

Е.В. Горев, В.С. Комаров, А.В. Лавриненко, В.В. Будаев

## Численное восстановление профилей температуры и ветра в пограничном слое атмосферы на основе алгоритма фильтра Калмана и двумерной динамико-стохастической модели

### Часть 1. Методические основы

*Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск*

Поступила в редакцию 10.12.2007 г.

Рассматриваются методические основы решения задачи численного восстановления вертикальных профилей температуры и ветра в пограничном слое атмосферы, осуществляемого по данным наземного уровня и единичных высотных наблюдений, полученных в предшествующие (восстановлению) сроки, с использованием алгоритма калмановской фильтрации и двумерной динамико-стохастической модели.

В последние годы среди многочисленных проблем современной метеорологии, связанных с информационной поддержкой прикладных задач, важное место занимает проблема восполнения недостающей информации на отдельных уровнях атмосферы, в том числе и ее пограничного слоя. При этом области применения процедуры восполнения данных достаточно разнообразны. (Так, например, к ним можно отнести область атмосферной оптики, которая связана с лидарным дистанционным зондированием параметров окружающей среды.) Это обусловлено тем, что, несмотря на заметные преимущества лидарных систем перед средствами радиозондирования (очень высокое пространственно-временное разрешение лидарных измерений при их вполне приемлемой для практики точности), их функционирование зависит в значительной степени от погодных условий.

Так, например, при низкой сплошной облачности, тумане и интенсивных осадках оптическое зондирование атмосферы вообще не проводится. Поэтому в подобных погодных условиях (для обеспечения всепогодности лидарного зондирования) необходимо использовать один из возможных алгоритмов численной экстраполяции метеорологических полей по высоте, осуществляемой по данным наземного или нижележащих уровней.

Вторым примером применения процедуры численного восполнения недостающей информации в пограничном слое атмосферы (ПСА) может служить экологическая область, поскольку оценка и прогноз процессов загрязнения атмосферного воздуха на локальном уровне (особенно в пределах крупных городов) невозможны без предварительного получения для этого слоя данных о температур-

ной стратификации и вертикальном профиле ветра (в ПСА, согласно [1], наблюдается основной перенос загрязняющих веществ). Поскольку в этом случае данные о термическом и ветровом режиме пограничного слоя атмосферы необходимо иметь во многих точках рассматриваемой мезомасштабной области, то возникает проблема численного восстановления вертикальных профилей температуры и ветра в каждой из таких точек.

Реализовать на практике подобную процедуру достаточно затруднительно, так как в окрестностях больших городов и промышленных центров обычно располагается лишь одна аэрологическая станция. Поэтому одним из возможных выходов из создавшегося положения может быть процедура численного восстановления профилей температуры и ветра в заданной точке рассматриваемой территории, осуществляемого каким-либо из методов вертикальной экстраполяции по данным наблюдений имеющейся аэрологической станции и данным ближайшей к этой точке наземной метеорологической станции.

Известно, что на практике проблема восполнения недостающей метеорологической информации на высотах длительное время решалась на основе методов статистической экстраполяции, базирующихся на использовании уравнений множественной регрессии (см., например, [2–4]). Однако эти методы дают удовлетворительные результаты лишь для атмосферных слоев небольшой толщины и при отсутствии существенных изломов в вертикальных профилях метеорологических величин.

В связи с этим положением в 90-х гг. XX в. в Институте оптики атмосферы СО РАН для численного восстановления недостающей информации

на высотах был предложен иной подход, в основу которого был положен модифицированный метод группового учета аргументов (ММГУА). Подробное описание этого метода, базирующегося на процедуре самоорганизации прогнозирующих моделей по данным высотно-временных измерений, а также анализ результатов его использования в задачах численного восстановления недостающей информации на одном или нескольких уровнях атмосферы по данным наблюдений на нижележащих или вышележащих уровнях, даются в работе [5].

Несмотря на вполне удовлетворительные результаты, полученные при восстановлении вертикальных профилей метеорологических величин (и в частности, температуры и ветра) с помощью алгоритма ММГУА, он требует обязательного соблюдения условия, чтобы выборка высотно-временных наблюдений имела объем порядка  $N = k + 1$  (где  $k$  — число атмосферных уровней), но не менее 7 профилей [5]. Выполнение этого требования приводит к невозможности использования алгоритма ММГУА в оперативной практике при наличии единичных профилей ( $N = 2 \div 3$ ), т.е. с момента поступления первых аэрологических измерений.

В связи с таким обстоятельством и возникла необходимость в разработке более эффективного метода численного восстановления вертикальных профилей метеорологических величин, не имеющего подобных ограничений и позволяющего восполнить недостающую информацию на высотах (особенно в пограничном слое атмосферы, где наиболее часто наблюдаются резкие нарушения в температурной стратификации и вертикальном распределении ветра) по данным единичных аэрологических измерений.

В настоящей статье рассматриваются методические основы решения подобной задачи, базирующиеся впервые на применении алгоритма калмановской фильтрации и двумерной динамико-стохастической модели, описывающей изменения метеорологической величины по высоте и во времени.

Подобный подход позволяет уже на основе двух предшествующих высотных наблюдений и наземных данных, полученных в срок восстановления, восполнить недостающую информацию на всех заданных уровнях ПСА, причем не только в месте расположения аэрологической станции (или системы лидарного зондирования), но и во всех произвольных точках мезомасштабной области, где проводятся наземные метеорологические измерения.

Задача численного восстановления высотных профилей любой из метеорологических величин в заданной точке пространства  $(x_0, y_0)$  заключается в оценке его значения в фиксированный момент времени  $t_0$  по данным измерений на нижележащих уровнях и с помощью некоторой математической модели. Существенным условием работы алгоритма восстановления высотных профилей является наличие измерений на нижележащих уровнях в момент времени  $t_0$  и, кроме того, некоторой последовательности измерений высотных профилей, полученных для предыдущих моментов времени  $t_0 - j$ , где

$j = 1, 2, \dots, K$ , в той же точке пространства  $(x_0, y_0)$  или точке  $(x_1, y_1)$ , отстоящей от нее на незначительном расстоянии. Для точки наблюдения  $(x_1, y_1)$  можно использовать измерения высотного профиля и в момент времени  $t_0$ , однако в этом случае необходимо, чтобы корреляционная структура распределения метеорологической величины по высоте, которое мы восстанавливаем, от точки  $(x_1, y_1)$  до точки  $(x_0, y_0)$  существенным образом не изменялась.

В качестве математической модели, используемой для решения поставленной задачи, берется двумерная динамико-стохастическая модель, которая описывает зависимость изменения поля  $\xi$  по высоте и во времени и представляется как

$$\xi_h(k) = \sum_{m=h}^{h+i} \sum_{j=0}^K d_{j,m} \xi_m(k-j) + \varepsilon_h(k), \quad (1)$$

где  $\xi_h(k)$  — значение поля метеорологической величины на фиксированной высоте  $h$  в момент времени  $k$ ;  $m$  — текущий номер высотного уровня, на котором выполняется восстановление, причем  $m$  меняется от  $h$  до  $h+i$  (здесь  $i = 1, 2, \dots, n$  — максимальное число высотных информационных уровней, данные которых учитываются при восстановлении поля  $\xi$  на уровне  $h$ );  $j$  — текущее значение дискретного времени, изменяющегося от 0 до  $K$  и определяющего размер предиктора алгоритма фильтра Калмана;  $d_{j,m}$  — неизвестные коэффициенты, подлежащие оцениванию и определяющие взаимную связь между значением поля  $\xi_h(k)$  и его значениями в предыдущие моменты времени на заданной высоте и вышележащих высотных уровнях, т.е.  $\xi_m(k-j)$ ;  $\varepsilon_h(k)$  — невязка модели, которая определяется стохастичностью рассматриваемых атмосферных процессов.

Таким образом, согласно (1) значение поля  $\xi_h(k)$  на фиксированном уровне  $h$  и в заданный момент времени  $k = t_0$  в точке восстановления  $(x_0, y_0)$  есть линейная комбинация вектора неизвестных параметров  $d_{j,m} = \mathbf{D}$  и значений этого поля в исследуемый и предыдущие моменты времени на глубину  $K$ , на том же уровне и на  $i$  вышележащих уровнях в точке аэрологических измерений  $(x_1, y_1)$ . Отметим, что может иметь место случай, когда измерения и восстановление происходят в одной и той же точке пространства, т.е. при  $x_0 = x_1$  и  $y_0 = y_1$ .

В дальнейшем при рассмотрении алгоритма восстановления высотных профилей принимаем  $i = 2$ , т.е. в расчетах используются фиксированный и два вышележащих уровня, а  $j = 3$ , что соответствует применению трех предшествующих измерений.

Для радиозондовых наблюдений в выражении (1) в качестве исходных данных берутся централизованные значения метеорологического поля, а процедура восстановления вертикального профиля метеорологической величины  $\xi_h(k)$  выполняется по двухканальной схеме [6]. Согласно этой схеме результирующая оценка значения поля  $\xi$  в точке восстановления с координатами  $(x_0, y_0)$  складывается

из суммы оценок – оценки регулярной составляющей поля  $\bar{\xi}$  и оценки флуктуационной составляющей  $\xi'$ , т.е.

$$\xi = \xi' + \bar{\xi}. \quad (2)$$

В выражении (1) обозначение штриха было опущено. В дальнейшем этот штрих также будет опускаться.

Регулярная составляющая поля  $\bar{\xi}$  вычисляется как сглаженное среднее по нескольким предыдущим наблюдениям на фиксированной высоте:

$$\bar{\xi}_h(k) = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p \xi_h(k-j), \quad (3)$$

где  $p$  – глубина временного окна, используемого для оценки регулярной составляющей поля. Заметим, что в общем случае  $p \neq K$ .

Рассмотрим теперь собственно методику восстановления высотного профиля, основанную на использовании фильтра Калмана и модели (1).

Из выражения (1) следует, что значение поля  $\xi_h(k)$  параметрическим образом зависит от значений поля  $\xi_h(k-j)$ , полученных на предыдущих временных отсчетах, поэтому задача восстановления высотного профиля в некоторой точке наблюдения решается в два этапа. На первом этапе по измерениям поля  $\xi$  в точке  $(x_1, y_1)$ , взятым для момента времени  $t_0$  и предыдущих моментов времени на глубину  $K$  для фиксированного высотного уровня  $h$  и  $i$  вышележащих уровней, а также по его наземным измерениям в точке  $(x_0, y_0)$  оцениваются параметры модели  $d_{j,m}$  на основе алгоритма фильтра Калмана.

На втором этапе, исходя из предположения о слабой изменчивости вектора оцененных коэффициентов  $\mathbf{D}$  в пределах рассматриваемого атмосферного слоя, на основании уравнения восстановления вертикального профиля получаем оценку поля в заданной точке  $(x_0, y_0)$  в момент времени  $t_0$  на высоте  $h+1$ .

Уравнение восстановления вертикального профиля на один высотный уровень вверх будет выглядеть следующим образом:

$$\hat{\xi}_{h+1}(k) = \sum_{m=h}^{h+i} \sum_{j=0}^K \hat{d}_{j,m} \xi_{m+1}(k-j). \quad (4)$$

Здесь  $\hat{\xi}_{h+1}(k)$  – оценка метеорологического поля в момент времени  $k$  на высоте  $h+1$  в точке  $(x_0, y_0)$ ;  $\hat{d}_{j,m}$  – оценки неизвестных параметров модели, сделанные для  $h$ -го высотного уровня;  $\xi_{m+1}(k-j)$  – измеренные значения метеорологического поля в точке  $(x_1, y_1)$  на высотных уровнях, начиная с  $h+1$  по  $h+i+1$ , в моменты времени с  $k$  по  $k-K$ .

В дальнейшем оценка  $\hat{\xi}_{h+1}(k)$ , полученная для уровня  $h+1$ , используется в левой части выражения (1) в качестве наблюдения на фиксированном уровне. А правая часть выражения (1) заполняется

наблюдениями для фиксированного атмосферного слоя, сдвинутого на один уровень вверх. Таким образом, рекуррентно, повторяя двухэтапную процедуру оценки высотного профиля, мы последовательно получим оценки поля  $\xi$  на каждом высотном уровне ПСА вплоть до  $h_{\max} - i$  (здесь  $h_{\max}$  – максимальная высота, соответствующая высоте верхней границы пограничного слоя атмосферы).

В соответствии с [7] для оценивания неизвестных параметров модели (1), т.е.  $d_{j,m}$ , можно задать систему разностных уравнений в матричном виде:

$$\mathbf{x}_{k+1}^t = \Psi_k \mathbf{x}_k^t + \omega_k^t, \quad (5)$$

где  $\mathbf{x}_k^t$  – вектор-столбец размерностью  $n = (i+1)K$ , включающий в себя неизвестные и подлежащие оцениванию параметры состояния динамической системы («истинный» вектор состояния) для текущего дискретного времени  $k$ ;  $\Psi_k$  – матрица перехода для дискретной системы размерностью

$$(n \times n) = [(i+1)K \times (i+1)K];$$

$\omega_k^t = \|\omega_1^t, \omega_2^t, \dots, \omega_n^t\|^T$  – вектор-столбец случайных возмущений системы (вектор шумов состояния) размерностью  $n = (i+1)K$ , причем

$$\langle \omega_k^t \rangle = 0, \quad \langle (\omega_k^t)(\omega_l^t)^T \rangle = \mathbf{Q}_k \delta_{kl},$$

где  $\delta_{kl}$  – символ Кронекера;  $\mathbf{Q}_k$  – матрица ковариаций шумов состояния;  $T$  – оператор транспонирования.

Если предположить, что на взятом интервале времени параметры  $\mathbf{x}_k^t$  в среднем по времени не изменяются, то матрица перехода  $\Psi_k$  будет соответствовать единичной матрице  $\mathbf{I}$  размерностью  $(n \times n)$ .

В этом случае выражение (5) запишется в виде

$$\mathbf{x}_{k+1}^t = \mathbf{x}_k^t + \omega_k^t. \quad (6)$$

Математическая модель измерений, по данным которых в алгоритме фильтра Калмана проводится оценка состояния системы, в общем случае описывается аддитивной смесью полезного сообщения и ошибки измерения:

$$\mathbf{y}_k^0 = \xi_k^0 = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k^t + \epsilon_k^0, \quad (7)$$

где  $\mathbf{y}_k^0$  – вектор фактических измерений. В нашем случае  $\mathbf{y}_k^0$  – это скаляр-число, которое представляет собой измерение на фиксированной высоте  $h$  в момент времени  $k$ ;  $\mathbf{H}_k$  – вектор наблюдений размерностью  $n = (i+1)K$ , определяющий функциональную связь между истинными значениями переменных состояния и фактическими измерениями, т.е. вектор-строка, элементами которой являются предикторы, следующие друг за другом;  $\epsilon_k^0$  – ошибка измерения в момент времени  $k$  (шум измерений), также является числом, причем

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon}_k^0 \rangle = 0, \quad \langle (\boldsymbol{\varepsilon}_k^0)(\boldsymbol{\varepsilon}_l^0)^T \rangle = \mathbf{R}_k \delta_{kl}, \quad \langle (\boldsymbol{\varepsilon}_k^0)(\boldsymbol{\omega}_l^0)^T \rangle = 0,$$

где  $\mathbf{R}_k$  — матрица ковариаций шумов измерения.

Зададим теперь матрицу наблюдений  $\mathbf{H}_k$ . При сопоставлении выражений для модели (1) и математической модели измерений (7) становится очевидным, что элементами матрицы  $\mathbf{H}_k$  являются значения измерений поля  $\varepsilon_k(k)$  на атмосферных уровнях в пределах фиксированного высотного окна, в данный и предыдущие моменты времени на глубину  $K$ . Таким образом, матрицу  $\mathbf{H}_k$  можно записать в виде

$$\mathbf{H}_k = \|y_0(k-1), y_0(k-2), \dots, y_0(k-K), y_1(k-1), \dots, y_{i+1}(k-K)\|. \quad (8)$$

После определения всех элементов, входящих в выражение (6) и (7), задача оценивания параметров  $d_{j,m}$  модели (1) решается с помощью линейного фильтра Калмана [8], обеспечивающего оценку элементов вектора состояния с минимальными среднеквадратическими ошибками.

В этом случае уравнение оптимального оценивания вектора состояния имеет вид

$$\mathbf{x}_k^a = \mathbf{x}_k^f + \mathbf{K}_k(\mathbf{y}_k^0 - \mathbf{H}_k \cdot \mathbf{x}_k^f), \quad (9)$$

где  $\mathbf{x}_k^a$  — вектор проанализированных значений (оценка вектора состояния) в момент времени  $k$ ;  $\mathbf{x}_k^f$  — вектор предсказанных значений в момент времени  $k$ ;  $\mathbf{K}_k$  — матрица весовых коэффициентов размерностью  $(n \times n)$ .

Расчет весовых коэффициентов в линейном фильтре Калмана осуществляется по рекуррентным матричным уравнениям [8].

На основе полученных оценок вектора состояния  $\mathbf{x}_k^a$  на втором этапе осуществляется вычисление значения поля  $\xi_{h+1}(k)$ . Алгоритм процесса восстановления высотного профиля с помощью уравнения (4) может быть представлен в матричном виде:

$$\xi_{h+1}(\mathbf{k}) = \mathbf{y}_k^0 = \mathbf{H}_k^* \cdot \mathbf{x}_k^a, \quad (10)$$

где  $\mathbf{H}_k^*$  — вектор перехода размерностью  $n=(i+1)K$ , используемый для вычисления значения поля на

высотном уровне  $h+1$  в момент времени  $k$ ;  $\mathbf{x}_k^a$  — полученная оценка вектора состояния в момент времени  $k$ .

Выражения для оценки вектора состояния (9) и восстановления высотного профиля (10) полностью определяют процедуру использования двумерной динамико-стохастической модели и аппарата калмановской фильтрации для задачи восстановления высотных профилей заданной метеорологической величины  $\xi$  в отдельно взятой точке.

В заключение следует отметить, что об эффективности предлагаемого методического подхода к решению задачи численного восстановления высотных профилей метеорологических величин по данным нижележащих уровней можно судить по результатам натурных экспериментов. Это и будет являться предметом второй части нашей статьи.

1. Владимиров А.М., Ляхин Ю.И., Матвеев Л.Т., Орлов В.Г. Охрана окружающей среды. Л.: Гидрометеоиздат, 1991. 423 с.
2. Марченко А.С., Минакова Л.А., Семочкин А.Г. Восстановление вертикальных профилей температуры и ветра методом статистической экстраполяции // Применение статистических методов в метеорологии. Новосибирск: Изд. ВЦ СО АН СССР, 1971. С. 82–113.
3. Бызова И.Л., Лунина А.А., Хачатурова О.М. О восстановлении профилей вектора ветра по данным наземной метеостанции // Труды ИЭМ. 1987. Вып. 41 (126). С. 25–50.
4. Komarov V.S., Popov Yu.B. Applicability of the regression methods to reconstruction of missing data in lidar sensing of the atmosphere // Proc. SPIE. 1999. V. 3983. P. 591–599.
5. Комаров В.С. Статистика в приложении к задачам прикладной метеорологии. Томск: Изд-во СО РАН, 1997. 255 с.
6. Комаров В.С., Лавриненко А.В., Ломакина Н.Я., Попов Ю.Б., Попова А.И., Ильин С.Н. Пространственная экстраполяция метеорологических полей в области мезомасштаба на основе четырехмерной смешанной динамико-стохастической модели и аппарата калмановской фильтрации // Оптика атмосф. и океана. 2004. Т. 17. № 8. С. 651–656.
7. Сейдж Э.П., Мэлса Дж.Л. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М.: Связь, 1976. 496 с.
8. Браммер К., Зиффлинг Г. Фильтр Калмана—Бьюси: Пер. с нем. М.: Наука, 1982. 200 с.

*E.V. Gorev, V.S. Komarov, A.V. Lavrinenko, V.V. Budaev. Numerical retrieval of temperature and wind profiles in the boundary atmospheric layer, based on the Kalman filter algorithm and 2D dynamical-stochastic model. Part 1. Methodology.*

Methodologic foundations for solution of the problem of numerical retrieval of vertical profiles of temperature and wind in the boundary atmospheric layer based on ground data and individual altitude observations with the Kalman algorithm and 2D dynamical-stochastic model.