<Оптика атмосферы и океана>, **7**, N 5 (1994)

УДК 551.521

О.Б. Васильев, А.В. Васильев

ИНФОРМАЦИОННАЯ ОБЕСПЕЧЕННОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ АТМОСФЕРНЫХ СЛОЕВ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПОТОКОВ ИЗЛУЧЕНИЯ НА РАЗЛИЧНЫХ УРОВНЯХ В АТМОСФЕРЕ. III ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СЛОЕВ В НЕОДНОРОДНОЙ МНОГОСЛОЙНОЙ АТМОСФЕРЕ (ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ)

Приведены результаты математического моделирования условий решения обратной задачи: определения оптических параметров атмосферных слоев по результатам измерений спектральных полусферических потоков на различных уровнях в атмосфере. Показаны сходимость используемого для решения задачи итерационного процесса даже при достаточно грубом выборе нулевого приближения и возможность использования предлагаемого алгоритма для обработки результатов реальных экспериментов.

В [1, 2] рассмотрена постановка обратной задачи, методика ее решения и доказана информативность измерений потоков солнечного излучения относительно оптических параметров атмосферных слоев. Данная статья является продолжением этих публикаций, поэтому, не повторяя основные формулы и выводы из них и сохраняя обозначения используемых величин, изложим конкретную вычислительную схему решения обратной задачи. В развитие подхода, который рассматривался в конце 60-х – начале 70-х годов в [3, 4], предлагается решение обратной задачи путем сочетания прямого моделирования с методом статистической регуляризации. Проводится апробирование алгоритма в замкнутом численном эксперименте. Подобный подход рассматривался ранее в работах Г.М. Крекова и И.Э. Нааца [5, 6].

Для того чтобы убедиться в правильности выбранного алгоритма и рассмотреть адекватность получаемых решений реальным параметрам атмосферы, был проведен численный эксперимент, результаты которого изложены в этой статье.

Смысл численного эксперимента заключается в следующем: задается некоторая модель атмосферы, которую мы далее будем называть <истинной>; для нее решается прямая задача (т.е. вычисляются нисходящие и восходящие потоки излучения), и значения этих потоков моделируют результаты экспериментальных измерений; для этих <измерений> решается обратная задача. Сравнение <истинной> модели атмосферы и результатов решения обратной задачи позволяет сделать выводы о правильности ее решения.

Приведем краткий алгоритм численного эксперимента, включающий метод решения обратной задачи.

1. Задаются параметры задачи, которые считаются известными точно: число слоев атмосферы (см. подробнее [2]), зенитный угол Солнца, альбедо поверхности и солнечная постоянная.

2. Задается <истинная> модель атмосферы – вектор $\mathbf{X}_R$: оптические толщи слоев, вероятности выживания кванта в слоях, вытянутости индикатрис слоев (об используемой параметризации модели атмосферы см. [2]).

3. Решается прямая задача для модели $\mathbf{X}_R$ – моделирование экспериментальных измерений: $\mathbf{F} = K(\mathbf{X}_R)$, где K – оператор решения прямой задачи; $\mathbf{F}$ – <измеренные> потоки излучения. Решение прямой задачи выполняется методом Монте-Карло (см. ниже), поэтому кроме самого вектора измерений $\mathbf{F}$ получается и вектор дисперсий измерений Σ, который в дальнейшем мы интерпретируем как диагональную матрицу, на диагонали которой находятся соответствующие дисперсии. Решение прямой задачи выполнялось с точностью не менее 1,5% для каждого значения потока, что соответствует погрешности эксперимента, поэтому добавлять еще какие-либо <случайные> погрешности нет надобности.

4. Далее <забываем> <истинную> модель атмосферы и считаем величины **F** и Σ результатами некоторых экспериментальных измерений при неизвестных параметрах атмосферы. Для восстановления этих параметров решаем обратную задачу методом статистической регуляризации [7].

5. Выбирается нулевое приближение – вектор $\mathbf{X}_0$ и вектор априорных дисперсий **D**, который в дальнейшем мы интерпретируем как диагональную матрицу, на диагонали которой находятся соответствующие дисперсии. Априорные дисперсии выбираются из общих физических соображений о диапозоне возможных значений параметров атмосферных слоев.

6. Решение нелинейной обратной задачи осуществляется итерационном методом [8]. Цикл итераций ($i = 0, 1, ...$).

7. Проводим расчет потоков и производных от потоков для i-го приближения: $\mathbf{F}_i = K(\mathbf{X}_i)$; $A_i = R(\mathbf{X}_i)$, где R – оператор вычисления производных; A_i – матрица частых производных от потоков в каждом слое по параметрам каждого слоя (о методе вычисления матрицы A см. ниже).

8. Вычисляем матрицу Фишера: $M_i = (A_i^{+}\Sigma^{-1}A_i + D^{-1})^{-1}$. Диагональные элементы матрицы M_i – это апостериорные дисперсии модели $\mathbf{X}_i$.

9. Для нулевого приближения сравниваются <измеренные> потоки **F** и вычисленные $\widetilde{\mathbf{F}}_0$. Если они совпадают (в пределах интервала в две среднеквадратические ошибки), то считается, что нулевое приближение <угадано>, и оно с соответствующей апостероиорной дисперсией будет решением обратной задачи. Для последующих итераций критерием их остановки является покомпонентное сравнение i-го и предыдущего приближений $\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_{i-1}$. При проведении данного численного эксперимента решение об остановке итераций принималось в интерактивном режиме, в дальнейшем при обработке реальных экспериментов будут выбраны критерии автоматического останова итераций.

10. При продолжении итераций вычисляется приближение по формуле

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_0 + M_i A_i^{+}\,\Sigma^{-1}\,(\mathbf{F} - \mathbf{F}_i + A_i\,(\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_0)),$$

и повторяются вычисления, начиная с пункта 7.

11. После прекращения итераций результатом решения обратной задачи является вектор $\mathbf{X}_i$ и дисперсии его элементов – диагональные члены матрицы M_i.

12. Для проверки правильности решения обратной задачи сравниваются <измеренные> и рассчитанные потоки **F** и $\mathbf{F}_i$ с <истинными> и восстановленными моделями $\mathbf{X}_R$ и $\mathbf{X}_i$. Показателем хорошего восстановления является их совпадение в пределах двух апостериорных среднеквадратических отклонений (СКО).

Остановимся теперь на изложении метода решения прямой задачи и вычисления частных производных от потоков. В [2] для решения уравнения переноса использовался метод Монте-Карло, а для вычисления производных – схема зависимых испытаний в методе Монте-Карло. Ее использование в первых вычислениях было оправдано тем, что осуществлялись оценочные расчеты, целью которых было лишь доказательство информационной обеспеченности задачи. Однако для решения обратной задачи была использована более оптимальная схема метода Монте-Карло, разработанная ВЦ СО АН СССР [9] и позволяющая вычислять производные одновременно с потоками.

К сожалению, алгоритм вычислений хотя и простой, но достаточно громоздкий (это свойственно всем алгоритмам, работающим по методу Монте-Карло), поэтому здесь он не приводится. Опишем лишь кратко основные принципы нахождения производных и особенности их вычисления применительно к нашей задаче.

Вычисление производных осуществляется одновременно с моделированием потоков, т. е. с использованием одних и тех же траекторий фотонов. Для вычисления производных вводятся специальные веса фотонов, равные сумме логарифмических производных от вероятности перехода между точками фазового пространства и локального веса. Понятно, что вид соответствующих формул зависит от конкретной вычислительной схемы (от моделируемых величин и схемы моделирования).

Используем схему весового моделирования с аналитическим усреднением поглощения и вылета из среды и с локальными оценками для потоков [10], причем в качестве вертикальной координаты в атмосфере используем оптическую толщину, что значительно упрощает все вычисления. Написание для нашего моделирования конкретных выражений для вероятности перехода между точками фазового пространства и локальных оценок для потоков, а также их дифференцирование по оптическим параметрам атмосферных слоев является несложным. Из-за ограниченности объема статьи опускаем соответствующие выкладки.

Отметим еще, что в алгоритме используется сравнение <измеренных> и <вычисленных> потоков. Поскольку <измерения> в нашем численном эксперименте также являются вычислениями, то для того чтобы исключить влияние статистической погрешности метода Монте-Карло при сравнении потоков, используется метод зависимых испытаний [10]. Суть его в том, что для моделирования <измеряемых> и <вычисляемых> потоков используются одни и те же траектории фотонов и, следовательно, различие этих потоков обусловливается только различием моделей атмосферы.

Результаты численных экспериментов по решению обратной задачи

<Истинная> модель			Нулевое приближение			Результат решения обратной задачи (в скобках – СКО)			
					Первый эксперимент				
τ	Λ	*G*	τ	Λ	*G*	*n*	τ	Λ	*G*
0,2	0,9	13	0,6	0,85	10	12	0,19(0,02)	0,88(0,03)	8(6)
					Второй				
τ	Λ	*G*	τ	Λ	*G*	*n*	τ	Λ	*G*
0,04	0,09	13	0,12	0,85	10	11	0,036(0,005)	0,87(0,06)	11(7)
0,04	0,09	13	0,12	0,85	10		0,040(0,007)	0,88(0,06)	9(6)
0,04	0,09	13	0,12	0,85	10		0,040(0,008)	0,88(0,06)	8(7)
0,04	0,09	13	0,12	0,85	10		0,040(0,009)	0,87(0,06)	10(7)
0,04	0,09	13	0,12	0,85	10		0,040(0,009)	0,88(0,05)	10(7)
					Третий				
τ	Λ	*G*	τ	Λ	*G*	*n*	τ	Λ	*G*
0,02	0,75	6	0,12	0,85	10	8	0,027(0,003)	0,83(0,07)	10(7)
0,03	0,8	9	0,12	0,85	10		0,033(0,005)	0,83(0,06)	11(7)
0,04	0,85	13	0,12	0,85	10		0,049(0,007)	0,80(0,05)	11(7)
0,05	0,9	17	0,12	0,85	10		0,041(0,009)	0,88(0,05)	7(7)
0,06	0,95	20	0,12	0,85	10		0,061(0,009)	0,91(0,05)	13(7)
					Четвертый				
τ	Λ	*G*	τ	Λ	*G*	*n*	τ	Λ	*G*
0,5	0,9	14	0,6	0,85	10	8	0,43(0,04)	0,89(0,02)	8(7)
					Пятый				
τ	Λ	*G*	τ	Λ	*G*	*n*	τ	Λ	*G*
0,1	0,9	14	0,12	0,85	10	6	0,086(0,007)	0,88(0,05)	11(7)
0,1	0,9	14	0,12	0,85	10		0,089(0,011)	0,87(0,06)	8(5)
0,1	0,9	14	0,12	0,85	10		0,097(0,012)	0,86(0,05)	9(6)
0,1	0,9	14	0,12	0,85	10		0,088(0,011)	0,90(0,05)	9(7)
0,1	0,9	14	0,12	0,85	10		0,087(0,010)	0,87(0,04)	9(7)
					Шестой				
τ	Λ	*G*	τ	Λ	*G*	*n*	τ	Λ	*G*
0,07	0,75	5	0,12	0,85	10	7	0,105(0,007)	0,81(0,05)	12(7)
0,09	0,8	8	0,12	0,85	10		0,099(0,009)	0,83(0,05)	12(6)
0,11	0,85	13	0,12	0,85	10		0,095(0,01)	0,84(0,05)	11(6)
0,11	0,9	16	0,12	0,85	10		0,109(0,01)	0,88(0,04)	10(7)
0,12	0,95	20	0,12	0,85	10		0,090(0,01)	0,93(0,04)	9(7)
					Седьмой				
τ	Λ	*G*	τ	Λ	*G*	*n*	τ	Λ	*G*
1,8	0,9	14	0,6	0,85	10	11	1,28(0,12)	0,86(0,02)	7(7)
					Восьмой				
τ	Λ	*G*	τ	Λ	*G*	*n*	τ	Λ	*G*
0,36	0,9	14	0,12	0,85	10	8	0,18(0,03)	0,86(0,06)	3(2)
0,36	0,9	14	0,12	0,85	10		0,23(0,03)	0,87(0,05)	5(5)
0,36	0,9	14	0,12	0,85	10		0,26(0,02)	0,80(0,04)	9(6)
0,36	0,9	14	0,12	0,85	10		0,25(0,02)	0,84(0,04)	9(6)
0,36	0,9	14	0,12	0,85	10		0,24(0,02)	0,86(0,02)	9(7)
					Девятый				
τ	Λ	*G*	τ	Λ	*G*	*n*	τ	Λ	*G*
0,21	0,75	5	0,12	0,85	10	9	0,28(0,02)	0,81(0,04)	10(6)
0,27	0,8	8	0,12	0,85	10		0,27(0,02)	0,80(0,03)	10(6)
0,33	0,85	13	0,12	0,85	10		0,27(0,02)	0,84(0,03)	10(7)
0,33	0,9	16	0,12	0,85	10		0,23(0,02)	0,85(0,03)	8(7)
0,36	0,95	20	0,12	0,85	10		0,21(0,03)	0,94(0,02)	6(6)

По данному алгоритму было проведено 9 численных экспериментов по решению обратной задачи для различных <истинных> моделей атмосферы. Результаты расчетов показаны в таблице, где приведены для каждого эксперимента <истинная> модель атмосферы (оптическая толща слоев – τ; вероятность выживания кванта в слое – Λ и вытянутость индикатрисы – G); нулевое приближение (одинаковое для всех экспериментов) и результат решения обратной задачи – значения восстановленных оптических параметров атмосферных слоев и апостериорные дисперсии этих параметров. Буквой n обозначено число итераций.

Для экспериментов были выбраны следующие модели: <тонкая> однослойная (первый эксперимент); <тонкая> пятислойная однородная (второй); <тонкая> пятислойная неоднородная (третий); <средняя> однослойная (четвертый); <средняя> пятислойная однородная (пятый); <средняя> пятислойная неоднородная (шестой); <толстая> однослойная (седьмой); <толстая> пятислойная однородная (восьмой) и <толстая> пятислойная неоднородная (девятый). Для всех вычислений зенитный угол Солнца был выбран 45°, альбедо поверхности 30%.

Вычисления выполнялись на ЭВМ PC-286. Время счета – от нескольких минут до нескольких часов, в зависимости от сложности модели (в частности, количества слоев и их оптических толщин τ).

Основные результаты численного эксперимента следующие.

Для <тонких> моделей атмосферы хорошо восстанавливается оптическая толщина, хуже – вероятность выживания кванта, а вытянутость индикатрисы рассеяния практически не восстанавливается. Особое внимание заслуживают результаты третьего эксперимента, где хорошо восстанавливается вертикальная неоднородность атмосферы, несмотря на то, что нулевое приближение однородно. Хорошее восстановление оптической толщины для <тонкой> атмосферы, очевидно, объясняется тем, что из-за малого рассеяния информация об оптической толщине, содержащаяся в потоках, больше, чем информация о вероятности выживания кванта и индикатрисе рассеяния.

Для <средних> моделей атмосферы хорошо восстанавливаются оптическая толщина и вероятность выживания кванта. Обратим внимание также на результаты шестого эксперимента. Здесь из однородного нулевого приближения уже не восстанавливается (как для <тонкой> модели) вертикальный профиль оптической толщины, но зато хорошо восстанавливается вертикальный профиль вероятности выживания кванта. Следовательно, из-за рассеяния информация об оптической толщине, содержащаяся в потоках, становится меньше информации о вероятности выживания кванта.

Для <толстых> моделей начинает проявляться зависимость результатов решения обратной задачи от нулевого приближения. Действительно, алгоритмы статистической регуляризации дают решения, максимально близкие к нулевому приближению, поэтому если возможно не единственное решение, то оно будет зависеть от нулевого приближения. Результаты 7 – 9-го экспериментов действительно являются решениями обратной задачи, т.к. разность между потоками, вычисленными по <исходной> и <восстановленной> моделям, меньше двух СКО для каждого слоя.

Мы намеренно выбрали приближение сильно отличающимся от исходной модели, чтобы исследовать сходимость итераций. Результаты всех девяти экспериментов говорят о том, что итерации действительно сходятся, хотя для <толстых> моделей атмосферы решение получается отличным от <истинной> модели. В связи с этим при обработке результатов реальных, а не <численных> экспериментов можно рекомендовать выбирать другое нулевое приближение, если решение сильно отличается от использованного нулевого приближения.

Заметим, что вытянутость индикатрисы рассеяния G в наших 9 экспериментах практически не восстанавливается (апостериорная дисперсия близка к априорной). Действительно, расчеты информативности, выполненные в [2], показывают, что надеяться получить из измерений полусферических потоков информацию об индикатрисе можно только при достаточно больших значениях оптической толщины и при <благоприятных> сочетаниях других параметров. Кстати, в 8-м эксперименте можно говорить о грубом восстановлении вытянутости индикатрис для первых двух слоев.

Таким образом, результаты численных эксперментов позволяют сделать оптимистические выводы о возможности восстановления вертикальных профилей оптических параметров атмосферы по экспериментальным измерениям полусферических потоков на различных уровнях в безоблачной атмосфере. Подобные измерения выполнялись на протяжении ряда лет в Лаборатории коротковолнового излучения НИИФ ЛГУ [11, 12].

Заметим, что при проведении численных экспериментов для проверки сходимости итераций мы намеренно выбрали некое <среднее> нулевое приближение, которое часто очень сильно отличалось от <истинной> модели, а также большую априорную дисперсию. При обработке результатов реальных измерений в качестве нулевого приближения можно выбрать среднеклиматическую модель атмосферы для района измерений и соответствующую ей априорную дисперсию. Можно также использовать в качестве нулевого приближения оценки отдельных параметров атмосферы на основе двухпотокового приближения [11]. Это должно увеличить точность решения обратной задачи и уменьшить число итераций.

Авторы выражают благодарность В.С. Косцову за ряд ценных замечаний.

1. Васильев О.Б., Васильев А.В. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. N 4. С. 428 – 433.
2. Там же, С. 434 – 437.
3. Марчук Г.И., Михайлов Г.А. и др. Решение прямых и некоторых обратных задач атмосферной оптики методом Монте-Карло. Новосибирск: Наука, 1962.
4. Дробышевич В.И. // Вероятностные методы решения задач математической физики. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1971.
5. Зуев В.Е., Креков Г.М., Крекова М.М. // Дистанционное зондирование атмосферы / Под ред. В.Е. Зуева. Новосибирск: Наука, 1978. 175 с.
6. Зуев В.Е., Креков Г.М., Крекова М.М. // Изв. вузов СССР. Сер. Физика. 1974. N 8. С. 13 – 20.
7. Кондратьев К.Я., Тимофеев Ю.М. Термическое зондирование атмосферы со спутников. Л.: Гидрометеоиздат, 1970. 412 с.
8. Тимофеев Ю.М., Розанов В.В., Поляков А.В., Поберовский А.В. // Метеорология и гидрология. 1986. N 8. С. 66 – 73.
9. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике / Под ред. Г.И. Марчука. Новосибирск: Наука, 1976. 280 с.
10. Каргин Б.И. Статистическое моделирование для поля солнечной радиации в атмосфере. Новосибирск: Изд. АН СССР, сибирское отделение, 1984. 206 с.
11. Полный радиационный эксперимент / Под ред. К.Я. Кондратьева и Н.Е. Тер-Макарьянц. Л.: Гидрометеоиздат, 1976. 239 с.
12. Кондратьев К.Я., Васильев О.Б., Гришечкин В.С. и др. // Комплексный дистанционный мониторинг озер. Л.: Наука, 1987. С. 187 – 207.

Санкт-Петербургский государственный университет.
Научно-исследовательский институт физики
(НИИФ СПбГУ).

Поступила в редакцию
6 июня 1993 г.

O.B. Vasil'jev, A.V. Vasil'jev. **Information Background for Determination of Optical Parameters of Atmospheric Layers Based on Spectral Measurements of the Radiation Fluxes at Different Levels in the Atmosphere. III Determination of Optical Parameters of Layers in an Inhomogeneous Multilayer Atmosphere – Numerical Experiment.**

In this paper we present some results of mathematical modeling of the conditions for solving the inverse problem on the determination of optical parameters of atmospheric layers based on data of spectral measurements of hemispherical radiation fluxes at different levels in the atmosphere. The iteration process used in the paper for solving the inverse problem is shown to be convergent even for quite a rough zero order approximation. It is also shown that the proposed algorithm can be successfully used for processing data of real experiments.