

МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ. ОБРАБОТКА
ДАННЫХ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

УДК 551.501.816: 519.245

В.А. Коршунов

**МОДИФИКАЦИЯ ЛОКАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ ЛИДАРНЫХ
СИГНАЛОВ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
ОДНОВРЕМЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРЯМОЙ
И СОПРЯЖЕННОЙ ТРАЕКТОРИЙ**

Предлагается модификация локальной оценки лидарных сигналов, повышающая эффективность расчетов методом Монте-Карло в случае, когда углы приема и расстояние от лидара до рассеивающего слоя малы. Рассматриваемая модификация отличается тем, что одновременно моделируются прямая и сопряженная траектории, а оценка берется в виде взвешенного среднего по всем вариантам построения траекторий.

Введение

При решении многообразных задач лазерного зондирования замутненной атмосферы широко используется метод Монте-Карло [1]. В связи со спецификой постановки граничных условий (точечные и узконаправленные источники и приемники) применяемые при этом алгоритмы основываются на методе локальных оценок.

В случае, когда лидар и зондируемая среда разделены определенным промежутком, причем параметры $\tau_0 = R_0\sigma$ и $\tau_d = \tau_0\varphi$ (где R_0 – расстояние от лидара до рассеивающего слоя; σ – характерное значение коэффициента ослабления слоя; 2φ – угол приема) удовлетворяют условиям $\tau_0 \gtrsim 1$, $\tau_d \gtrsim 0,1$, хорошие результаты дает использование простой (однократной) локальной оценки. С уменьшением параметров τ_0 , τ_d дисперсия локальной оценки резко возрастает и ее применение становится малоэффективным. Наибольшие трудности возникают, когда $\tau_0 = 0$, а φ – мало. В этом случае используется двойная локальная оценка, которая имеет свои недостатки, в частности, медленную скорость сходимости.

Кроме того, в двойную локальную оценку входят два (а не одно, как в локальной оценке) значения индикатрисы рассеяния, что с учетом сильной анизотропии реальных индикатрис рассеяния замутненной атмосферы приводит к дополнительному увеличению разброса полученных оценок. Для преодоления этих трудностей был предложен ряд модификаций локальных оценок [1], однако как показывает практика работы по реализации некоторых модификаций, удовлетворительного (по крайней мере, в той же степени, как для случая больших τ_0 , τ_d) решения задачи получить не удается.

Целью настоящей статьи является построение эффективного алгоритма оценки лидарных сигналов в области малых параметров τ_0 , τ_d с использованием одновременного моделирования прямой и сопряженной траекторий. В определенной степени данную работу можно рассматривать как дальнейшее развитие подхода, предложенного ранее в [2].

Рассмотрим типичную задачу лазерного зондирования замутненной атмосферы, которая характеризуется коэффициентами рассеяния $\sigma(\mathbf{r})$, ослабления $\sigma_e(\mathbf{r})$ и индикатрисой рассеяния элементарного объема $f(\theta)$. Пусть источник излучения находится в точке \mathbf{a}_s , а приемник – в точке \mathbf{a}_q . Диаграмма направленности источника описывается функцией $g_s(\theta)$, а функция пропускания приемника – $g_q(\theta)$, причем выполняются условия нормировки:

$$\int g_s(\theta) d\Omega = 1, \quad \int g_q(\theta) d\Omega = \Omega_{\text{пр}}$$

Пусть источник в начальный момент времени испускает δ -образный во времени импульс излучения единичной энергии. Тогда средняя за некоторый интервал времени (t_i, t_{i+1}) мощность принимаемого излучения P_i может быть представлена в виде ряда по кратностям рассеяния:

$$P_i = \sum_m P_{im}; \quad (1)$$

$$P_{im} = \Delta t_i^{-1} \Omega_{\text{пр}} S_{\text{пр}} \int \prod_{k=0}^m Q_k(\mathbf{r}_k, \mathbf{r}_{k+1}) d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_m, \quad (2)$$

где $\mathbf{r}_0 = \mathbf{a}_s, \mathbf{r}_{m+1} = \mathbf{a}_q, Q_k(\mathbf{r}_k, \mathbf{r}_{k+1}) = f_k(\theta_k) \sigma(\mathbf{r}_{k+1}) e^{-\tau_{k,k+1}} r_{k,k+1}^{-2}$ при $k = 0, 1, \dots, m-1$;

$$Q_m(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}_{m+1}) = f_m(\theta_m) f_{m+1}(\theta_{m+1}) e^{-\tau_{m,m+1}} r_{m,m+1}^{-2}; f_0(\theta_0) = g_s(\theta_0);$$

$$f_{m+1}(\theta_{m+1}) = g_q(\theta_{m+1}) \Omega_{\text{пр}}^{-1}, f_k(\theta_k) = f(\theta_k) \text{ при } k = 1, \dots, m.$$

В выражении (2) последовательность точек $(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_m)$ представляет траекторию движения фотона; θ_k – угол рассеяния в точке \mathbf{r}_k ; $r_{k,k+1}$ – расстояние между точками \mathbf{r}_k и \mathbf{r}_{k+1} ; $\tau_{k,k+1}$ – оптическая толщина по ослаблению между точками \mathbf{r}_k и \mathbf{r}_{k+1} ; $S_{\text{пр}}$ – площадь приемника; $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$; $\Delta_i = \Delta_i(t_i, t_{i+1}, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_m) = \theta(t - t_i) - \theta(t - t_{i+1})$, где $\theta(t)$ – единичная ступенчатая функция; $t = \frac{1}{c} \sum_{k=0}^m r_{k,k+1}$; c – скорость света. Функции $Q_k(\mathbf{r}_k, \mathbf{r}_{k+1})$ определяют плотность вероятности для перехода из точки \mathbf{r}_k в точку \mathbf{r}_{k+1} .

Перепишем теперь (2) в виде

$$P_{im} = \int R_{0,k}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_k) z_k(\mathbf{r}_{k-1}, \dots, \mathbf{r}_{k+2}) R_{m+1,k+1}(\mathbf{r}_{k+1}, \dots, \mathbf{r}_{m+1}) \Delta'_i d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_m, \quad (3)$$

где $k = 0, 1, \dots, m$; $\Delta'_i = \Delta t_i^{-1} \Omega_{\text{пр}} S_{\text{пр}} \Delta_i(t_i, t_{i+1}, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_m)$;

$$R_{0,k} = \prod_{j=0}^{k-1} Q_j(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_{j+1}) \text{ при } k = 1, \dots, m, R_{0,0} = 1;$$

$$R_{m+1,k+1} = \prod_{j=k+1}^m \hat{Q}_j(\mathbf{r}_{j+1}, \mathbf{r}_j); \hat{Q}_j(\mathbf{r}_{j+1}, \mathbf{r}_j) = f_{j+1}(\theta_{j+1}) \sigma(\mathbf{r}_j) e^{-\tau_{j,j+1}} r_{j,j+1}^{-2}$$

при $k = 0, 1, \dots, m-1$; $R_{m,m+1} = 1$;

$$z_k(\mathbf{r}_{k-1}, \dots, \mathbf{r}_{k+2}) = f_k(\theta_k) f_{k+1}(\theta_{k+1}) e^{-\tau_{k,k+1}} r_{k,k+1}^{-2}.$$

Величина $R_{0,k}$ в (3) представляет плотность вероятности, описывающую распространение фотона от точки \mathbf{r}_0 до точки \mathbf{r}_k , а $R_{m+1,k+1}$ – плотность вероятности при распространении фотона по сопряженной траектории от точки \mathbf{r}_{m+1} до точки \mathbf{r}_{k+1} . Из (3) следует, что P_{im} можно оценить путем моделирования соответствующих отрезков прямой и сопряженной траекторий и нахождения математического ожидания величины $z_k \Delta'_i$, т.е.

$$P_{im} = M[z_k \Delta'_i],$$

где M – знак математического ожидания. Номер k при этом может принимать любые значения от 0 до m . Заметим, что выбор $k = m$ соответствует обычной локальной оценке, в $k = m - 1$ – двойной локальной оценке.

Проведем теперь усреднение (3) по всем k от 0 до m , после чего, поменяв местами суммирование и интегрирование, найдем

$$P_{im} = \frac{1}{m+1} \int \Delta'_i \sum_{k=0}^m R_{0,k} z_k R_{m+1,k+1} d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_m. \quad (4)$$

Поскольку произведение $R_{0,k} z_k R_{m+1, k+1}$ зависит только от траектории $(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_m)$, но не от номера k , то отдельные члены суммы могут быть взяты с произвольными весами $\alpha_k(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_m)$, удовлетворяющими условию $\sum_{k=0}^m \alpha_k = m + 1$. Подставляя в (4) веса α_k и произведя обратную перестановку суммирования и интегрирования, получим

$$P_{im} = \frac{1}{m+1} \sum_{k=0}^m \int \alpha_k R_{0,k} z_k R_{m+1, k+1} \Delta'_i d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_m. \quad (5)$$

Выражение (5) определяет оценку P_{im} в виде

$$P_{im} = \frac{1}{m+1} \sum_{k=0}^m M[\alpha_k z_k \Delta'_i]. \quad (6)$$

Выберем теперь веса α_k следующим образом:

$$\begin{aligned} \alpha_k &= 0 && \text{при } z_k > z_{ig}, \\ \alpha_k &= (m+1)/M_s && \text{при } z_k \leq z_{ig}, \end{aligned} \quad (7)$$

где M_s – общее число членов суммы в (6), для которых $z_k \leq z_{ig}$; z_{ig} – некоторое число, зависящее от номера i отрезка временной гистограммы (выбор величин z_{ig} будет рассмотрен ниже). Выражения (6), (7) определяют некоторую модификацию локальной оценки, дисперсия которой конечна, поскольку величины $\alpha_k z_k$ ограничены сверху.

Отличие оценки (6), (7) от обычных локальных оценок заключается в том, что здесь вклад в P_{im} одной и той же траектории реализуется $m+1$ различными способами (вариантами) моделирования траекторий. При этом вклад в P_{im} каждого варианта является произведением частоты появления траектории $(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_m)$ в этом варианте, пропорциональной $R_{0,k} R_{m+1, k+1}$, на величину z_k .

Вклады всех вариантов одинаковы, однако среди них есть варианты с малой частотой появления и большим z_k и, наоборот, варианты с большой частотой и малым z_k . Ясно, что разброс оценок обусловлен именно первой группой вариантов. Введением весовых множителей (7) эта группа вариантов исключается, а их вклад в P_{im} учитывается путем увеличения в $(m+1) M_s^{-1}$ раз вклада другой группы вариантов.

Эффективность предложенной оценки зависит от правильного выбора чисел z_{ig} . Очевидно, что для любого i величина z_{ig} должна быть увязана с величиной средней мощности $P_i = \sum_m P_{im}$ в i -м интервале временной гистограммы. Будем далее полагать, что $z_{ig} \sim P_i$. Коэффициент пропорциональности может быть определен из следующих соображений.

Максимальное значение веса α_k при заданном m , получающееся при $M_s = 1$ (случай $M_s = 0$ будет рассмотрен ниже), равно $m+1$. При этом вклад в P_i при разыгрывании одного варианта достигает величины $\Delta t_i^{-1} \Omega_{np} S_{np} z_k N^{-1}$, где N – число разыгрываемых траекторий. Потребуем, чтобы этот единичный вклад не превосходил βP_i , где $\beta < 1$ (на практике обычно достаточно выбора в диапазоне 0,01–0,1). Отсюда находим, что

$$z_{ig} = \beta P_i N \Delta t_i (\Omega_{np} S_{np})^{-1}. \quad (8)$$

Задание z_{ig} в соответствии с (8) требует предварительной информации о P_i . Для оценки P_i можно провести предварительный расчет по рассматриваемой схеме, задав все величины z_{ig} заведомо большими, чем это следует из (8).

Отдельного рассмотрения требует случай $M_s = 0$, когда для всех отрезков траектории $z_k > z_{ig}$. Будем полагать в этом случае $\alpha_k = 0$ для всех k и покажем, что возникающее при этом смещение оценок пренебрежимо мало.

Для оценки вклада траекторий с $M_s = 0$ рассмотрим следующую модельную задачу. Пусть в однородной бесконечной среде с коэффициентом ослабления σ находится источник, излучающий мгновенный импульс излучения. Найдем вероятность Q_g того, что траектория фотона, наблюдаемая через безразмерное время $U = \sigma c t$, не содержит отрезков, превышающих заданную величину l_g . При этом в число рассматриваемых отрезков включается и отрезок пути, пройденный после последнего столкновения. Очевидно, что величина Q_g может служить оценкой вклада траекторий с $M_s = 0$ для временной задержки U в среднем по всем положениям и ориентациям приемника в пространстве.

Простую оценку для Q_g сверху дает величина $(1 - e^{-l_g})^{N_l}$, где N_l – целая часть отношения U/l_g . Отсюда видно, что с увеличением U или уменьшением l_g вероятность Q_g стремится к нулю. Данная оценка является, однако, сильно завышенной. Поэтому для наиболее интересной для практических расчетов области значений U величины Q_g были найдены с помощью численных расчетов с использованием метода Монте-Карло (см. таблицу).

l_g	U			
	2	5	10	20
0,5	$3 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-8}$	–	–
1,0	0,27	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-9}$
2,0	–	–	0,17	$2,3 \cdot 10^{-2}$

В таблице представлены вероятности того, что траектория фотона, наблюдаемая через время U , не содержит отрезков, длина которых превышает l_g .

Из таблицы следует, что вероятности Q_g пренебрежимо малы при $l_g \leq 0,5$ в области $U \leq 10$ и при $l_g \leq 1,0$ в области $U \geq 10$. Поскольку $z_k \sim e^{-\tau(l_g)} l_g^2$, то указанные предельные величины l_g определяют ограничения на z_k сверху и соответственно на β снизу. Таким образом, выбор β должен осуществляться на основе компромисса между величинами разброса оценок и их смещения. Реальная возможность такого выбора была подтверждена при проведении ряда численных расчетов.

Примеры расчетов мощности лидарных сигналов P в относительных единицах в функции безразмерного времени U представлены на рис. 1. Треугольниками обозначены данные, полученные методом модифицированной оценки (6), (7). Для сравнения ломаными линиями показаны результаты расчетов, проведенных с помощью обычных локальных оценок. Отметим, что для приведенных на рисунке примеров расчета величина l_g менялась от 0,05 до 0,4 при $N = 5 \cdot 10^4$ и $\beta = 0,01$.

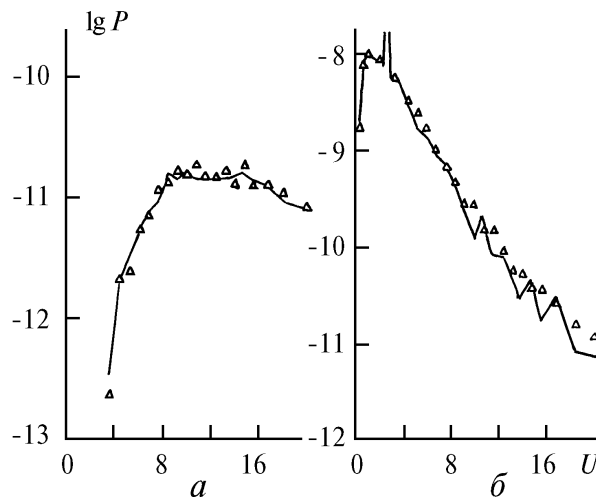


Рис. 1. Зависимость мощности сигнала от безразмерного времени; расчеты с помощью модифицированной оценки (треугольники) и локальных оценок (ломаные линии): a – среда <отделена> от лидара, b – лидар на границе среды

Пример расчета (рис. 1, *a*) приведен с целью проверки разработанного алгоритма путем сравнения с апробированным ранее методом локальной оценки. Для уменьшения дисперсии результатов при больших U последний использовался в сочетании с методом расщепления траекторий [3]. Геометрическая схема предполагала наличие промежутка между лидаром и облаком при параметрах $\tau_0 = 100$ и $\tau_d = 10$. Поле зрения приемника формировалось кольцевой диафрагмой поля зрения, при этом τ_d относится к внешнему радиусу кольца. Из рис. 1, *a* видно, что в пределах разброса точек результаты обоих методов расчета совпадают.

Рассмотрим более подробно случай (рис. 1, *b*), когда источник и приемник находятся на границе однородной полубесконечной среды. Коэффициент ослабления $\sigma = 20 \text{ км}^{-1}$. Индикатриса рассеяния соответствует известной модели облака $C1$ Дейрменджана для $\lambda = 0,7 \text{ мкм}$. Расстояние между источником и приемником составляет 4,2 м. Ось источника с расходимостью $2\varphi_s = 0,5^\circ$ ориентирована перпендикулярно к границе среды. Ось приемника находится в плоскости, образованной базовым отрезком и осью источника и отстроена на 3° от направления оси источника. Угол поля зрения приемника $2\varphi_q = 5^\circ$.

Расчет методом модифицированной оценки сравнивается с двойной локальной оценкой, дополненной методом размножения траекторий. Время счета одинаково для обоих методов. Разрыв в верхней части ломаной линии на рис. 1, *b* соответствует выбросу отдельной точки примерно на порядок величины P . Наличие такого рода выбросов является характерным для стандартной двойной локальной оценки.

Из рис. 1, *b* видно, что при малых временах результаты обоих методов расчета практически совпадают. При $U > 8$ двойная локальная оценка дает заметное смещение результатов в сторону их занижения, при этом разброс точек значительно больше, чем для модифицированной оценки. Для количественной оценки величины среднего разброса точек при $U > 8$ было проведено сглаживание результатов методом наименьших квадратов с помощью полинома 2-й степени и определен средне-квадратический разброс δ относительно сглаженной кривой. Получено, что для модифицированной оценки δ равно 0,05. В то же время для двойной локальной оценки δ равно 0,14 при величине смещения $\Delta \approx \delta$. При увеличении времени счета методом двойной локальной оценки в 5 раз δ и Δ уменьшились до 0,1. Дальнейшие расчеты с целью снижения δ до уровня, полученного в методе модифицированной оценки, не проводились ввиду превышения разумных пределов по затратам машинного времени. Однако можно предположить, учитывая медленную сходимость двойной локальной оценки [1], что уменьшение δ еще в два раза потребовало бы увеличения времени счета не менее чем в 4 раза. Отсюда можно сделать вывод, что эффективность предложенной модификации локальной оценки (если измерять ее временем счета при одинаковом δ) для $U \sim 10-20$, по крайней мере, на порядок превосходит эффективность двойной локальной оценки. Отметим, что при $U > 20$ для расчета лидарных сигналов от облаков и туманов можно использовать асимптотические соотношения теории переноса [3]. Таким образом, предложенная модификация локальной оценки позволяет в области малых значений параметров τ_0 , τ_d проводить расчеты методом Монте-Карло вплоть до стыковки их результатов с расчетами по асимптотическим формулам теории переноса.

1. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. / Под ред. Г.И. Марчука. Новосибирск: Наука, 1976. 100 с.

2. Голубицкий Б.М., Танташев М.В. // ЖВМ и МФ. 1972. Т. 12. N 1. С. 249–252.

3. Коршунов В.А. // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1987. Т. 30. N 10. С. 1193–1200.

НПО <Тайфун>, Обнинск

Поступила в редакцию
27 мая 1994 г.

V. A. Korshunov. **Modification of Local Estimation of Lidar Returns by the Monte-Carlo Method with Simultaneous Modeling of Direct and Conjugated Trajectories.**

A modification of the local estimation of lidar returns increasing the efficiency of the Monte-Carlo method at small receiving angles and the distance between the lidar and the scattering medium is developed. The features of the modification proposed are simultaneous modeling of direct and conjugated trajectories and the fact that the estimation is taken therewith as a weighted mean over all variants of the trajectories' constructing.