z, R)}{dR^2} \Big|_{R=0}$ ,  $\varepsilon$  – возмущение диэлектрической проницаемости, вид которой функционально определяется типом нелинейности;  $\beta = (L_R/L_D)^2$ , где  $L_D$  – дифракционная длина:  $L_D = \kappa a_0^2 / \sqrt{1 + (a_0/a_k)^2}$ ,  $a_k$  – радиус когерентности излучения,  $a_0$  – радиус пучки в плоскости  $z = 0$

Решение уравнения (1) [9] с начальными условиями:  $g(z=0) = 1$ ,  $g'(z=0) = 1/F \equiv \alpha$ , где  $F$  имеет смысл фокусного расстояния, можно представить в виде

$$g^2 = v_1^2 + \beta v_2^2,$$

где  $v_1$  и  $v_2$  есть решения уравнения:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = f(z)v \quad (2)$$

с начальными условиями:  $v_1(z=0) = 1$ ,  $\frac{dv_1(z=0)}{dz} = \alpha$ ;  $v_2(z=0) = 0$ ;  $dv_2(z=0)/dz = 1$ .

После прохождения слоя  $z_s$  пучок приобретает угловую расходимость

$$\gamma^2 = \left( \frac{dg_s}{dz} \right)^2 + \beta g_s^{-2} = g_s^{-2} \left( \left( v_{1s} \frac{dv_{1s}}{dz} + \beta v_{2s} \frac{dv_{2s}}{dz} \right)^2 + \beta \right), \quad (3)$$

где индекс  $s$  указывает, что значение функции рассматривается при  $z = z_s$ . Тогда  $g(z)$  имеет вид

$$g_s = (v_{0s} + \alpha v_{2s})^2 + \beta v_{2s}^2.$$

В силу линейности уравнения (2) мы использовали для  $v_1$  следующую линейную комбинацию:

$$v_1 = v_0 + \alpha v_2, \quad (4)$$

где  $v_0$  удовлетворяет (2) с начальными условиями:

$$v_0(z=0) = 1, dv_0(z=0)/dz = 0.$$

Рассмотрим, при какой фокусировке угловая расходимость минимальна. Для этого найдем при каких значениях  $\alpha$ ,  $d\gamma^2/d\alpha$  обращается в ноль. Решаем уравнение:

$$\frac{d\gamma^2}{d\alpha} = \frac{d\gamma^2}{dv'_{1s}} \frac{dv'_{1s}}{d\alpha} = 0, \text{ где } v'_i = \frac{dv_i}{dz}.$$

Из условия постоянства определителя Вронского для уравнения (2) следует, что  $v_1(z) = 1/v'_2(z)$ . Легко показать, что

$$\frac{dv_1}{d\alpha} \Big/ \frac{dv'_1}{d\alpha} = \frac{v_2(z)}{v'_2(z)}.$$

Используя эти условия, получаем, что минимальная угловая расходимость достигается при значении  $\alpha = \alpha_{\text{опт}}$ , для которого

$$v'_{1s} = 0 \quad (5)$$

Тогда из (4) получаем значение  $\alpha_{\text{опт}}$ , соответствующее оптимальной фокусировке исходного ограниченного пучка, описываемого (1):

$$\alpha_{\text{опт}} = -v'_{0s}/v'_{2s}$$

Однако в (5)  $v'_{1s}$  — есть производная по  $z$  в плоскости  $z = z_s$  от функции  $v_1$ , которая является решением уравнения (2) с начальными условиями:  $v_1(z=0) = 1$ ,  $v'_1(z=0) = \alpha = \alpha_{\text{опт}}$ . Так как уравнение (2) следует из (1) при предельном переходе  $\beta \rightarrow 0$ , то  $v_1$  описывает распространение пучка с радиусом  $a_0 \rightarrow \infty$ .

Таким образом, волна, идущая от точечного источника из дальней зоны, приходит на  $z = z_s$  бесконечной плоской волной и, дойдя до начальной плоскости, имеет фазовый фронт с кривизной  $\alpha = \alpha_{\text{опт}}$ . Следовательно, такую волну можно использовать в качестве опорной. Примечательно, что  $\alpha_{\text{опт}}$  не зависит от  $\beta$ , а следовательно, от радиуса исходного пучка и от радиуса когерентности.

Подставив (5) в (3), легко получить для оптимально сфокусированного пучка минимальную угловую расходимость в дальней зоне:

$$\gamma_{\min}^2 = \beta v'^2_{2s}. \quad (6)$$

Отметим, что для рассматриваемого случая угловая расходимость  $\gamma^2 = \beta$  соответствует дифракционной расходимости, то есть расходимости пучка, распространяющегося в линейной среде. Как видно из (2), для дефокусирующего нелинейного слоя ( $\epsilon_2(z) > 0$ ) получаем  $v'_{2s} > 1$ . Тогда даже при наличии оптимальной фокусировки в начальной плоскости расходимость в дальней зоне больше дифракционной:  $\gamma_{\min}^2 > \beta$ . Для фокусирующей же среды ( $\epsilon_2(z) < 0$ )  $v'_{2s} < 1$ , и, следовательно,  $\gamma_{\min}^2$  может быть меньше  $\beta$ .

Из (6) видно, что чем более когерентно излучение (то есть меньше  $\beta$ ), тем меньшая угловая расходимость достижима.

$z_s$	$\beta = 0,001$	$\beta = 0,05$	$\beta = 1$
0	$\frac{0,001}{0,001}$	$\frac{0,050}{0,050}$	$\frac{1,0}{1,0}$
0,2	$\frac{0,042}{0,001}$	$\frac{0,093}{0,052}$	$\frac{1,081}{1,041}$
0,5	$\frac{0,273}{0,001}$	$\frac{0,335}{0,064}$	$\frac{1,543}{1,272}$
1,0	$\frac{1,384}{0,002}$	$\frac{1,500}{0,119}$	$\frac{3,762}{2,381}$
1,5	$\frac{4,539}{0,006}$	$\frac{4,811}{0,277}$	$\frac{10,068}{5,534}$

В таблице приведены результаты расчетов угловой расходимости  $\gamma^2$  коллимированного (числитель) и оптимально сфокусированного (знаменатель) пучка, в зависимости от толщины слоя нелинейности при различных  $\beta$ . Расчеты выполнены для случая  $f(z) = 1$  при  $0 \leq z \leq z_s$  и  $f(z) = 0$  при  $z > z_s$ .

Анализируя эти результаты, можно отметить, что, ставя задачу получения минимальной угловой расходимости, мы, с увеличением толщины нелинейного слоя, имеем для оптимально сфокусированного пучка все возрастающий выигрыш по сравнению с коллимированным, и этот выигрыш тем больше, чем меньше значение  $\beta$ . Однако получаемый уровень  $\gamma_{\min}$  остается выше уровня дифракционной расходимости и различие их с увеличением толщины слоя  $z_s$ , возрастает. При этом возрастание примерно одинаково для всех значений  $\beta$  и для  $z_s = 1,5$   $\gamma_{\min}$  превышает дифракционную расходимость в 5–6 раз.

В случае непрерывного излучения, при  $\tau_{\text{кор}} \ll \tau_{\text{нл}}$ , где  $\tau_{\text{кор}}$  — время коррекции фазового фронта на источнике излучения, наблюдается ситуация, когда мы имеем возможность контролировать опорной волной распределение диэлектрической проницаемости, сформированное к данному моменту времени и, подстраивая систему зеркал источника, создавать оптимальный в каждый данный момент времени, фазовый фронт. В этом случае ситуация аналогична рассмотренной выше и, следовательно, действительны те же выводы и рассуждения, которые получены для частотно-импульсного режима излучения.

Для случая  $\tau_{\text{кор}} \gtrsim \tau_{\text{нл}}$  фазовая коррекция, основанная на использовании в качестве опорной волны бесконечного плоского (на  $z = z_s$ ) фронта, не будет оптимальной, так как изменение корректируемого фокуса будет отставать от изменений распределения диэлектрической проницаемости среды.

Рассмотрим возможность получения оптимальной фокусировки, как и в [7], на примере нелинейности керровского типа.

Как известно, для керровской нелинейности решение уравнения (1) с начальными условиями  $g(z=0) = 1$ ;  $dg(z=0)/dz = -\alpha$  имеет вид:  $g_s^2 = (1+z_s\alpha)^2 + z_s^2(1+\beta)$ . Величину оптимальной фокусировки можно найти из уравнения  $d\gamma^2/d\alpha = 0$ . Однако точное аналитическое решение получить затруднительно. Численные исследования  $\gamma = \gamma(z_s, \alpha, \beta)$  показали, что для  $z_s = 0,2$  и

$\beta = 0,01; 0,05$  наблюдается два минимума функции, а для  $z_s = 0,5$  и тех же  $\beta$  уже только один минимум. Причем при двух минимумах более глубокий соответствует фокусировке с более длинным фокусом.

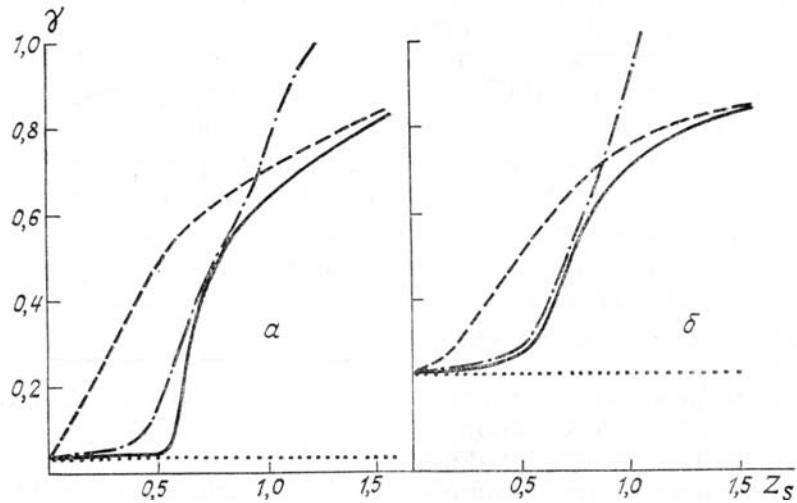


Рис. 1. Зависимость угловой расходимости  $\gamma$  от нормированных значений толщины слоя нелинейности  $z_s$  при  $\beta = 0,001$  — (а),  $\beta = 0,05$  — (б). Оптимально сфокусированный пучок (сплошная кривая), коллимированный (штриховая) и рассчитанный по алгоритму (штрихпунктирная), дифракционный уровень (точки)

На рис. 1 приведена зависимость угловой расходимости от толщины слоя нелинейности  $z_s$  для оптимального сфокусированного (сплошная) и коллимированного (штриховая) пучков, выделен уровень дифракционной расходимости (пунктирная). Как видно из рисунка, если толщина слоя не превышает половины длины рефракции, то оптимальная фокусировка позволяет получить уровень расходимости, близкий к дифракционному. Для толщин слоя, больших рефракционной длины, выигрыш при данных  $\beta$  составляет по сравнению с коллимированным менее десяти процентов. Здесь же можно выделить толщину слоя, где оптимально сфокусированный пучок будет давать выигрыши по сравнению с коллимированным, в несколько раз или лишь на доли процента, а следовательно, определить для каждого конкретного случая насколько эффективна фокусировка.

Зависимость угловой расходимости от  $\beta$  приведена на рис. 2. Видно, что для  $\beta$  порядка 0,05 и меньше для приведенных на рисунке значений толщин слоя нелинейности выигрыши имеем в  $\approx 2$  раза и более (относительно угловой расходимости для коллимированного пучка уколов). Примечательно, что наибольший выигрыш наблюдается для  $z_s$  порядка половины длины рефракции для любых  $\beta$ , и для  $\beta = 10^{-4}$  составляет 30 раз. Таким образом, можно сказать, что с увеличением  $\beta$  фазовая коррекция становится менее эффективной.

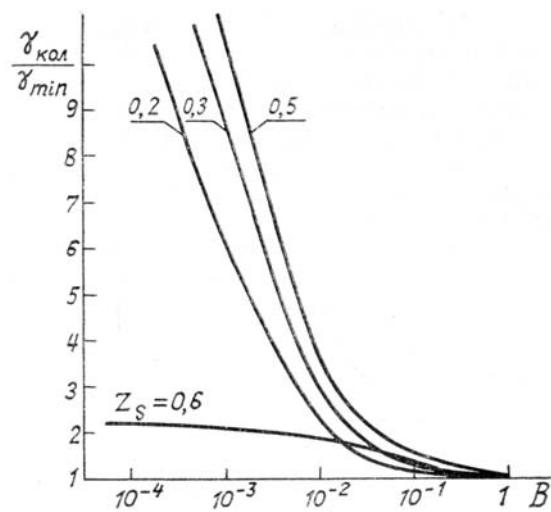


Рис. 2. Зависимость  $\gamma_{\text{кол}}/\gamma_{\text{мин}}$  от  $\beta$  для различных нормированных значений толщин слоя нелинейности  $z_s$

Штрихпунктирной линией на рис. 1 представлены численные расчеты угловой расходимости пучка, прошедшего нелинейный слой, коррекция фазового фронта которого выполнена по алгоритму,

использующему идею плоской опорной волны и представляющему собой один из возможных вариантов программной фазовой коррекции. Согласно алгоритму, в плоскости  $z = z_s$  задается пучок с радиусом, равным радиусу исходного пучка ( $g = 1$ ), и плоским фазовым фронтом. Далее рассчитывается распространение данного пучка в начальную плоскость и дошедшее распределение фазового фронта в данной плоскости принимается за начальное для пучка, посыпанного в дальнюю зону через слой нелинейности. Видно, что угловые расходимости для оптимально сфокусированного пучка и для пучка, фокусировка которого задается согласно данному алгоритму, хорошо совпадают при  $z_s \leq 0,8$ . Для больших значений  $z_s$  алгоритм перестает работать, и для  $z_s \approx 1$  фокусировка пучка, согласно данному алгоритму, дает расходимость, превышающую расходимость коллимированного пучка. Однако, как следует из рисунков, фазовая коррекция весьма эффективна именно для тех  $z_s$ , где алгоритм работает.

Таким образом, для случая  $\tau_{\text{кор}} \geq \tau_{\text{нл}}$  получаем, что фазовая коррекция позволяет существенно (в десятки раз) увеличить эффективность передачи энергии по сравнению с коллимированным пучком в том случае, если толщина нелинейного слоя  $z_s \leq 0,5$  и  $\beta \leq 0,0005$ . При этом достигается уровень расходимости близкий к дифракционному. С ухудшением когерентных свойств пучка (то есть с ростом  $\beta$ ), фазовая коррекция приводит к меньшему выигрышу. Для  $z_s > 1$  даже оптимальная фокусировка дает выигрыши в несколько процентов. Очевидно, что в этом случае неоптимальные алгоритмы (например, с программной коррекцией) могут привести к ухудшению характеристик излучения по сравнению с коллимированным пучком.

1. Воронцов М. А., III малъгаузен В. И. Принципы адаптивной оптики. М.: Наука, 1985. 335 с.
2. Лукин В. П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 157 с.
3. Bradley L. C., Heggmann J. //Appl. Optics. 1974. V. 13. № 2. P. 331–334.
4. Ахманов С. А., Воронцов М. А., Кандидов В. П. и др. //Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23. № 1. С. 1–37.
5. Зуев В. Е., Коняев П. А., Лукин В. П. //Изв. вузов. Физика, 1985. Т. 28. № 11. С. 6.
6. Кузнецов М. Ф. Исследование распространения частично когерентного излучения в атмосфере в условиях нелинейной ветровой рефракции. Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск: ИОА СО АН СССР, 1987. 18 с.
7. Полякова И. Ю., Сухоруков А. П. //Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 7. С. 93–97.
8. Колесов В. В., Кузиковский А. В. //Квантовая электроника. 1981. Т. 8. № 3. С. 490–494.
9. Воробьев В. В. Тепловое самовоздействие лазерного излучения в атмосфере. М.: Наука, 1987. 200 с.

Институт оптики атмосферы  
СО АН СССР, Томск

Поступила в редакцию  
28 декабря 1988 г.

**V. V. Kolosov, S. I. Sysoev. Minimization of Angular Characteristics of Partially Coherent Optical Radiation.**

The possibility of minimizing the angular divergence of partially coherent radiation in the far zone is studied in this paper for the medium with nonlinearity of Kerr type. General formulation is given for the condition under which it is possible to obtain maximum intensity at the observation point. It is also shown that a possibility occurs of obtaining the angular divergence smaller than the diffraction one in the focusing medium. Optimal values of the initial parameters of radiation are determined and the influence of coherent properties of radiation on the minimization of angular divergence is studied.

The results presented in the paper allows the determination of the parameters region for which the desired value of angular divergence can be achieved.