

В.Г. Гусев

Формирование в диффузно рассеянных полях интерференционных картин при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля двухэкспозиционных квази-Фурье и Фурье-голограмм. Часть I

Томский государственный университет

Поступила в редакцию 22.06.2005 г.

Анализируется чувствительность интерферометра, основанного на двухэкспозиционной записи с помощью отрицательной линзы квази-Фурье и Фурье-голограмм, к поперечным или продольным перемещениям диффузно рассеивающей свет плоской поверхности. Показано, что интерференционные картины локализуются в плоскости голограммы и в Фурье-плоскости. Для их регистрации необходимо проведение пространственной фильтрации дифракционного поля. Экспериментальные результаты соответствуют теоретическим предположениям.

В [1] показано, что двухэкспозиционная запись голограммы Френеля, когда перед повторным экспонированием фотопластинки осуществляется поперечное или продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, приводит к образованию интерференционных картин, локализуемых в плоскости голограммы и в плоскости формирования изображения рассеивателя. Их регистрация при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля в соответствующих плоскостях обеспечивает возможность определения чувствительности интерферометра как в теоретическом, так и в экспериментальном плане.

В свою очередь, как показали результаты исследования в [2], специфика двухэкспозиционной записи голограммы сфокусированного изображения рассеивателя, связанная, в частности, с регистрацией на фотопластинке субъективных спекл-полей, приводит к особенностям формирования интерференционных картин. Так, они локализуются в плоскости голограммы и в плоскости формирования изображения зрачка положительной линзы, с помощью которой выполнялась запись голограммы. Причем чувствительность интерферометра к поперечному перемещению рассеивателя зависит как от величины, так и от знака радиуса кривизны сферического волнового фронта когерентного излучения, используемого для освещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности на стадии записи голограммы, при регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения зрачка положительной линзы. Кроме того, в случае контроля продольного перемещения рас-

сеивателя интерференционная картина в виде системы концентрических колец образуется только при ее регистрации в плоскости формирования изображения зрачка положительной линзы с выполнением пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы.

В настоящей статье анализируются особенности образования интерференционных картин при двухэкспозиционной записи с помощью отрицательной линзы квази-Фурье и Фурье-голограмм с целью определения чувствительности интерферометра к поперечным или продольным перемещениям диффузно рассеивающей свет плоской поверхности.

Согласно рис. 1 матовый экран 1, находящийся в плоскости (x_1, y_1) , освещается когерентным излучением с расходящейся сферической волной радиусом кривизны R .

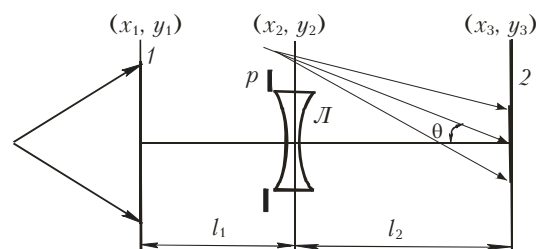


Рис. 1. Схема двухэкспозиционной записи квази-Фурье-голограммы: 1 – матовый экран; 2 – фотопластинка; L – отрицательная линза; p – апертурная диафрагма

Диффузно рассеянное им излучение после прохождения тонкой отрицательной линзы L с фокусным расстоянием f регистрируется с помощью внеосевой опорной волны на фотопластинке 2, находящейся в плоскости (x_3, y_3) , за время первой

экспозиции. θ – угол, который составляет ось пространственно ограниченного опорного пучка с нормалью к плоскости фотопластинки. Перед повторным экспонированием осуществляется перемещение матового экрана в плоскости его расположения, например в направлении оси x на величину a .

В приближении Френеля с учетом пространственной ограниченности распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее первой экспозиции, в предметном канале в плоскости фотопластинки запишем в виде

$$u_1(x_3, y_3) \sim \iiint_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \exp\left[\frac{ik}{2R}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \\ \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_1}[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]\right\} \times \\ \times p(x_2, y_2) \exp\left[\frac{ik}{2f}(x_2^2 + y_2^2)\right] \times \\ \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_2}[(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]\right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2, \quad (1)$$

где k – волновое число; l_1 – расстояние между матовым экраном и главной плоскостью (x_2, y_2) линзы L ; l_2 – расстояние между плоскостями (x_2, y_2) , (x_3, y_3) ; $t(x_1, y_1)$ – комплексная амплитуда пропускания рассеивателя, являющаяся случайной функцией координат; $p(x_2, y_2)$ – функция зрачка [3] линзы L .

Выражение (1) можно представить в следующей форме:

$$u_1(x_3, y_3) \sim \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \left\{ \exp\left[-\frac{ikL_0}{2l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \right. \\ \left. \times \left\{ F(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{iklL_0^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \right\} \otimes P(x_3, y_3) \right\}, \quad (2)$$

где \otimes – символ свертки; L_0 – геометрический параметр оптической системы в предметном канале, который удовлетворяет условию $1/L_0 = 1/l_1 + 1/f + 1/l_2$; $1/l = 1/R + 1/l_1 - L_0/l_1^2$ – введенное обозначение для сокращения записи; $F(x_3, y_3)$ – Фурье-образ функции $t(x_1, y_1)$ с пространственными частотами $L_0 x_3 / \lambda l_1 l_2$, $L_0 y_3 / \lambda l_1 l_2$, λ – длина волны когерентного источника света, используемого на стадиях записи и восстановления голограммы; $P(x_3, y_3)$ – Фурье-образ функции $p(x_2, y_2)$ с пространственными частотами $x_3 / \lambda l_2$, $y_3 / \lambda l_2$.

Если в пределах области существования функции $P(x_3, y_3)$ [4] изменение фазы расходящейся сферической волны с радиусом кривизны l_2^2/L_0 не превосходит π , то это условие будет выполняться для области фотопластинки диаметром $D \leq (dl_2/L_0) = d(1 + l_2/l_1 + l_2/f)$, где d – диаметр зрачка линзы L (см. рис. 1). Тогда распределение комплексной амплитуды поля в вышеуказанной области плоскости (x_3, y_3) определяется выражением

$$u_1(x_3, y_3) \sim \exp\left[\frac{ik}{2r}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times$$

$$\times \left\{ F(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{iklL_0^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) \right\}, \quad (3)$$

где $r = \frac{l_2^2}{l_2 - L_0} = l_2 + \frac{fl_1}{f + l_1}$ – радиус кривизны расходящейся сферической волны.

Из (3) следует, что в плоскости (x_3, y_3) формируется квази-Фурье-образ функции $t(x_1, y_1)$, каждая точка которого в пределах диаметра D уширена до размера субъективного спекла, определяемого шириной функции $P(x_3, y_3)$, если диаметр D_0 освещенной области матового экрана 1 (см. рис. 1) удовлетворяет условию $D_0 \geq (dl_1/L_0) = d(1 + l_1/l_2 + l_1/f)$. Кроме того, на субъективное спекл-поле наложено распределение фазы расходящейся сферической волны с радиусом кривизны r .

Распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее второй экспозиции, в предметном канале в плоскости фотопластинки запишем в виде

$$u_2(x_3, y_3) \sim \iiint_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1 + a, y_1) \exp\left[\frac{ik}{2R}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \\ \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_1}[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]\right\} \times \\ \times p(x_2, y_2) \exp\left[\frac{ik}{2f}(x_2^2 + y_2^2)\right] \times \\ \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_2}[(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]\right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2, \quad (4)$$

которое принимает следующую форму:

$$u_2(x_3, y_3) \sim \exp\left[\frac{ik}{2r}(x_3^2 + y_3^2)\right] \exp\left(\frac{ikL_0 a x_3}{l_1 l_2}\right) \times \\ \times \left\{ F(x_3, y_3) \otimes \exp\left(-\frac{ikL_0 a x_3}{l_1 l_2}\right) \times \right. \\ \left. \times \left\{ \exp\left[-\frac{iklL_0^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) \right\} \right\}. \quad (5)$$

Так как

$$\exp\left[-\frac{iklL_0^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \exp\left[\frac{iklL_0^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] = \delta(x_3, y_3),$$

где $\delta(x_3, y_3)$ – дельта-функция Дирака, то в результате интегрального представления операции свертки получим доказательство выполнения тождества

$$\exp\left[\frac{iklL_0^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \exp\left(-\frac{ikL_0 a x_3}{l_1 l_2}\right) \times \\ \times \left\{ \exp\left[-\frac{ikL_0^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) \right\} = \\ = \exp\left(-\frac{ika^2}{2l}\right) \exp\left(-\frac{ikL_0 a x_3}{l_1 l_2}\right) P\left(x_3 + \frac{l_1 l_2}{lL_0} a, y_3\right).$$

Тогда с учетом этого обстоятельства распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее второй экспозиции, в предметном канале в плоскости фотопластины определяется выражением

$$u_2(x_3, y_3) \sim \exp\left[\frac{ik}{2r}(x_3^2 + y_3^2)\right] \exp\left(-\frac{ika^2}{2l}\right) \times \\ \times \exp\left(\frac{ikL_0ax_3}{l_1l_2}\right) \left\{ F(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{ikLL_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \right. \\ \left. \otimes \exp\left(-\frac{ikL_0ax_3}{l_1l_2}\right) P\left(x_3 + \frac{l_1l_2}{LL_0}a, y_3\right) \right\}. \quad (6)$$

Из (6) следует, что по сравнению с распределением комплексной амплитуды поля (3) имеет место как смещение субъективных спеклов на величину al_1l_2/LL_0 , так и их наклон на угол aL_0/l_1l_2 .

При условии выполнения двухэкспозиционной записи квази-Фурье-голограммы с использованием расходящейся сферической опорной волны с радиусом кривизны r на линейном участке кривой почернения фотоматериала распределение комплексной амплитуды ее пропускания, соответствующее (-1) -му порядку дифракции, на основании (3), (6) принимает вид

$$\tau(x_3, y_3) \sim \exp(-ikx_3 \sin\theta) \times \\ \times \left\{ F(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{ikLL_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \right. \\ \left. \otimes P(x_3, y_3) + \exp\left(-\frac{ika^2}{2l}\right) \exp\left(\frac{ikL_0ax_3}{l_1l_2}\right) \times \right. \\ \left. \times \left\{ F(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{ikLL_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \right. \right. \\ \left. \left. \otimes \exp\left(-\frac{ikL_0ax_3}{l_1l_2}\right) P\left(x_3 + \frac{l_1l_2}{LL_0}a, y_3\right) \right\} \right\}. \quad (7)$$

Пусть на стадии восстановления голограммы в ее плоскости на оптической оси проводится пространственная фильтрация дифракционного поля с помощью круглого отверстия в непрозрачном экране p_0 (рис. 2). При этом в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы (kL_0ax_3/l_1l_2) не

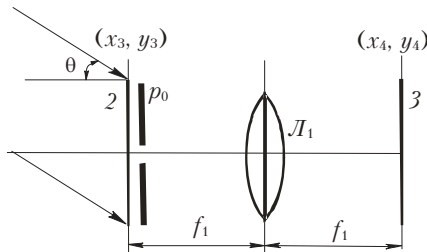


Рис. 2. Схема регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя: 2 — голограмма; 3 — плоскость регистрации интерферограммы; L_1 — положительная линза; p_0 — пространственный фильтр

превосходит π . Тогда распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра определяется выражением

$$u(x_3, y_3) \sim p_0(x_3, y_3) \left\{ F(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{ikLL_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \right. \\ \left. \otimes \left[P(x_3, y_3) + \exp\left(-\frac{ika^2}{2l}\right) \exp\left(-\frac{ikL_0ax_3}{l_1l_2}\right) P\left(x_3 + \frac{l_1l_2}{LL_0}a, y_3\right) \right] \right\}, \quad (8)$$

где $p_0(x_3, y_3)$ — функция пропускания непрозрачного экрана с круглым отверстием [5].

Положим здесь и в дальнейшем для сокращения записи, что для положительной линзы L_1 фокусное расстояние $f_1 = l_2$. Тогда с учетом четности функции $p(x_2, y_2)$ распределение комплексной амплитуды поля в фокальной плоскости (x_4, y_4) линзы L_1 принимает вид

$$u(x_4, y_4) \sim \left\{ p(x_4, y_4) t\left(-\frac{l_1}{L_0}x_4, -\frac{l_1}{L_0}y_4\right) \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] + \right. \\ \left. + p\left(x_4 + \frac{L_0}{l_1}a, y_4\right) \exp\left(\frac{ikl_1ax_4}{lL_0}\right) \times \right. \\ \left. \times \exp\left(\frac{ika^2}{2l}\right) t\left(-\frac{l_1}{L_0}x_4, -\frac{l_1}{L_0}y_4\right) \times \right. \\ \left. \times \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \right\} \otimes P_0(x_4, y_4), \quad (9)$$

где $P_0(x_4, y_4)$ — Фурье-образ функции $p_0(x_3, y_3)$ с пространственными частотами $x_4/\lambda l_2$, $y_4/\lambda l_2$.

Если в пределах перекрытия двух изображений $p(x_4, y_4)$, $p(x_4 + aL_0/l_1, y_4)$ зрачка линзы L (см. рис. 1) период изменения функции $1 + \exp(ika^2/2l) \times \exp(ikl_1ax_4/lL_0)$ хотя бы на порядок [6] превышает ширину функции $P_0(x_4, y_4)$, то вынесем ее в (9) из-под знака интеграла свертки. Тогда распределение освещенности в фокальной плоскости (x_4, y_4) линзы L_1 (см. рис. 2) с учетом малости величины L_0a/l_1 определяется выражением

$$I(x_4, y_4) \sim \left[1 + \cos\left(\frac{kl_1}{L_0}ax_4 + \frac{ka^2}{2l}\right) \right] \times \\ \times \left| p(x_4, y_4) t\left(-\frac{l_1}{L_0}x_4, -\frac{l_1}{L_0}y_4\right) \times \right. \\ \left. \times \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes P_0(x_4, y_4) \right|^2. \quad (10)$$

Из (10) следует, что в плоскости формирования изображения рассеивателя, ограниченного размером зрачка линзы L (см. рис. 1), субъективная спекл-структура промодулирована интерференционными полосами, которые периодически изменяются на оси x . Измерение периода интерференционных

полос для известных величин λ , l_1 , l , L_0 обеспечивает возможность определения величины поперечного перемещения плоской диффузно рассеивающей свет поверхности.

Пусть на стадии восстановления двухэкспозиционной квази-Фурье-голограммы пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется на оптической оси в плоскости (x_4, y_4) (рис. 3) формирования изображения рассеивателя.

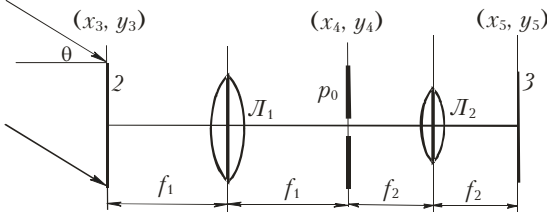


Рис. 3. Схема регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы: 2 – голограмма; 3 – плоскость регистрации интерферограммы; L_1 , L_2 – положительные линзы; p_0 – пространственный фильтр

В этом случае на основании интегрального представления операции свертки распределение комплексной амплитуды поля на выходе голограммы запишем в виде

$$\begin{aligned}
 u(x_3, y_3) \sim & \exp\left[-\frac{iklL_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \left\{ \exp\left[\frac{iklL_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \right. \\
 & \otimes t\left(\frac{lL_0}{l_1l_2}x_3, \frac{lL_0}{l_1l_2}y_3\right) \otimes P(x_3, y_3) + \\
 & + \exp\left(-\frac{ika^2}{2l}\right) \exp\left(\frac{ikL_0ax_3}{l_1l_2}\right) \exp\left[-\frac{iklL_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \\
 & \times \left\{ \exp\left[\frac{iklL_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes t\left(\frac{lL_0}{l_1l_2}x_3, \frac{lL_0}{l_1l_2}y_3\right) \right\} \otimes \\
 & \otimes \exp\left(-\frac{ikL_0ax_3}{l_1l_2}\right) P\left(x_3 + \frac{l_1l_2}{L_0}a, y_3\right). \quad (11)
 \end{aligned}$$

Тогда без учета пространственной ограниченности поля распределение его комплексной амплитуды в плоскости (x_4, y_4) определяется выражением

$$\begin{aligned}
 u(x_4, y_4) \sim & p(x_4, y_4) \left\{ \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \right. \\
 & \otimes F_1(x_4, y_4) \exp\left[-\frac{ikl_1^2}{2lL_0}(x_4^2 + y_4^2)\right] \left. \right\} + \\
 & + p\left(x_4 + \frac{L_0}{l_1}a, y_4\right) \exp\left(\frac{ikl_1ax_4}{lL_0}\right) \exp\left(\frac{ika^2}{2l}\right) \times \\
 & \times \left\{ \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2}\left[\left(x_4 - \frac{L_0}{l_1}a\right)^2 + y_4^2\right]\right] \otimes \right. \\
 & \otimes F_1(x_4, y_4) \exp\left[-\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \left. \right\}, \quad (12)
 \end{aligned}$$

где $F_1(x_4, y_4)$ – Фурье-образ функции $t\left(\frac{lL_0}{l_1l_2}x_3, \frac{lL_0}{l_1l_2}y_3\right)$ с пространственными частотами $x_4/\lambda l_2$, $y_4/\lambda l_2$.

Если в пределах диаметра фильтрующего отверстия пространственного фильтра p_0 (см. рис. 3) изменение фазы $(kl_1ax_4/lL_0) \leq \pi$, то распределение комплексной амплитуды поля на его выходе принимает вид

$$\begin{aligned}
 u(x_4, y_4) \sim & p_0(x_4, y_4) \left\{ \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \right. \\
 & \otimes F_1(x_4, y_4) \exp\left[-\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \left. \right\} + \\
 & + \exp\left(\frac{ika^2}{2l}\right) \left\{ \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2}\left[\left(x_4 - \frac{L_0}{l_1}a\right)^2 + y_4^2\right]\right] \otimes \right. \\
 & \otimes F_1(x_4, y_4) \exp\left[-\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \left. \right\}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Положим для сокращения записи здесь и в дальнейшем, что для положительной линзы L_2 (см. рис. 3) фокусное расстояние $f_2 = f_1 = l_2$. Тогда в фокальной плоскости (x_5, y_5) распределение комплексной амплитуды поля определяется выражением

$$\begin{aligned}
 u(x_5, y_5) \sim & \left\{ \exp\left[-\frac{iklL_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \left\{ \exp\left[\frac{iklL_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \otimes \right. \right. \\
 & \otimes t\left(-\frac{lL_0}{l_1l_2}x_5, -\frac{lL_0}{l_1l_2}y_5\right) \left. \right\} + \exp\left(\frac{ika^2}{2l}\right) \exp\left(-\frac{ikL_0ax_5}{l_1l_2}\right) \times \\
 & \times \exp\left[-\frac{iklL_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \left\{ \exp\left[\frac{iklL_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \otimes \right. \\
 & \left. \otimes t\left(-\frac{lL_0}{l_1l_2}x_5, -\frac{lL_0}{l_1l_2}y_5\right) \right\} \left. \right\} \otimes P_0(x_5, y_5), \quad (14)
 \end{aligned}$$

где $P_0(x_5, y_5)$ – Фурье-образ функции $p_0(x_4, y_4)$ пропускания пространственного фильтра с пространственными частотами $x_5/\lambda l_2$, $y_5/\lambda l_2$.

Если период изменения функции $1 + \exp(ika^2/2l) \times \exp(-ikL_0ax_3/l_1l_2)$ хотя бы на порядок превышает ширину функции $P_0(x_5, y_5)$, которая определяет размер субъективного спекла в плоскости регистрации 3 (см. рис. 3), то вынесем ее в (14) из-под знака интеграла свертки. Кроме того, воспользуемся интегральным представлением операции свертки. Тогда распределение освещенности в плоскости (x_5, y_5) принимает вид

$$\begin{aligned}
 I(x_5, y_5) \sim & \left[1 + \cos\left(\frac{kL_0ax_5}{l_1l_2} - \frac{ka^2}{2l}\right) \right] \times \\
 & \times \left| F(-x_5, -y_5) \otimes \exp\left[-\frac{iklL_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \otimes P_0(x_5, y_5) \right|^2. \quad (15)
 \end{aligned}$$

Согласно (15) при построении изображения голограммы с помощью оптической системы типа зрительной трубы Кеплера с проведением в частотной плоскости пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости регистрации 3 (см. рис. 3) образуется интерференционная картина в виде периодически чередующихся на оси x интерференционных полос, модулирующих субъективную спекл-структуру. При этом частота интерференционных полос не зависит от радиуса кривизны сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя на стадии записи голограммы. Кроме того, когда диаметр коллимированного пучка когерентного излучения, восстанавливающего голограмму, превышает величину D и эту величину превышает также диаметр линзы L_1 (см. рис. 3), то пространственная протяженность интерференционной картины ограничивается областью существования квази-Фурье-образа функции $t(x_1, y_1)$ в плоскости голограммы.

Из сравнения выражений (10), (15) следует, что для интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя, чувствительность интерферометра к поперечному перемещению плоской диффузно рассеивающей свет поверхности изменяется в $G_1 = l_2(l_1 - L_0)/L_0^2 + l_2 l_1^2/(L_0^2 R)$ раз. При этом для фиксированных величин l_1, l_2, L_0 она увеличивается с уменьшением радиуса кривизны R из-за увеличения однородного смещения в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции.

При освещении матового экрана 1 (см. рис. 1) когерентным излучением со сходящейся сферической волной с радиусом кривизны R в вышеприведенном анализе формирования интерференционных картин, характеризующих поперечное перемещение рассеивателя, необходимо изменить величину l на величину, удовлетворяющую условию $1/l = -1/R + 1/l_1 - L_0/l_1^2$. В этом случае чувствительность интерферометра изменяется в $G_2 = l_2(l_1 - L_0)/L_0^2 - l_2 l_1^2/(L_0^2 R)$ раз. При этом для фиксированных величин l_1, l_2, L_0 она уменьшается с уменьшением радиуса кривизны R в интервале $l_1^2/(l_1 - L_0) \leq R \leq \infty$ вплоть до нуля, когда $R = l_1^2/(l_1 - L_0)$ (условие записи голограммы Фурье [7]), и в плоскости голограммы локализируются «замороженные» интерференционные полосы из-за отсутствия смещения спеклов. Дальнейшее уменьшение величины R приводит к увеличению чувствительности интерферометра из-за возникновения и увеличения однородного смещения в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции. В качестве примера зависимости G_1 и G_2 от радиуса кривизны R для фиксированных величин $f = 220$ мм, $l_1 = 200$ мм, $l_2 = 160$ мм представлены на рис. 4.

Из анализа образования интерференционных картин, характеризующих поперечное перемещение плоской диффузно рассеивающей свет поверхности, когда с использованием отрицательной линзы выполняется двухэкспозиционная запись квази-Фурье-голограммы, следует, что они локализируются в двух

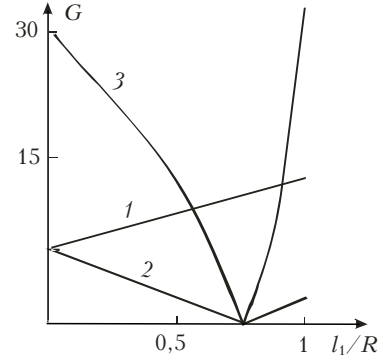


Рис. 4. Зависимости коэффициентов G чувствительности интерферометра для фиксированных величин $f = 220$ мм, $l_1 = 200$ мм, $l_2 = 160$ мм: 1 — G_1 ; 2 — G_2 ; 3 — G_3

плоскостях: в плоскости голограммы и в дальней зоне дифракции, где формируется изображение рассеивателя. Это объясняется тем, что, с одной стороны, в плоскости голограммы имеет место смещение на одинаковую величину субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции. При этом их совмещение на стадии восстановления голограммы достигается в дальней зоне дифракции. С другой стороны, наличие угла наклона в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к идентичным спеклам первой экспозиции, обуславливает локализацию в ней интерференционной картины. Причем выполнение пространственной фильтрации дифракционного поля в соответствующих плоскостях обеспечивает возможность определения чувствительности интерферометра к поперечному перемещению для регистрируемых интерференционных картин.

Пусть теперь перед повторным экспонированием фотопластинки 2 (см. рис. 1) матовый экран 1 оказывается смещенным по оси z на величину $\Delta l \ll l_1 R$. Тогда в используемом приближении распределение комплексной амплитуды пропускания голограммы, соответствующее (-1) -му порядку дифракции, принимает вид

$$\begin{aligned} \tau'(x_3, y_3) \sim \exp(-ikx_3 \sin \theta) \times \\ \times \left\{ F(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{iklL_0^2}{2l_1^2 l_2^2} (x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) + \right. \\ \left. + \exp(ik\Delta l) \exp\left[-\frac{ik\Delta l L_0^2}{2l_1^2 l_2^2} (x_3^2 + y_3^2)\right] \times \right. \\ \left. \times \left\{ F'(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{iklL_0^2}{2(l_1 + \Delta l)^2 l_2^2} (x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) \right\} \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$L'_0 = L_0 \left(1 + \frac{L_0 \Delta l}{l_1^2}\right), \quad \frac{1}{l'} = \frac{1}{R - \Delta l} + \frac{L_0}{(l_1 + \Delta l)^2} + \frac{1}{l_1 + \Delta l}$$

– введенные обозначения для сокращения записи; $F'(x_3, y_3)$ – Фурье-образ функции $t(x_1, y_1)$ с пространственными частотами $\frac{L'_0 x_3}{\lambda(l_1 + \Delta l)l_2}$, $\frac{L'_0 y_3}{\lambda(l_1 + \Delta l)l_2}$.

Из (16) следует, что субъективные спеклы, соответствующие второй экспозиции, смещены в плоскости голограммы по радиусу от оптической оси относительно спеклов первой экспозиции из-за разницы в масштабах Фурье-образов функции $t(x_1, y_1)$. Причем наличие изменения по радиусу от оптической оси их угла наклона обуславливает декорреляцию субъективных спекл-структур двух экспозиций. Кроме того, множитель $\exp[-ikL^2\Delta l(x_3^2 + y_3^2)/(2l_1^2l_2^2)]$ характеризует изменяющийся по радиусу от оптической оси угол наклона субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции.

Если на стадии восстановления двухэкспозиционной квази-Фурье-голограммы в ее плоскости на оптической оси проводится пространственная фильтрация дифракционного поля, то положим, что в пределах диаметра фильтрующего отверстия пространственного фильтра p_0 (см. рис. 2) изменение фазы $kL_0^2\Delta l(x_3^2 + y_3^2)/(2l_1^2l_2^2)$ не превосходит π . Кроме того, будем считать, что диаметр d_Φ фильтрующего отверстия удовлетворяет условию $d_\Phi \leq 2\lambda l_1^2 l_2 / d(l_1 - L_0)\Delta l$. Тогда на выходе пространственного фильтра распределение комплексной амплитуды поля определяется выражением

$$u'(x_3, y_3) \sim p_0(x_3, y_3) \left\{ F(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{iklL_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P_0(x_3, y_3) + \exp(ik\Delta l) \times \left\{ F(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{ikl'L_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) \right\} \right\}. \quad (17)$$

В результате выполнения Фурье-преобразования получим распределение комплексной амплитуды поля в плоскости (x_4, y_4) (см. рис. 2) в виде

$$u'(x_4, y_4) \sim \left\{ p(x_4, y_4) t\left(-\frac{l_1}{L_0}x_4, -\frac{l_1}{L_0}y_4\right) \times \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] + p(x_4, y_4) \exp(ik\Delta l) \times t\left(-\frac{l_1}{L_0}x_4, -\frac{l_1}{L_0}y_4\right) \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \times \exp\left[\frac{ikM\Delta l}{2l_1^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \right\} \otimes P_0(x_4, y_4), \quad (18)$$

где $M = \frac{l_1^4 - R^2(l_1 - L_0)^2}{R^2L_0^2}$ – введенное обозначение для сокращения записи.

Если период изменения функции $1 + \exp(ik\Delta l) \times \exp\left[\frac{ikM\Delta l}{2l_1^2}(x_4^2 + y_4^2)\right]$ хотя бы на порядок пре-

восходит ширину функции $P_0(x_4, y_4)$, то вынесем ее в (18) из-под знака интеграла свертки. Тогда распределение освещенности в плоскости регистрации 3 (см. рис. 2) определяется выражением

$$I'(x_4, y_4) \sim \left\{ 1 + \cos\left[k\Delta l + \frac{kM\Delta l}{2l_1^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \right\} \times \left| p(x_4, y_4) t\left(-\frac{l_1}{L_0}x_4, -\frac{l_1}{L_0}y_4\right) \times \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes P_0(x_4, y_4) \right|^2. \quad (19)$$

Из (19) следует, что в плоскости формирования изображения рассеивателя, ограниченного размером зрачка линзы L (см. рис. 1), субъективная спекл-структура промодулирована полосами равного наклона – системой концентрических интерференционных колец. Причем измерение их радиусов в соседних порядках интерференции обеспечивает возможность определения продольного перемещения плоской диффузно рассеивающей свет поверхности для известных величин λ , R , L_0 , l_1 .

Пусть на стадии восстановления двухэкспозиционной квази-Фурье-голограммы, характеризующей продольное перемещение рассеивателя, пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется на оптической оси в плоскости (x_4, y_4) (см. рис. 3) формирования изображения рассеивателя. В этом случае без учета пространственной ограниченности поля распределение его комплексной амплитуды принимает вид

$$u'(x_4, y_4) \sim p(x_4, y_4) t\left(-\frac{l_1}{L_0}x_4, -\frac{l_1}{L_0}y_4\right) \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] + \exp(ik\Delta l) \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2\Delta lL_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes p(x_4, y_4) \times t\left(-\frac{l_1 + \Delta l}{L_0}x_4, -\frac{l_1 + \Delta l}{L_0}y_4\right) \exp\left[\frac{ik(l_1 + \Delta l)^2}{2l'L_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right]. \quad (20)$$

Если диаметр фильтрующего отверстия пространственного фильтра p_0 (см. рис. 3) не превосходит величину $2\lambda l_1^2 l_2 / d(l_1 - L)\Delta l$ и в его пределах изменения фазы удовлетворяет условию $[kM\Delta l(x_4^2 + y_4^2)/2l_1^2] \leq \pi$, то с учетом того, что по порядку величины функция $\exp\left[\frac{ikl_1^2}{2\Delta lL_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right]$ близка к дельта-функции Дирака, распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра определяется выражением

$$u'(x_4, y_4) \sim p_0(x_4, y_4) \left\{ t\left(-\frac{l_1}{L_0}x_4, -\frac{l_1}{L_0}y_4\right) \times \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] + \exp(ik\Delta l) \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2\Delta lL_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \right\}$$

$$\otimes t\left(-\frac{l_1}{L_0}x_4, -\frac{l_1}{L_0}y_4\right) \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2l_0^2}(x_4^2 + y_4^2)\right]. \quad (21)$$

В результате выполнения преобразования Фурье получим распределение комплексной амплитуды поля в плоскости (x_5, y_5) (см. рис. 3) в виде

$$u'(x_5, y_5) \sim \left\{ \left\{ 1 + \exp(ik\Delta l) \exp\left[-\frac{ikL_0^2\Delta l}{2l_1^2l_2^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \right\} \times \right. \\ \left. \times \left[F(-x_5, -y_5) \otimes \exp\left[-\frac{iklL_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \right] \right\} \otimes P_0(x_5, y_5). \quad (22)$$

Если период изменения функции $1 + \exp(ik\Delta l) \times \exp\left[-\frac{ikL_0^2\Delta l}{2l_1^2l_2^2}(x_5^2 + y_5^2)\right]$ хотя бы на порядок превосходит ширину функции $P_0(x_5, y_5)$, которая определяет размер субъективного спекла в плоскости регистрации 3 (см. рис. 3), то вынесем ее в (22) из-под знака интеграла свертки. Тогда распределение освещенности в плоскости (x_5, y_5) определяется выражением

$$I'(x_5, y_5) \sim \left\{ 1 + \cos\left[k\Delta l - \frac{kL_0^2\Delta l}{2l_1^2l_2^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \right\} \times \\ \times \left[F(-x_5, -y_5) \otimes \exp\left[-\frac{iklL_0^2}{2l_1^2l_2^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \otimes P_0(x_5, y_5) \right]^2. \quad (23)$$

Согласно (23) в плоскости формирования изображения голограммы субъективная спекл-структура промодулирована полосами равного наклона — системой концентрических колец. При этом их радиусы не зависят от величины радиуса сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения матового экрана 1 (см. рис. 1) на стадии записи голограммы. Кроме того, как и в случае контроля поперечного перемещения рассеивателя с учетом вышеуказанных условий, пространственная протяженность интерференционной картины ограничивается областью существования квази-Фурье-образа функции $t(x_1, y_1)$.

Из сравнения выражений (19), (23) следует, что для интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя, чувствительность интерферометра к продольному перемещению плоской диффузно рассеивающей свет поверхности изменяется в $G_3 = Ml_2^2/L_0^2$ раз. При этом она равна нулю, когда $R = l_1^2/(l_1 - L_0)$, и ее зависимость от R для фиксированных величин f, l_1, l_2 представлена на рис. 4.

При освещении матового экрана 1 (см. рис. 1) когерентным излучением со сходящейся сферической волной с радиусом кривизны R в вышеприведенном анализе формирования интерференционных картин, характеризующих продольное перемещение рассеивателя, необходимо изменить l на величину, удовлетворяющую условию $1/l = -1/R + 1/l_1 - L_0/l_1^2$, а l' на величину, удовлетворяющую условию

$$\frac{1}{l'} = -\frac{1}{R + \Delta l} + \frac{1}{l_1 + \Delta l} - \frac{L_0}{(l_1 + \Delta l)^2}.$$

В этом случае чувствительность интерферометра также изменится в G_3 раз для интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя. Кроме того, по сравнению с контролем поперечного перемещения рассеивателя при двухэкспозиционной записи голограммы Фурье, когда радиус кривизны сходящейся сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя, равен $l_1^2/(l_1 - L_0)$, для регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, необходимо выполнение пространственной фильтрации дифракционного поля. Это объясняется тем, что в плоскости голограммы субъективные спеклы, соответствующие второй экспозиции, смещены по радиусу от оптической оси по отношению к спеклам первой экспозиции.

Из анализа образования интерференционных картин, характеризующих продольное перемещение плоской диффузно рассеивающей свет поверхности, когда с использованием отрицательной линзы проводится двухэкспозиционная запись квази-Фурье-голограммы, следует, что они локализуются в двух плоскостях: в плоскости голограммы и в дальней зоне дифракции, где формируется изображение рассеивателя. Это объясняется тем, что, с одной стороны, в плоскости голограммы имеет место изменяющийся по радиусу от оптической оси угол наклона субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции. В результате в плоскости формирования изображения голограммы образуется интерференционная картина при условии выполнения в Фурье-плоскости пространственной фильтрации дифракционного поля, которая обеспечивает получение идентичных спеклов двух экспозиций в плоскости регистрации интерферограммы. С другой стороны, ориентационный характер субъективных спеклов в плоскости голограммы таков, что имеет место дополнительное изменение по радиусу от оптической оси угла наклона субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции. Причем в этом случае получение идентичных спеклов двух экспозиций достигается в Фурье-плоскости при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы.

В эксперименте двухэкспозиционные квази-Фурье и Фурье-голограммы записывались на фотопластинках типа Микрат-ВРЛ с помощью излучения He-Ne-лазера на 0,63 мкм. Методика экспериментальных исследований заключалась в сравнении результатов записи голограмм для фиксированной величины как поперечного $a = (0,05 \pm 0,002)$ мм, так и продольного $\Delta l = (1 \pm 0,002)$ мм перемещения. При этом расстояния l_1, l_2 соответственно равнялись 200 и 160 мм. Фокусное расстояние отрицательной линзы составляло $f = 220$ мм, а диаметр зрачка $d = 14$ мм. Диаметр освещенной области матового

экрана равнялся 60 мм. Для опорного пучка угол $\theta = 10^\circ$, радиус кривизны расходящейся сферической волны $r = 265$ мм. При этом различные радиусы кривизны расходящейся или сходящейся сферической волны когерентного излучения для освещения матового экрана выбирались в пределах от $R = \infty$ до $|R| = 200$ мм.

В качестве примера на рис. 5 представлены интерференционные картины, локализирующиеся в плоскости формирования изображения рассеивателя и характеризующие его поперечное перемещение. Метка в виде буквы «Т» была предварительно нанесена на матовый экран, а «Л» — на боковую поверхность отрицательной линзы.

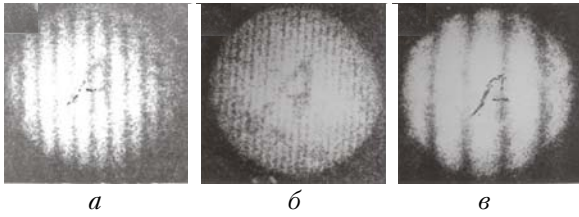


Рис. 5. Интерференционные картины, локализирующиеся в плоскости формирования изображения рассеивателя и характеризующие его поперечное перемещение: *a* — освещение рассеивателя коллимированным пучком; *b* — излучением с расходящейся сферической волной

Интерференционные картины регистрировались при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы путем ее восстановления малоапертурным (≈ 2 мм) лазерным пучком. На рис. 5, *a* матовый экран 1 (см. рис. 1) освещен коллимированным пучком, на рис. 5, *b* — излучением с расходящейся сферической волной с радиусом кривизны $R = 200$ мм, на рис. 5, *v* — сходящейся сферической волной с $R = 200$ мм. В этих трех случаях, как и в последующих, связанных с изменением величины и знака R , интерференционные картины, локализирующиеся в плоскости голограммы, имели одинаковую частоту интерференционных полос, соответствующую частоте полос на рис. 6, *a*.

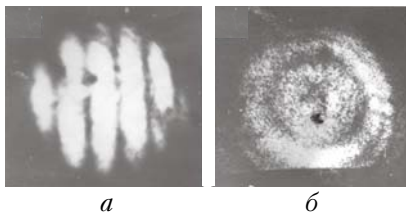


Рис. 6. Интерференционные картины, локализирующиеся в плоскости голограммы и характеризующие: *a* — поперечное, *b* — продольное перемещение рассеивателя

Регистрация интерференционных картин на рис. 6 выполнялась при освещении голограммы (см. рис. 3) коллимированным пучком диаметром 60 мм и с проведением пространственной фильтрации дифракционного поля в фокальной плоскости линзы L_1 (см. рис. 3) диаметром 65 мм. При этом пространственная протяженность интерференцион-

ной картины, локализирующейся в плоскости голограммы, составила 34 мм и соответствовала, как и в [7], расчетной величине.

Путем измерения периодов интерференционных полос определились коэффициенты G_1, G_2 (помимо того, что их можно определить из результатов измерений f, l_1, l_2, R). Полученные таким образом значения G_1, G_2 соответствуют рис. 4 с точностью до ошибки (10%), допускаемой в эксперименте.

Пусть в случае контроля поперечного перемещения рассеивателя пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется в плоскости голограммы вне оптической оси, т.е. положим, что центр фильтрующего отверстия имеет координаты $x_{03}, 0$. Тогда с учетом того, что его диаметр много больше области существования функции $P(x_3, y_3)$, и условия, заключающегося в том, что в пределах диаметра фильтрующего отверстия пространственного фильтра p_0 (см. рис. 2) изменение фазы $(kL_0ax_3/l_1l_2) \leq \pi$, распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра принимает вид

$$u(x_3, y_3) \sim p_0(x_3, y_3) \left\{ F(x_3 + x_{03}, y_3) \otimes \exp \left\{ -\frac{iklL_0^2}{2l_1^2l_2^2} [(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2] \right\} \otimes \exp \left(\frac{ikL_0x_{03}x_3}{l_1l_2} \right) P(x_3, y_3) + \exp \left(\frac{ikL_0ax_{03}}{l_1l_2} \right) \times F(x_3 + x_{03}, y_3) \otimes \exp \left[-\frac{ikL_0a}{l_1l_2} (x_3 + x_{03}) \right] \times \exp \left\{ -\frac{iklL_0^2}{2l_1^2l_2^2} [(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2] \right\} \otimes \exp \left[-\frac{ikL_0a}{l_1l_2} (x_3 + x_{03}) \right] \exp \left(\frac{ikL_0x_{03}x_3}{l_1l_2} \right) P(x_3, y_3) \right\}. \quad (24)$$

В рассматриваемом случае после выполнения преобразования Фурье распределение комплексной амплитуды поля в плоскости (x_4, y_4) (см. рис. 2) определяется выражением

$$u(x_4, y_4) \sim \left\{ p \left(x_4 - \frac{L_0}{l_1} x_{03}, y_4 \right) t \left(-\frac{l_1}{L_0} x_4, -\frac{l_1}{L_0} y_4 \right) \times \exp \left[\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \exp \left(\frac{i2kx_{03}x_4}{l_2} \right) + p \left(x_4 - \frac{L_0}{l_1} x_{03} + \frac{L_0}{l_1} a, y_4 \right) t \left(-\frac{l_1}{L_0} x_4, -\frac{l_1}{L_0} y_4 \right) \times \exp \left\{ \frac{ikl_1^2}{2lL_0^2} \left[\left(x_4 + \frac{L_0}{l_1} a \right)^2 + y_4^2 \right] \right\} \exp \left(\frac{i2kx_{03}x_4}{l_2} \right) \times \exp \left(\frac{ikL_0ax_{03}}{l_1l_2} \right) \right\} \otimes P_0(x_4, y_4), \quad (25)$$

на основании которого распределение освещенности в плоскости регистрации 3 (см. рис. 2) принимает вид

$$I(x_4, y_4) \sim \left\{ 1 + \cos \left[\frac{kl_1 a}{lL_0} \left(x_4 + \frac{lL_0^2}{l_1^2 l_2} x_{03} \right) + \frac{k}{2l} a^2 \right] \right\} \times \\ \times \left| p \left(x_4 - \frac{L_0}{l_1} x_{03}, y_4 \right) t \left(-\frac{l_1}{L_0} x_4, -\frac{l_1}{L_0} y_4 \right) \right| \times \\ \times \exp \left[\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \exp \left(\frac{i2kx_{03}x_4}{l_2} \right) \otimes P_0(x_4, y_4) \Big|^2. \quad (26)$$

Из сравнения (10), (26) следует, что при смещении на оси x фильтрующего отверстия имеет место смещение интерференционной картины относительно неподвижного изображения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности. Кроме того, в процессе изменения x_{03} изменяется фаза интерференционной картины от 0 до π , когда центр фильтрующего отверстия перемещается от минимума интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, до ее максимального значения («живые» интерференционные полосы).

Интерференционные картины на рис. 7 локализируются в плоскости формирования изображения рассеивателя и характеризуют его продольное перемещение, когда на стадии записи голограммы матовый экран 1 (см. рис. 1) освещается коллимированным пучком (рис. 7, а) и излучением со сходящейся сферической волной радиусом кривизны 200 мм (рис. 7, б). При этом локализуемая в плоскости голограммы интерференционная картина соответствует рис. 6, б.

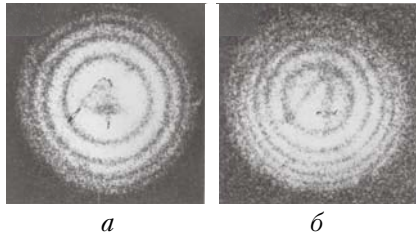


Рис. 7. Интерференционные картины

В этих двух случаях, как и в других, которые связаны с изменением величины радиуса кривизны сферического волнового фронта и его знака, определенные по результатам измерения радиусов интерференционных колец в соседних порядках интерференции значения коэффициентов G_3 (помимо того, что их можно определить в результате измерений f, l_1, l_2, R) соответствуют рис. 4 с точностью до ошибки (10%), допускаемой в эксперименте.

Пусть в случае контроля продольного перемещения рассеивателя пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется в плоскости голограммы вне оптической оси, т.е. положим, что центр фильтрующего отверстия имеет координаты $x_{03}, 0$. Тогда с учетом неоднородного смещения субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, и условий, заключающихся в том, что

в пределах диаметра d_ϕ фильтрующего отверстия пространственного фильтра p_0 (см. рис. 2) изменение фазы $kL_0^2 \Delta l (x_3^2 + y_3^2) / 2l_1^2 l_2^2$ не превосходит π и $d_\phi \leq 2\lambda l_1^2 l_2 / d(l_1 - L_0) \Delta l$, распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра принимает вид

$$u'(x_3, y_3) \sim p_0(x_3, y_3) \left\{ F(x_3 + x_{03}, y_3) \otimes \right. \\ \otimes \exp \left\{ -\frac{iklL_0^2}{2l_1^2 l_2^2} [(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2] \right\} \otimes \\ \otimes \exp \left(\frac{ikL_0 x_{03} x_3}{l_1 l_2} \right) P(x_3, y_3) + \exp(ik\Delta l) \times \\ \times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \exp \left[\frac{-ikL_0(l_1 - L_0)\Delta l x_1 x_{03}}{l_1^3 l_2} \right] \times \right. \\ \times \exp \left\{ \frac{-ikL_0 [x_1(x_3 + x_{03}) + y_1 y_3]}{l_1 l_2} \right\} dx_1 dy_1 \otimes \\ \otimes \exp \left\{ -\frac{iklL_0^2}{2l_1^2 l_2^2} [(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2] \right\} \otimes \\ \left. \left. \otimes \exp \left(\frac{ikL_0 x_{03} x_3}{l_1 l_2} \right) P(x_3, y_3) \right\} \right\}. \quad (27)$$

В рассматриваемом случае после выполнения преобразования Фурье распределение комплексной амплитуды поля в плоскости (x_4, y_4) (см. рис. 2) определяется выражением

$$u'(x_4, y_4) \sim \left\{ p \left(x_4 - \frac{L_0}{l_1} x_{03}, y_4 \right) t \left(-\frac{l_1}{L_0} x_4, -\frac{l_1}{L_0} y_4 \right) \right\} \times \\ \times \exp \left[\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \exp \left(\frac{i2kx_{03}x_4}{l_2} \right) \times \\ \times \left\{ 1 + \exp(ik\Delta l) \exp \left[\frac{ikM\Delta l}{2l_1^2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \right\} \times \\ \times \exp \left(\frac{ik(l_1 - L_0)\Delta l x_{03} x_4}{l_1^2 l_2} \right) \Big|^2 \otimes P_0(x_4, y_4), \quad (28)$$

на основании которого распределение освещенности в плоскости регистрации 3 (см. рис. 2) принимает вид

$$I'(x_4, y_4) \sim \\ \sim \left\{ 1 + \cos \left[k\Delta l + \frac{kM\Delta l}{2l_1^2} (x_4^2 + y_4^2) + \frac{k(l_1 - L_0)\Delta l x_{03} x_4}{l_1^2 l_2} \right] \right\} \times \\ \times \left| p \left(x_4 - \frac{L_0}{l_1} x_{03}, y_4 \right) t \left(-\frac{l_1}{L_0} x_4, -\frac{l_1}{L_0} y_4 \right) \right| \times \\ \times \exp \left[\frac{ikl_1^2}{2lL_0^2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \exp \left(\frac{i2kx_{03}x_4}{l_2} \right) \otimes P_0(x_4, y_4) \Big|^2. \quad (29)$$

Из сравнения (19), (29) следует, что при смещении фильтрующего отверстия имеет место смещение интерференционных полос относительно неподвижного изображения рассеивателя в сторону, противоположную смещению изображения зрачка линзы L (см. рис. 1). Так, рис. 8, *a* соответствует выполнению пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси, а рис. 8, *б* — на расстоянии 5 мм от оптической оси. Кроме того, динамика поведения интерференционной картины аналогична динамике ее поведения в случае контроля поперечного перемещения рассеивателя, когда центр фильтрующего отверстия перемещается от минимума интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, до ее максимального значения.

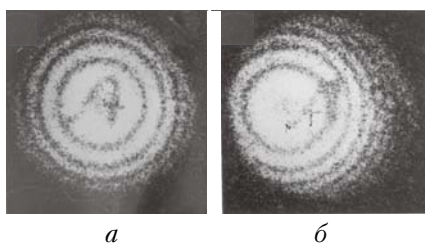


Рис. 8. Интерференционные картины, локализуемые в Фурье-плоскости и характеризующие продольное перемещение рассеивателя, при выполнении пространственной фильтрации в плоскости голограммы: *a* — на оптической оси; *б* — на расстоянии 5 мм от оптической оси

Таким образом, результаты проведения исследований показали следующее.

Двухэкспозиционная запись с использованием отрицательной линзы квази-Фурье-голограмм для контроля поперечного или продольного перемещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности сопровождается образованием интерференционных картин, локализуемых в двух плоскостях: в плоскости голограммы и в дальней зоне дифракции. Для их регистрации необходимо выполнение пространственной фильтрации дифракционного поля в соответствующих плоскостях. При этом для интерференционной картины, локализуемой в плоскости Фурье и характеризующей поперечное перемещение рассеивателя, чувствительность интерферометра за-

висит как от величины, так и от знака радиуса кривизны сферического волнового фронта когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя на стадии записи голограммы. В свою очередь при осуществлении контроля продольного перемещения рассеивателя чувствительность интерферометра не зависит от знака радиуса кривизны.

Для интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы и характеризующей поперечное или продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, чувствительность интерферометра не зависит от радиуса кривизны сферической волны когерентного излучения, используемого на стадии записи голограммы.

В случае двухэкспозиционной записи голограммы Фурье для контроля поперечного перемещения рассеивателя интерференционная картина локализуется только в плоскости голограммы. В свою очередь регистрация интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы и характеризующей продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, требует выполнения пространственной фильтрации дифракционного поля в Фурье-плоскости из-за несовпадения субъективных спеклов двух экспозиций в плоскости голограммы.

1. Гусев В.Г. Формирование в диффузно рассеянных полях интерференционных картин при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля двухэкспозиционной голограммы Френеля // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18. № 11. С. 1011–1019.
2. Гусев В.Г. Формирование в диффузно рассеянных полях интерференционных картин при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля двухэкспозиционной голограммы сфокусированного изображения рассеивателя // Оптика атмосф. и океана. 2006. Т. 19. № 1. С. 84–94.
3. Гудмен Д. Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1980. 165 с.
4. Франсон М. Оптика спеклов. М.: Мир, 1980. 165 с.
5. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 846 с.
6. Джоунс Р., Уайкс К. Голографическая и спекл-интерферометрия. М.: Мир, 1986. 320 с.
7. Гусев В.Г. Пространственная фильтрация голографических интерферограмм бокового сдвига // Оптика и спектроскопия. 1993. Т. 74. Вып. 6. С. 1201–1206.

V.G. Gusev. Formation of interferograms in diffusively scattered fields due to spatial filtration of a diffractive field of the double-exposure quasi-Fourier and Fourier holograms. Part I.

An analysis of sensitivity of the holographic interferometer on the basis of two-exposure recording with a negative lens of quasi-Fourier and Fourier holograms to transversal or longitudinal displacements of the plate surface diffusively scattered light is presented. It is shown that interference patterns are located in the hologram plane and Fourier-plane. Spatial filtration of a diffractive field can be provided for recording interference pattern. The experimental results are in good agreement with theoretical arguments.