

Н.Н. Белов

**ДИФфуЗИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ЛОКАЛЬНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО ИСТОЧНИКА  
В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ**

Построено разрывное решение уравнения диффузии примеси от точечного импульсного источника, дающее конечную скорость распространения примеси на начальной стадии и переходящее в уравнение Эйнштейна на поздних стадиях развития процесса. Построена модельная теория эволюции пространственно-временного распределения лавинно-размножающихся электронов. Показано, что эта модель отражает основные механизмы развития оптического разряда в аэрозоле с момента инициирования до момента формирования ударной волны.

Пространственно-временное распределение концентрации электронов в окрестности точечного мгновенного источника с учетом прилипательных потерь и лавинного размножения электронов в высокочастотном электромагнитном поле, исключая дрейф центра электронного облака, имеет вид [1, с. 163]:

$$n_e(r, t) = N(t) (4\pi Dt)^{-3/2} \exp(-r^2/4Dt), \quad (1)$$

где  $N(t)$  — число электронов в облаке к моменту  $t$ ;  $N(t) = N \exp(t/\tau)$ ;  $N$  — число электронов в облаке в начале процесса;  $D$  — коэффициент свободной диффузии электронов;  $\tau$  — постоянная времени электронной лавины;  $\tau = (v_i - v_a)^{-1}$ ,  $v_i$ ,  $v_a$  — частоты ионизационных и прилипательных столкновений электрона с нейтралами;  $r$  — расстояние от центра электронного облака. Из соотношения (1) следует бесконечно быстрое распространение электронов от точечного источника при  $t \rightarrow 0$  и неограниченное нарастание концентрации электронов в любой точке при  $t \rightarrow \infty$ . Причиной этого является использование для описания рассматриваемого процесса уравнения [7, с. 162], в котором не учитываются ограничения концентрации электронов и нестационарность установления диффузионного профиля распределения  $n_e$  на начальных этапах развития процесса.

Пусть  $n_e$  — значение концентрации электронов в плазме, соответствующее резкому спаду скорости лавины (см. п. 2). Аппроксимируя зависимость  $\tau(n_e)$  соотношением

$$[\tau(n_e)]^{-1} = \begin{cases} (v_i - v_a) (1 - n_e/n_c), & n_e \leq n_c, \\ 0, & n_e > n_c \end{cases}$$

и введя соответствующее слагаемое, описывающее лавинное размножение электронов, в уравнение распространения примеси общего вида [2], получим следующее уравнение:

$$-\kappa \frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} - \frac{\partial n_e}{\partial t} + n_e \left(1 - \frac{n_e}{n_c}\right) (v_i - v_a) + D \frac{\partial^2 n_e}{\partial r^2} = 0. \quad (2)$$

В общем виде уравнение (2) аналитического решения не имеет.

Цель настоящей работы — построение простых приближенных аналитических решений уравнения (2) для решения задач развития оптического разряда (ОР) в аэрозоле.

**1. Распространение электронов при отсутствии лавины**

Даже при  $(v_i - v_e) = 0$  уравнение (2) не имеет аналитического решения. Однако если кроме этого условия выполняется неравенство  $\kappa^2 \frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} \gg \frac{\partial n_e}{\partial t}$ , характерное для начального этапа развития процесса, то (2) переходит в телеграфное уравнение

$$\kappa \frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} = D \frac{\partial^2 n_e}{\partial r^2}, \quad (3)$$

где  $\kappa = \frac{l}{V}$ ;  $V, l$  – тепловая скорость и длина свободного пробега электронов соответственно. На поздних этапах развития процесса  $\frac{\partial n_e}{\partial t} \gg \kappa \frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2}$  и при  $v_i - v_a = 0$  уравнение (2) переходит в диффузионное уравнение, решение которого имеет вид

$$n_e = N (4\pi Dt)^{-3/2} \exp\left(-\frac{r^2}{4Dt}\right). \quad (4)$$

Решением уравнения (3) в первом приближении является сферически симметричный разлет, однородного электронного облака. При этом радиус  $r_a$  электронного облака равен

$$r_a = \left(\frac{Dt}{\kappa}\right)^{1/2} = Vt. \quad (5)$$

Предположим, что в любой момент времени радиус электронного облака описывает формула (5), концентрация электронов вне шара радиуса  $r_a$  равна нулю, а внутри него распределение удовлетворяет уравнению диффузии. В этих предположениях распределение электронов в облаке описывает разрывное решение уравнения диффузии

$$n_e(r, t) = \begin{cases} N\xi (4\pi Dt)^{-3/2} \exp\left(-\frac{r^2}{4Dt}\right), & \text{если } r \leq r_a, \\ 0, & \text{если } r > r_a, \end{cases} \quad (6)$$

где  $\xi$  – константа, обеспечивающая выполнение нормировки

$$\int_{v_a} n_e(r, t) dv_a = N, \quad (7)$$

$v_a$  – объем электронного облака радиусом  $r_a$ . Из (6) и (7) при использовании переменной  $z = r^2/4Dt$ ,  $z_a = r_a^2/4Dt$  получаем следующее выражение для коэффициента  $\xi$ :

$$\xi = \frac{V\sqrt{\pi}}{2} \left[ \int_0^{z_a} z^{1/2} \exp(-z) dz \right]^{-1} = \frac{V\sqrt{\pi}}{2} \left[ \gamma\left(\frac{3}{2}, z_a\right) \right]^{-1}, \quad (8)$$

где  $\gamma(a, x)$  – неполная гамма-функция. Параметр  $z_a$  с учетом (5) равен  $z_a = 3Vt(4l)^{-1}$ . По мере увеличения  $z$  значения  $\xi$  стремятся к единице. Поэтому уже при  $z \geq 5$  распределение электронов удовлетворительно описывает (6). С уменьшением  $z$  значение  $\xi$  быстро увеличивается. Для случая распространения электронного сгустка с  $T_e \approx 1$  эВ в воздухе при нормальных условиях ( $D = 100$  см<sup>2</sup>/с,  $V = 6 \cdot 10^7$  см/с) величина  $\xi$  заметно отлична от единицы для времен пикосекундного диапазона. Из определения  $z$  видно, что по мере разрежения воздуха быстро увеличивается диапазон времен, в котором необходимо учитывать коэффициент  $\xi$ . В частности, при  $t = 1$  мкс величина  $z = 1$ , если давление воздуха составляет  $\sim 10^{-3}$  Торр, т.е. процесс распространения электронов от точечного источника в форвакууме описывается (6) в течение  $\sim 10^{-6}$  с.

## 2. Лавинный рост концентрации электронов

Рассмотрим развитие электронной лавины в однородно предионизованном  $n_{e0}$  газе. На начальном этапе лавинного размножения электронов их концентрация  $n_e$  растет экспоненциально с постоянной времени  $\tau$ , зависящей от напряженности  $E$ , круговой частоты излучения  $\omega$  и частоты  $v_m$  эффективных соударений электронов. В отсутствие электронных потерь скорость лавины определяется соотношением [3]

$$v_i = \left[ 1, 2 \frac{e^2 E^2}{m(\omega^2 + v_m^2)} + 2 \frac{m}{M} \langle \epsilon \rangle \right] \frac{v_m}{U_i}, \quad (9)$$

где  $U_i, M$  – потенциал ионизации и масса атомных частиц;  $e, m$  и  $\langle \epsilon \rangle$  – заряд, масса и средняя энергия электронов. В воздушной плазме ОР, развивающейся под действием излучения с  $\lambda = 10,6$  мкм, величина  $\langle \epsilon \rangle$  составляет 1 – 2 эВ [5], [6] и 3 – 5 эВ, если плазма развивается под дей-

ствием излучения видимого и ближнего ИК диапазонов [3]. В рассматриваемом диапазоне  $\langle \varepsilon \rangle$  вероятность многократной ионизации пренебрежимо мала и  $n_c$  равна начальной концентрации молекул воздуха  $n_{a0}$ . При этом лавинный рост  $n_e$  описывает уравнение

$$\frac{dn_e}{dt} = n_e \left( 1 - \frac{n_e}{n_c} \right) (\nu_i - \nu_a).$$

Решение этого уравнения при начальном условии  $n_e(0) = n_{e0}$  имеет вид

$$n_e(t) = \frac{n_c \exp[(\nu_i - \nu_a)t]}{\exp[(\nu_i - \nu_a)t] + \frac{n_c}{n_{e0}} - 1}. \quad (10)$$

При  $t \rightarrow 0$  и  $n_e \gg n_{e0}$  соотношение (10) переходит в известный закон экспоненциального нарастания электронов в лавине [3, с. 49]

$$n_e(t) = n_{e0} \exp[(\nu_i - \nu_a)t].$$

### 3. Лавинное размножение в электронном облаке точечного мгновенного источника (модельное решение)

На поздних этапах развития сгустка плазмы ОР для оценки скорости  $V_p$  движения фронта плазмы пригодно соотношение [4]:

$$V_p \approx \sqrt{D\tau^{-1}}. \quad (11)$$

Модельное решение  $n_e(r, t)$ , описывающее лавинное размножение диффундирующего электронного сгустка, получим, подставив (6) в (10):

$$n_e(r, t) = \frac{n_c \exp[(\nu_i - \nu_a)t]}{\exp[(\nu_i - \nu_a)t] + \frac{n_c}{N\xi} (4\pi Dt)^{3/2} \exp\left(\frac{r^2}{4Dt}\right) - 1}, \quad (12)$$

где  $\xi$  определяется соотношением (8) ( $\xi \approx 1$ , если  $r^2(4Dt)^{-1} > 5$ ). При малой степени ионизации газа, когда наиболее значимым слагаемым в знаменателе (12) является отношение  $n_c n_{e0}^{-1}(r, t)$ , формулы (12) и (1) дают одинаковые результаты. Более того, (12) переходит в (1), если в знаменателе (12) оставить лишь  $n_c n_{e0}^{-1}(r, t)$ .

Плазма оптического разряда в данном импульсе излучения наблюдается в том случае, если радиус светящейся плазменной области составляет  $\sim 10^{-2}$  см и выше [5]. Плазменные сгустки меньшего радиуса трактуются как свечение аэрозольных частиц в поле интенсивного излучения. Пусть свечение плазменного сгустка возникает при  $n_e \ll n_c$ , например, при  $n_p \approx 10^{16}$  см $^{-3}$ . В этом случае (12) сводится к (1). Из (1), приравнявая  $n_e(r, t) = n_p$ , получаем временную зависимость радиуса фронта плазмы с заданной концентрацией  $n_p$ :

$$r_p(t) = \left\{ \frac{4Dt^2}{\tau_e} - 4Dt \ln \left[ \frac{n_p}{N} (4\pi Dt)^{3/2} \right] \right\}^{1/2}. \quad (13)$$

Если выполняется условие  $\frac{\tau_e}{t} \ln \left[ \frac{n_p}{N} (4\pi Dt)^{3/2} \right] \ll 1$ , характерное для случая, когда плотность затравочных электронов мала по сравнению с величиной  $n_p$ , достигаемой в результате электронной лавины, формула для производной  $r_p$  по времени сводится к известной диффузионной оценке скорости волны пробоя (11).

На рис. 1 приведены результаты расчета (по (13)) изменения по времени радиуса фронта плазменного сгустка с  $n_p = 10^{18}$  см $^{-3}$  при  $N = 10^3$ ,  $D = 100$  см $^2$ /с для частоты ионизации  $\nu_i = 2,6 \cdot 10^{11}$  с $^{-1}$  (кривая 1);  $2,6 \cdot 10^{10}$  с $^{-1}$  (2);  $2,6 \cdot 10^9$  с $^{-1}$  (3);  $2,6 \cdot 10^8$  с $^{-1}$  (4);  $2,6 \cdot 10^7$  с $^{-1}$  (5);  $2,6 \cdot 10^6$  с $^{-1}$  (6);  $2,6 \cdot 10^5$  с $^{-1}$  (7). Из рис. 1 видно, что плазменный сгусток с заданной концентрацией  $n_p$  появляется с некоторой задержкой после создания затравочного электронного сгустка и быстро растет на начальном этапе развития. Далее его рост резко замедляется. Скорость движения плазменного фронта описывается (11). Из рис. 1 следует, что для микросекундных импульсов излучения в условиях, близких к

пороговым, радиус непрозрачной плазмы практически мгновенно увеличивается до  $10^{-2}$  см в согласии с экспериментом [5].

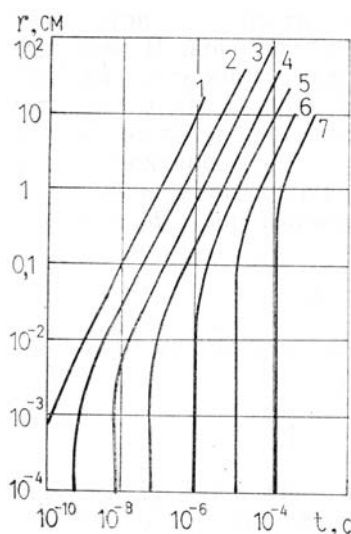


Рис. 1

#### 4. Порог оптического пробоя, инициированного электронным сгустком

Пусть условием порога оптического разряда является достижение заданного значения радиуса  $r_p$  фронта плазмы с концентрацией электронов  $n_p$  к концу действия импульса длительностью  $t_i$ . При  $n_p \ll n_{ao}$  для описания процесса можно пользоваться формулой (1). Пусть электронный сгусток появляется через время  $t_1$  после начала оптического импульса, например, в результате термоэмиссии из частицы аэрозоля. Формула (1) позволяет выразить пороговую частоту ионизации  $\nu_p$  через остальные характеристики процесса:

$$\nu_p = \frac{1}{\Delta t} \left\{ \ln \left[ \frac{n_p}{N} (4\pi D t)^{3/2} \right] + \frac{r_p^2}{4D\Delta t} \right\} + \nu_a. \quad (14)$$

Подставляя (9) в (14) и выражая  $E$  через плотность потока излучения  $I = cE^2/4\pi$ , получаем соотношение для оценки связи порога ОР с важнейшими характеристиками процесса:

$$I_p = \frac{cmU_i(\omega^2 + \nu_m^2)}{4\pi e^2 \nu_m \Delta t} \left\{ \ln \left[ \frac{n_p}{N} (4\pi D \Delta t)^{3/2} \right] + \frac{r_p^2}{4D\Delta t} + \nu_a \Delta t \right\}. \quad (15)$$

Формула (15) позволяет сделать следующие выводы о пороге ОР в аэрозоле.

- Величина  $I_p$  пропорциональна  $\omega^2$ .
- Величина  $I_p$  логарифмически слабо зависит от потока электронной эмиссии из аэрозольной частицы. Изменение  $N$  с  $10^3$  до  $10^6$  электронов приводит к изменению  $I_p$  не более чем в два раза. Это объясняет независимость  $I_p$  от радиуса  $a$  сильнопоглощающих частиц с 1 мкм, обнаруженную в экспериментах.
- Время "разогрева частицы до развитой термоэмиссии существенно влияет, на порог ОР, когда удельная энтальпия соответствующего разогрева вещества частицы сопоставима с плотностью энергии источников тепла для импульса с интенсивностью, пороговой для пробоя предыонизованного воздуха. В этом случае величина  $I_p$  существенно зависит от радиуса и вещества частицы.
- В случае сильнопоглощающих частиц, когда  $t_1 \ll t_i$  и  $t_i \in [10^{-7} \text{ с}, 5 \cdot 10^{-6} \text{ с}]$ , оценку порога ОР можно производить из условия  $I_p t_i \approx \text{const}$ , где на  $\lambda = 10,6$  мкм при  $\nu_m = 1,45 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ,  $r_a = 10^{-2}$  см,  $U_i = 15$  эВ,  $n_p = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ,  $N = 10^6$  и  $D = 10^2 \text{ см}^2/\text{с}$  величина  $\text{const}$  равна  $17 \div 25 \text{ Дж}/\text{см}^2$ . Это значение хорошо согласуется с экспериментальными данными [5].

#### 5. ОР под действием импульса излучения типа «лидер-хвост»

Большое количество экспериментальных данных по ОР в газах получено при использовании импульсов излучения с характерной временной зависимостью — высокоинтенсивный лидирующий пучок длительностью  $t_p \sim 10^{-7}$  с, за которым следует «хвост», интенсивность в котором в  $A$  раз меньше ( $A = 5 - 10$ ), чем в пучке [6]. Эксперимент показал, что вероятность развития ОР за время дейст-

вия лидера значительно превышает вероятность пробоя в хвосте [6]. Эти результаты могут быть объяснены с использованием диффузионно-лавинной модели развития ОР, приведенной выше.

Предположим, что интенсивность излучения изменяется во времени ступенчато. Из (9) следует, что эффективная частота ионизации изменяется во времени тоже ступенчато. Соответственно изменение во времени числа электронов в облаке имеет вид

$$N(t) = \begin{cases} N \exp(\nu_1 t), & t \in [0, t_p], \\ N \exp[\nu_1 t_p + \nu_2 (t - t_p)], & t \in (t_p, t_i], \end{cases} \quad (16)$$

где  $\nu_1$  и  $\nu_2$  — частоты ионизации в «лидере» и в «хвосте» импульса соответственно.

Из (1) и (14)–(16) следует:

$$I_p = \begin{cases} B (A t_b)^{-1}, & \text{если } t_b \in [0, t_p], \\ B (A t_p - t_b - t_p)^{-1}, & \text{если } t_b \in (t_p, t_i), \end{cases}$$

где

$$B = \frac{A c m^{1/2} (\nu^2 + \nu_m^2)}{4\pi e^2 \nu_m} \left\{ \frac{r_p^2}{4 l t_b} + \ln \left[ \frac{n_p}{N} (4\pi D t_b)^{3/2} \right] \right\},$$

$I_p$  — интенсивность в пучке импульса с такой плотностью энергии  $q$  излучения, при которой пробой произошел к моменту  $t_b$ ;  $t_b$  — момент завершения пробоя.

На рис. 2 представлена зависимость  $t_b(q)$  для  $\nu_a = 0$  (кривые 1, 4),  $3 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$  (кривые 2, 5) и  $8 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$  (кривые 3, 6). И использованные значения  $\nu_a$  характерны для азота ( $\nu_a = 0$ ) и воздуха при нормальных условиях ( $\nu_a = 3 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$  [6]). Кривые 1–3 получены для импульсов излучения с лидирующим пучком при  $A = 10$ , а кривые 4–6 — для прямоугольных импульсов. Из рис. 2 видно, что диапазон  $q$ , в котором возможен пробой на хвосте импульса, пренебрежимо мал при любых  $\nu_a$ . Поэтому наиболее вероятно, что пробой завершится за время лидирующего пучка или не произойдет вовсе. Для прямоугольного импульса без лидирующего пучка зависимость  $t_b(q)$  весьма пологая (см. кривые 4–6 рис. 2) и плотность вероятности пробоя распределена по длительности импульса довольно равномерно. Полученные результаты не только хорошо описывают относительный ход экспериментальных зависимостей [6], но и дают близкие к эксперименту [6] абсолютные значения.

Полученные выше результаты не применимы в случае длинных малоинтенсивных импульсов излучения и (или) крупных аэрозольных частиц, когда процесс развития плазмы ОР вокруг частицы протекает в парах частицы и скорость движения фронта плазмы определяется световой детонацией. Верхняя граница диапазона интенсивностей излучения, в которых пригодно проведенное рассмотрение, определяется интенсивностью, при которой происходит смена механизма, определяющего рождение затравочных электронов перед фронтом волны пробоя с диффузионного на УФ фотоионизационный. Проведенные выше оценки порогов пробоя, полученные без анализа потерь на неупругие столкновения (возбуждение и прилипание), дают нижние границы порога ОР в воздухе.

1. Хаксли Л., Кромптон Р. Диффузия и дрейф электронов в газах — М.: Мир, 1977. — 672 с.
2. Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т. 1 — М.: ИЛ, 1958. — 930 с.
3. Райзер Ю. Г. Лазерная искра и распространение разрядов — М.: Наука 1974. — 308 с.
4. Будник А. П., Вакулов А. С., Попов А. Г., Свиркунов П. Н. О скорости распространения ионизирующих волн в электромагнитном поле. — Труды ИЭМ. Оптика атмосферы. — М.: Гидрометеоиздат, 1986, вып. 17(116), с. 111–115.
5. Белов Н. Н., Дацкевич Н. П., Карлова Е. К., Карлов Н. В., Кононов Н. Н., Кузьмин Г. П., Негин А. Е., Никифоров С. М., Фукс Н. А. Канал просветления и образование плазмы пробоя в аэрозоле под действием излучения CO<sub>2</sub>-лазера. — ЖТФ, 1979, т. 49, № 2, с. 333–337.
6. Бабаева Н. А., Белоусов С. К., Васильковский Ю. М., Конов В. И., Прохоров А. М., Ровинский Р. Е., Чаплиев Н. И. Измерение энергетических затрат на образование приповерхностной плазмы при облучении металлических и диэлектрических мишеней импульсами CO<sub>2</sub>-лазера. — Квантовая электроника, 1986, т. 13, № 3, с. 493–499.

Научно-исследовательский  
физико-химический институт  
им. Л. Я. Карпова, Москва

Поступила в редакцию  
24 декабря 1987 г.

#### N. N. Belov. Electron Diffusion from Local Pulsed Source in High-Frequency Electromagnetic Field.

A discontinuity solution of the impurity diffusion equation is derived for a local pulsed source to yield the finite impurity propagation velocity at the initial stage. At the final stage the diffusion equation is shown to reduce to the Einstein equation. A theoretical model for the space-time distribution of the avalanche-multiplied electrons is proposed. The model describes major mechanisms responsible for the evolution of the optical discharge in aerosol medium from its initiation to the shock-wave formation.