<Оптика атмосферы и океана>, **8**, N 5 (1995)

УДК.551.506.8

А.Г. Ильин, Ю.Е. Польский

СТРУКТУРА И ИНФОРМАЦИОННАЯ ЕМКОСТЬ УЗКОПОЛОСНЫХ ШУМОВ В ЛИДАРНЫХ СИСТЕМАХ С ГЕТЕРОДИННЫМ ПРИЕМОМ

Проанализирована структура узкополосных шумов при гетеродинном приеме сигналов и получена оценка их информативной емкости. Величина выигрыша по информативной емкости показана тем большей, чем больше амплитудно-частотная характеристика узкополосной системы отличается от *П*-образной.

В настоящее время уделяется большое внимание разработке лидарных систем с гетеродинным приемом. Несмотря на сложность аппаратуры, гетеродинный прием обладает неоспоримыми преимуществами по сравнению с прямым фотодетектированием, что позволяет использовать системы этого класса на трассах с большим ослаблением и высоким уровнем фоновых засветок.

Наиболее важной задачей, решаемой при создании гетеродинных систем, является повышение их помехозащищенности. Одним из направлений повышения помехозащищенности приемных систем является использование различий в спектрах полезного сигнала и шума.

Вопрос о структуре шумов при гетеродинном приеме изучен недостаточно полно, поэтому в данной статье рассмотрим структуру узкополосных шумов при гетеродинном приеме сигналов и оценим их информационную емкость.

Известно, что в системах с гетеродинным приемом, в силу их узкополосности, обычно выполняется условие [2]

$$\Delta F \ll F_{пр}, \qquad (1)$$

где ΔF – ширина спектра выходного излучения; $F_{пр}$ – промежуточная частота приемно-регистрирующей системы.

Системы, для которых выполняется условие (1), называются узкополосными. При воздействии на такие системы широкополосных шумов выходной сигнал является узкополосным процессом и в общем случае имеет корреляционную функцию вида [2]

$$R(\tau) = \rho(\tau) \cos [\omega_0 \tau + \gamma(t)], \quad \omega_0 = 2 \pi f_0, \qquad (2)$$

а для симметричной АЧХ

$$R(\tau) = \rho(\tau) \cos \omega_0 \tau, \qquad (3)$$

где $\rho(\tau)$ – медленно изменяющаяся функция по сравнению с $\cos \omega_0\tau$, определяемая АЧХ системы и зависящая от ее полосы пропускания.

Согласно [2], узкополосный процесс $\xi(t)$ можно представить в виде гармонического сигнала, случайно модулированного по амплитуде и фазе,

$$\xi(t) = A(t) \cos [\omega_0 t + \varphi(t)], \qquad (4)$$

где $A(t)$ и $\varphi(t)$ – медленно изменяющиеся функции по сравнению с $\cos \omega_0 t$, представляющие огибающую и случайную фазу узкополосного процесса.

Если на вход узкополосной системы подается нормальный широкополосный шум, то выходной процесс $\xi(t)$ и огибающая $A(t)$ также будут нормальными с нулевым средним значением [2], так как выходной сигнал является линейным преобразованием входного нормального процесса.

Представим огибающую $A(t)$ в виде разложения в ряд Фурье

$$A(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\,\Omega\, t + \varphi_k), \tag{5}$$

так как $A(t)$ – нормальный случайный процесс с нулевым средним значением, то нулевой член разложения отсутствует.

С учетом этого узкополосный процесс может быть представлен как

$$\xi(t) = (\Sigma\, a_k \cos k\,\Omega\, t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] = 0{,}5\, \Sigma\, a_k \cos[\omega_0 t - k\,\Omega\, t + \varphi(t)] +$$

$$+0{,}5\, \Sigma\, a_k \cos[\omega_0 t + k\,\Omega\, t + \varphi_p(t)]. \tag{6}$$

Как следует из (6), узкополосный случайный процесс по своей структуре является амплитудно-модулированным колебанием с подавленной несущей. Этот вывод хорошо согласуется с известными положениями теории информации и теории случайных процессов.

Энергетический спектр узкополосного случайного процесса на выходе линейной узкополосной системы с передаточной функцией $K(j\omega)$ определяется следующим образом:

$$S_{\text{вых}}(\omega) = S_{\text{вх}}(\omega)\, |K(j\,\omega)|^2, \tag{7}$$

где $S_{\text{вых}}(\omega)$ и $S_{\text{вх}}(\omega)$ – спектральная плотность шумов на выходе и входе линейной узкополосной системы соответственно.

При воздействии широкополосного нормального шума с постоянной спектральной плотностью $S_{\text{вых}}(\omega)= N_{\text{ш}}$ выражение (7) перепишется в виде

$$S_{\text{вых}}(\omega) = N_{\text{ш}}\, |K(j\,\omega)|^2. \tag{8}$$

Коэффициент корреляции такого процесса определяется

$$R(\tau) = \frac{K(\tau)}{\sigma^2} = \frac{1}{2\pi\,\sigma^2} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)\, e^{j\omega\tau}\, d\tau = \rho(\tau) \cos(\omega_0\, \tau + \varphi(\tau)), \tag{9}$$

где σ^2 – дисперсия выходного процесса.

Корреляционная функция огибающей, согласно [2], имеет вид

$$\rho_a = \frac{K(\tau)}{\sigma^2} = \frac{4}{4-\pi}\left[\left(\frac{1}{2}\right)\rho^2(\tau) + \left(\frac{1}{2\cdot 4}\right)\rho^4(\tau) + \left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 3\cdot 4}\right)\rho^6(\tau)\ ...\right] = 0{,}921\, \rho^2(\tau) + 0{,}058\, \rho^4(\tau) +$$

$$+\ 0{,}0145\, \rho^6(\tau) + ... \tag{10}$$

Учитывая, что $\rho(\tau) < 1$, выражение (10) можно представить в виде

$$\rho_a(\tau) = \rho^2(\tau).$$

Следовательно, коэффициент корреляции огибающей приближенно равен квадрату медленно изменяющегося множителя $\rho(\tau)$.

Для выявления характера изменения огибающей рассмотрим интересный для практики случай, когда шум пропускается через идеальный фильтр с центральной частотой ω_0 и полосой $2\Delta\omega$, в пределах которой частотная характеристика фильтра равномерна с коэффициентом передачи, равным K_0. В этом случае энергетический спектр сигнала на выходе фильтра равномерен в полосе от $\omega_0 - \Delta\omega$ до $\omega_0 + \Delta\omega$ и равен $S_{\text{вых}}(\omega) = S_{\text{вых}}(\omega_0)$, а функция корреляции имеет вид [1]

$$K_{\text{вых}}(\tau) = \frac{S_{\text{вых}}(\omega_0)}{2\pi} \int\limits_{\omega_0-\Delta\omega}^{\omega_0+\Delta\omega} \cos \omega\tau \, d\omega = \frac{S_{\text{вых}}(\omega_0)}{2\pi\tau} \left[\sin(\omega_0 + \Delta\omega)\,\tau - \sin(\omega_0 - \Delta\omega)\,\tau\right] =$$

$$= \frac{S_{\text{вых}}(\omega_0)}{\pi\tau} \sin \Delta\omega\, \tau \cos \omega_0\, \tau. \tag{11}$$

Из формул (10), (11) следует, что коэффициент корреляции огибающей имеет вид

$$R_{\text{о.п.н}} = \frac{S^{\,2}_{\text{вых}}(\omega)}{\pi^2 \tau^2} \sin^2 \Delta\omega\, \tau\,. \tag{12}$$

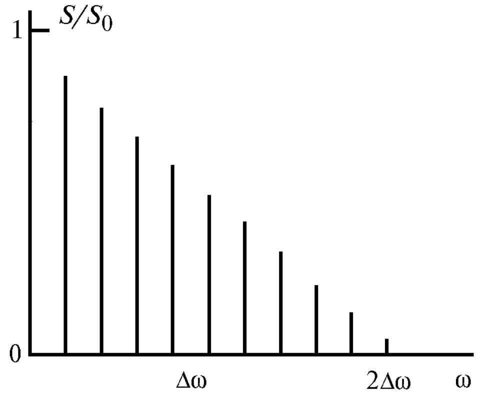
Отсюда следует, что спектр огибающей сигнала с подавленной несущей определяется выражением

$$S_{\text{о.п.н}}(\omega) = 2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} K_{\text{о.п.н}}(\tau)\, e^{-j\omega\tau}\, d\tau \tag{13}$$

или, если определять спектр только по положительной оси частот,

$$S_{\text{о.п.н}}(\omega) = 4 \int\limits_{0}^{\infty} K_{\text{о.п.н}}(\tau) \cos \omega\tau \, d\tau. \tag{14}$$

Расчеты по формуле (14) показали, что спектр огибающей сигнала с подавленной несущей имеет треугольный спектр (рис. 1). Этот результат совпадает с полученными ранее экпериментальными данными [3].



Спектр огибающей узкополосных шумов на выходе узкополосной системы с *П*-образной АЧХ

Известно, что сигнал на выходе линейной цепи при воздействии на его вход широкополосного нормального шума имеет максимальную энтропию при данном энергетическом спектре. Это условие может выполняться лишь в случае, когда каждый элемент спектра несет информацию. Следовательно, сигнал, имеющий максимальную энтропию, не должен содержать несущее колебание.

Оценим информационную емкость узкополосного сигнала с подавленной несущей по сравнению с амплитудно-модулированным сигналом с огибающей узкополосного сигнала с подавленной несущей. В силу равенства огибающих сигналы несут одну и ту же информацию. Поэтому если определить ширину спектра каждого из сигналов, то по их отношению можно оценить изменение информационной емкости сигнала.

Для этого определим корреляционную функцию амплитудно-модулированного колебания с несущей для случая, когда его огибающая идентична огибающей узкополосного сигнала с подавленной несущей.

Известно [2], что медленно изменяющийся множитель корреляционной функции амплитудно-модулированного колебания совпадает с корреляционной функцией огибающей.

Следовательно, корреляционная функция амплитудно-модулированного сигнала с огибающей, соответствующей огибающей узкополосного процесса, может быть представлена следующим образом:

$$R(\tau) = K_{\text{ам}}(\tau)/\sigma^2 = (0{,}921\,\rho^2(\tau) + 0{,}058\,\rho^4(\tau) + 0{,}0145\,\rho^6(\tau) + \ldots)\cos(\omega_0\,\tau + \varphi(\tau)) \tag{15}$$

или приближенно

$$R_{\text{ам}}(\tau) = \rho^2(\tau)\cos(\omega_0\,\tau + \varphi(\tau)). \tag{16}$$

Спектр сигнала со структурой амплитудно-модулированного колебания определяется выражением

$$S_{\text{ам}}(\omega) = \sigma\,\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} R_{\text{ам}}(\omega)\,e^{j\omega\tau}\,d\tau\,. \tag{17}$$

Сравнение по информативности этих сигналов можно произвести по отношению требуемых энергетических полос пропускания обеих структур сигналов при передаче одной и той же информации

$$P = B_{\text{п.н}}\,/\,B_{\text{ам}}, \tag{18}$$

где $B_{\text{п.н}}$ и $B_{\text{ам}}$ – энергетическая ширина спектра амплитудно-модулированного колебания с подавленной несущей и с несущей сооответственно.

Известно, что энергетическая ширина спектра определяется следующей формулой [2]:

$$B = \frac{1}{S_0}\int\limits_{0}^{\infty} S(\omega)\,d\omega\,, \tag{19}$$

где $S_0 = S(\omega_0)$ – значение спектральной плотности на некоторой характерной частоте.

Нетрудно показать, что системы с *П*-образной амплитудно-частотной характеристикой имеют коэффициент $P = 1$.

Оценим значение коэффициента P для простого колебательного контура. Для этого воспользуемся корреляционной функцией процесса на выходе колебательного контура [2],

$$K(\tau) = \exp(-\alpha\,|\tau|)\cos\omega\,\tau. \tag{20}$$

С учетом приведенных выше выкладок запишем формулы для корреляционных функций для АМ-сигнала

$$K_{\text{о.ам}}(\tau) = \exp(-2\alpha\,|\tau|) \tag{21}$$

и АМ-сигнала с подавленной несущей

$$K_{\text{о.п.н}}(\tau) = \exp(-\alpha\,|\tau|). \tag{22}$$

Используя формулы (21), (22), несложно найти спектры огибающих на выходе колебательного контура:

$$S_{\text{п.н.}}(\omega) = 2\int\limits_{0}^{\infty} e^{-\alpha|\tau|}\,e^{-j\omega\tau}\,d\tau = \frac{2\alpha}{\alpha^2+\omega^2} - j\,\frac{2\omega}{\alpha^2+\omega^2}\,; \tag{23}$$

$$S_{\text{ам}}(\omega) = 2\int\limits_{0}^{\infty} e^{-2\alpha|\tau|}\,e^{-j\omega\tau}\,d\tau = \frac{2\alpha}{4\alpha^2+\omega^2} - j\,\frac{2\omega}{4\alpha^2+\omega^2}\,. \tag{24}$$

Тогда формула (18) для случая колебательного контура примет вид

$$P = \frac{1}{S_0}\int_0^\infty S_{\text{п.н}}(\omega)\,d\omega \Big/ \frac{1}{S_0}\int_0^\infty S_{\text{ам}}(\omega)\,d\omega = \frac{1}{S_0}\int_0^\infty \frac{2\alpha}{4\alpha^2+\omega^2}\,d\omega \Big/ \frac{1}{S_0}\int_0^\infty \frac{2\alpha}{\alpha^2+\omega^2}\,d\omega = \operatorname{arctg}\frac{\omega}{2\alpha} \Big/ \operatorname{arctg}\frac{\omega}{\alpha} = 2. \quad (25)$$

Таким образом, сравнение информационной емкости АМ-сигналов и АМ-сигналов с подавленной несущей с одинаковыми законами изменения огибающей показывает, что коэффициент P изменяется в пределах от 1 до 2. При этом величина выигрыша по информационной емкости тем больше, чем больше амплитудно-частотная характеристика узкополосной системы отличается от *П*-образной.

1. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Советское радио, 1966. 431 с.
2. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Советское радио, 1966. 677 с.
3. Чистяков Н.И., Сидоров М.В., Мельников В.С. Радиоприемные устройства. М.: Государственное издательство литературы по вопросам связи и радио. 1959. 895 с.

Казанский государственный технический университет им.А.Н. Туполева,
Казань

Поступила в редакцию
15 июля 1994 г.

A.G. Il'in, Ju.E. Pol'skii. **Structure and Information Capacity of Narrow-Band Noise in the Lidars with Heterodyne Receiption**.

The structure of narrow-band noises at heterodyne receiption of signals is analyzed and their information capacity is estimated in the paper. It is shown that the more frequency amplitude of the narrow-band system of receiption differs from the P-shaped one the more is the magnitude of a gain in its information capacity.