«Оптика атмосферы», **3**, № 5 (1990)

УДК 621.375.9

А.И. Жилиба

ДЕПРЕССИЯ ДРОБОВОГО ШУМА ФОТОРЕГИСТРАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ЛАЗЕРА С ВНУТРИРЕЗОНАТОРНОЙ ГЕНЕРАЦИЕЙ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ

Обоснована возможность создания макроскопического источника излучения со сниженными естественными флуктуациями (сжатого света) на основе лазера с внутрирезонаторной генерацией второй гармоники.

Показано, что провал в спектре мощности фототока ниже уровня дробового шума при регистрации света на удвоенной частоте в четыре раза превышает соответствующую величину для основной волны.

Чувствительность некоторых приборов, например лазерных приемников [1—3], ВРЛС-спектрометров [4] и других, оптической линии связи [5] достигает предельного значения и ограничивается лишь спонтанным шумом лазерного источника (квантовыми шумами лазера). В процессе регистрации квантовый шум с пуассоновской статистикой фотонов обусловливает дробовой шум — нижний предельный уровень шума фоторегистрации [6]. В настоящее время интенсивно исследуются варианты создания источника света со сниженным уровнем квантовых флуктуаций — субпуассоновский лазер [7—8] или в общем случае источник сжатого состояния электромагнитного поля [9—11]. Одним из главных свойств сжатого света, которое проявляется при фоторегистрации, — это полная или частичная депрессия дробового шума отрицательным избыточным [6]. В конечном итоге это приводит к увеличению предельного отношения сигнал-шум [12]. Значительные экспериментальные результаты по созданию источника сжатого света достигнуты при использовании оптических параметрических делителей частоты [11, 13—14] и полупроводникового лазера с субпуассоновской накачкой [8]. В данной работе теоретически исследуется еще одна схема источника сжатого света. Излучение формируется внутри общего резонатора, куда наряду с активной лазерной средой помещен прозрачный нелинейный кристалл, преобразующий поле на частоте лазерного источника ω — основная волна (ОВ)—во вторую гармонику (ВГ). Показано: а) что такой источник может генерировать сжатый свет ОВ и ВГ; б) при фоторегистрации как ОВ, так и ВГ образуется провал в низкочастотной области спектра мощности фототока. Причем глубина провала для фототока при регистрации ВГ в принципе может быть в четыре раза больше, чем соответствующая величина для ОВ.

Спектр мощности фототока

Шум, который лимитирует точность измерения, описывается выражением, полученным в приближении плоских волн [6]:

$$<i_\Omega^2> = q\gamma\,(n_0 + 2q\gamma\,\mathrm{Re}\int\limits_0^\infty \mathrm{e}^{i\Omega t}\,[<a^+(0)\,a^+(t)\,a(t)\,a(0)> - <a^+a>^2]\,dt, \tag{1}$$

где q — квантовая эффективность фотоприемника; γ — резонаторная ширина источника излучения; a^+, a — операторы рождения и уничтожения фотонов. В условиях стационарной генерации $n = |a|_N^2 = n_0 + \nu$, N — обозначает нормальное упорядочение, α — комплексная амплитуда (собственное значение оператора a в представлении когерентных состояний). С учетом этого, а также соотношения $\langle \nu(0)\nu(t)\rangle = \langle \nu^2(0)\rangle \mathrm{e}^{-\Gamma t}$, где Г — характеризует скорость затухания амплитудных флуктуаций, выражение (1) принимает вид

$$<i_\Omega^2> = q\gamma n_0\left(1 + \frac{2q\delta\gamma\Gamma}{\Gamma^2 + \Omega^2}\right), \tag{2}$$

где $\delta = \dfrac{\langle n^2\rangle - \langle n\rangle^2 - \langle n\rangle}{\langle n\rangle}$ — фактор Фано, который имеет смысл относительной дисперсии флуктуаций интенсивности. Первое слагаемое в (2) есть дробовой шум, он не зависит от частоты и обусловлен естественными флуктуациями поля в когерентном состоянии. Дробовой шум — минимальный шум, который возникает при регистрации излучения одномодового лазера в режиме многократного превышения над порогом генерации. Второе слагаемое в (2), именуемое избыточным шумом, пропорционально параметру статистики. Известно, что для когерентного состояния δ = 0, для излучения с гауссовой статистикой $\delta = 1$, сжатого по интенсивности света — $1 < \delta < 0$, а для сжатого по фазе $\delta > 1$ [6]. Таким образом, при прямом фотодетектировании сжатого по интенсивности света в низкочастотной области спектра может происходить депрессия дробового шума отрицательным избыточным полностью или частично. Это, в свою очередь, ведет к повышению предельной точности измерения интенсивности (мощности) света. Для сжатого по фазе света в этом же опыте, наоборот, произойдет аномальное увеличение избыточного шума. В данной статье для анализа (2) при регистрации ОВ и ВГ мы должны рассчитать δ, Г.

Полуклассическое описание генерации ВГ в резонаторе лазера

Процесс генерации ВГ в резонаторе лазера (ВГВГ) будем описывать следующей системой уравнений [15]

$$\dot{\alpha}_1 = -\frac{\gamma_1}{2}\alpha_1 + \frac{\kappa/2}{1+\beta|\alpha_1|^2}\alpha_1 - g\alpha_1^*\alpha_2;$$
$$\dot{\alpha}_2 = -\frac{\gamma_2}{2}\alpha_2 + \frac{g}{2}\alpha_1^2, \tag{3}$$

где $\alpha_{1,2}$ — безразмерные амплитуды ОВ и ВГ в резонаторе; κ, β — коэффициенты линейного усиления и насыщения активной среды, осуществляющей генерацию ОВ; g — коэффициент нелинейной связи волн ОВ и ВГ, пропорциональный квадратичной восприимчивости кристалла; γ_1 — резонаторная ширина на частоте ω (без нелинейных потерь на ВГВГ), γ_2 — на частоте 2ω. Для системы уравнений (3) предполагается выполнение приближений: ВГ не взаимодействует с атомами активной среды, работа лазера описывается моделью Лэмба [17], генерация лазера одночастотная, а настройка частоты центральная. Нелинейные уравнения (3) описывают взаимодействие двух мод, одна из которых — на частоте ω имеет положительный коэффициент при линейном члене, а ВГ — отрицательный. Анализ динамики данной нелинейной системы проведем на основе принципа подчинения [16]. Формальное решение для α_2 имеет вид

$$\alpha_2(t) = \frac{g}{2}\int_{-\infty}^{t} \exp\left[-\frac{\gamma_2}{2}(t-\tau)\right](\alpha_1^2)_\tau\, d\tau. \tag{4}$$

После интегрирования (4) по частям получим

$$\alpha_2 = \frac{g}{\gamma_2}\alpha_1^2 - \frac{g}{\gamma_2}\int_{-\infty}^{t} \exp\left[-\frac{\gamma_2}{2}(t-\tau)\right] 2(\alpha_1\dot{\alpha}_1)_\tau\, d\tau. \tag{5}$$

Подставим в (5) правую часть уравнения для α_1 из (3), где вместо неизвестной α_2 воспользуемся решением $\alpha_0^2 = \frac{g}{\gamma_2}\alpha_1^2$ в качестве нулевого приближения и затем вновь проинтегрируем по частям

$$\alpha_2 = \frac{g}{\gamma_2}\alpha_1^2\left[1 + \left(\frac{\kappa}{2\gamma_2}(1+\beta|\alpha_1|^2)^{-1} - \frac{\gamma_1}{\gamma_2} - \frac{2g^2}{\gamma_2^2}|\alpha_1|^2\right] + \Pi; \tag{6}$$

$$\Pi = \frac{-2g}{\gamma_2}\int_{-\infty}^{t}\left\{\exp\left[-\frac{\gamma_2}{2}(t-\tau)\right]\left[(\alpha_1\dot{\alpha}_1)\,\varepsilon(\tau) + (\alpha_1^2)_\tau(\dot{\varepsilon})_\tau\right]\right\}d\tau. \tag{7}$$

В (7) использовано следующее обозначение:

$$\varepsilon = \frac{\kappa}{2\gamma_2}(1+\beta|\alpha_1|^2)^{-1} - \frac{\gamma_1}{\gamma_2} - \frac{2g^2}{\gamma_2^2}|\alpha_1|^2. \tag{8}$$

Заметим, что при условии $0 < \varepsilon \ll 1$ решение для α_2 в виде

$$\alpha_2^1(t) = \frac{g}{\gamma_2}\alpha_1^2(1+\varepsilon) \tag{9}$$

является хорошим приближением. В работе [18] для описания квантовых флуктуаций ОВ и ВГ в анализируемой модели источника сжатого света использовалось решение для α_2, когда $\varepsilon = 0$. Это привело к завышенной оценке фактора Фано, т. к. часть решения (9), пропорциональная ε, того же порядка малости, что и флуктуации. Условие $0 < \varepsilon \ll 1$ имеет ясный физический смысл: добротность резонатора на 2ω должна заметно превосходить разность между линейным усилением поля в активной лазерной среде и потерями ОВ, включая нелинейные. Мы должны заботиться, чтобы не произошел срыв генерации лазера в условиях ВГВГ, поэтому введена левая часть неравенства. Условие $0 < \varepsilon \ll 1$ позволяет нам оценить П — остаток (7) ряда (6), который приведем к виду

$$\Pi = \varepsilon_{\max} \frac{g}{\gamma_2} \int\limits_{-\infty}^{t} \exp\left[-\frac{\gamma_2}{2}(t-\tau)\right] 2\,(\alpha_1 \dot{\alpha}_1)_\tau\, d\tau, \tag{10}$$

где $\varepsilon_{\max} = \max[\varepsilon(\tau)]$. Сравнив (10) со вторым членом в (5) и принимая во внимание $0 < \varepsilon_{\max} \ll 1$, мы увидим, что любой следующий член ряда α_2^n будет меньше члена второго порядка малости по $\varepsilon_{\max}$. Таким образом, $\alpha_2 = \dfrac{g}{\gamma_2}\alpha_1^2(1 + \varepsilon + \varepsilon^2 + \ldots \varepsilon^n + \Pi^{(n)})$,

где

$$\Pi^{(n)} = \varepsilon_{\max}^{n} \frac{g}{\gamma_2} \int\limits_{-\infty}^{t} \exp\left[-\frac{\gamma_2}{2}(t-\tau)\right] 2\,(\alpha_1 \dot{\alpha}_1)_\tau\, d\tau,$$

n — обозначает количество операций взятия интеграла (10) по частям и соответствует получаемому остатку ряда. Подставив (9) в правую часть уравнения (3), для α_1 получим

$$\dot{\alpha}_1 = -\left[\frac{\gamma_1}{2} - \frac{\kappa/2}{1+\beta|\alpha_1|^2} + \frac{g^2}{\gamma_2}(1+\varepsilon)\,|\alpha_1|^2\right]\alpha_1. \tag{11}$$

В условиях устойчивой одновременной генерации лазера и ВГ нетривиальное решение для $n_0 = |\alpha_1|^2$ находится из соотношения

$$\gamma_1 + \frac{2g^2(1+\varepsilon)}{\gamma_2} n_0 = \frac{\kappa}{1+\beta n_0} \tag{12}$$

при $\Psi = 0$, где $\Psi = 2\varphi_1 - \varphi_2$. Введем следующие обозначения: $\eta = \dfrac{g^2}{\gamma_2^2} n_0$ — коэффициент преобразования во ВГ; $I_0 = \beta n_0$ — безразмерная интенсивность ОВ внутри резонатора. Известно, что в отсутствие ВГВГ существует оптимальная резонаторная ширина $\gamma_1^{\text{опт}} = \dfrac{\kappa}{1+I_0}$ [3]. Коэффициент преобразования во ВГ связан следующим образом с параметрами системы:

$$\eta = \frac{1}{2}\,\frac{1}{1+\varepsilon}\left(\frac{\gamma_1^{\text{опт}}}{\gamma_2} - \frac{\gamma_1}{\gamma_2}\right). \tag{13}$$

Рассмотрим случай, когда излучение на частоте ω заперто в резонаторе ($\gamma_1 = 0$) и все преобразуется во ВГ. Для того чтобы описываемая схема генерировала ВГ в оптимальном режиме, потребуем $\gamma_2 = \gamma_1^{\text{опт}}$. Отсюда следует, что $\eta^{\max} = \dfrac{1}{2}(1+\varepsilon)^{-1}$ и при $\varepsilon = 0$ $\eta^{\max} = 0{,}5$. Действительно, если все фотоны основной волны, генерируемой лазером, преобразуются во ВГ, то максимальное число фотонов удвоенной частоты будет в два раза меньше. Исходя из (11), запишем уравнение для v($n = n_0 + v$, $v \ll n_0$)

$$\dot{v} = -\Gamma_1 v; \tag{14}$$

$$\Gamma_1 = \gamma_1 \frac{I_0}{1+I_0}\left(1 + \frac{2\eta\gamma_2}{\gamma_1}\right). \tag{15}$$

При $\eta = 0$ (15) переходит в известное выражение для скорости затухания флуктуаций числа фотонов, генерируемых лазером [7].

Квантовое описание ВГВГ

Статистические свойства изучаемого нами источника света будем анализировать на основе уравнения Фоккера—Планка (УПФ) для положительно определенной фазовой плотности Глаубера [19—20] $\rho = \langle \alpha_{1,2} | \rho_F | \alpha_{1,2} \rangle$;

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_1} \left(\frac{\gamma_1}{2} - \frac{\kappa/2\ \alpha_1}{1 + \beta |\alpha_1|^2} + g \alpha_1^* \alpha_2 \right) + \text{к. с.} \right] + \right.$$

$$+ \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_2} \left(\frac{\gamma_2}{2} \alpha_2 - \frac{g}{2} \alpha_1^2 \right) + \text{к. с.} \right] + \hat{D}_{\text{лаз}} +$$

$$\left. + \gamma_i (\langle n_i^{\text{т}} \rangle + 1) \frac{\partial^2}{\partial \alpha_i \partial \alpha_i^*} + \left(\frac{g}{2} \alpha_2^* \frac{\partial^2}{\partial \alpha_1^{*2}} + \text{к. с.} \right) \right\} \rho, \ i = 1,\ 2. \tag{16}$$

Анализ полуклассической системы (3) позволяет нам в (16) применить операцию адиабатического исключения переменных [16]. В полученном уравнении перейдем к полярной системе координат $\alpha = \sqrt{n} e^{i\varphi}$. В условиях стационарной генерации устанавливаются устойчивые значения n_0 и Ψ_0. Поэтому можно считать, что флуктуации v, $\delta\Psi$, задаваемые ρ, малы. С учетом вышесказанного, а также предположения о независимости амплитудных и фазовых флуктуаций, т.е. $\rho = R \cdot \Phi$, на основе уравнения (16) получим линеаризованное уравнение для R

$$\dot{R} = \Gamma_1 \left(\frac{\partial v R}{\partial v} + \langle v^2 \rangle_A \frac{\partial^2 R}{\partial v^2} \right), \tag{17}$$

где Γ_1 имеет вид (15). Примем во внимание связь $\langle v^2 \rangle_A = \langle v^2 \rangle_N + 2n_0 + 1$; $\langle v^2 \rangle_N = n_0 \delta_1$ и получим необходимое для расчета $\langle i_\Omega^2 \rangle$ выражение для δ_1

$$\delta_1 = I_0^{-1} - \frac{1}{(1-\varepsilon)} \frac{1 + I_0^{-1}}{2 + \gamma_1 / 2\gamma_2 \eta}. \tag{18}$$

Отметим, что в отсутствие ВГВГ, т. е. $\eta = 0$, (18) переходит в известное выражение $\delta_1 = I_0^{-1}$ для лазера без технических шумов [7]. В противоположном варианте, т.е. $\gamma_1 / 2\gamma_2 \eta \ll 1$ — высокоэффективная ГВГ, достигается сжатие ОВ внутри резонатора. Обратим внимание, что лазер с пуассоновской статистикой фотонов и ВГВГ при $\gamma_1 \to 0$, (при любом ненулевом коэффициенте преобразования $\eta \neq 0$ и $I_0 \gg 1$) эффективно генерирует фотоны ОВ внутри резонатора с субпуассоновской статистикой.

Депрессия дробового шума фоторегистрации излучения, генерируемого в процессе ВГВГ

Из (2) следует, что подавление дробового шума отрицательным избыточным ($\delta < 0$) возможно в низкочастотной области спектра мощности фототока, т. е. при $\Gamma^2 \ll \Omega$. Если $\Omega \to 0$, то

$$\langle i^2 \rangle_\Omega = q \gamma n_0 \left(1 - \frac{2 q \gamma \delta}{\Gamma} \right). \tag{19}$$

Подставим в (19) $\Gamma = \Gamma_1 + 2\eta\ \gamma_2$ и δ_1, определяемые формулами (15) и (18), получим следующее выражение для глубины провала ниже уровня дробового шума K_1:

$$K_1 = q \frac{1 - \varepsilon}{\left(2 + \dfrac{\gamma_1}{2\eta\gamma_2} \right) \left(1 + 4\eta \dfrac{\gamma_2}{\gamma_1} \right)}. \tag{20}$$

Заметим, что максимальному сжатию ОВ в резонаторе соответствует $K_1 = 0$. Когда коэффициент пропускания для ОВ подобран так, что линейные потери равны удвоенным нелинейным (за счет ВГВГ), т.е. $\gamma_1 = 4\eta\gamma_2$, то $K_1 = -q \dfrac{1-\varepsilon}{8}$; ($q \leq 1$, $\varepsilon \ll 1$).

В спектре фототока излучения ВГ будет три контура, определяемых корреляторами $\langle u(0) u(\tau) \rangle_\Omega$, где $u = f + 2\eta\bar{n}_1 v$, f — источник естественных флуктуаций ВГ. Когда $\bar{n}_1 \gg 1$, основной вклад в фототок от ВГ будет вносить контур, определяемый слагаемым $4\eta\bar{n}_1^2 \langle v(0)v(\tau)\rangle_\Omega$. С учетом этого K_2 имеет следующий вид:

$$K_2 = q\frac{4\gamma_2\eta\delta_1}{(\Gamma_1 + 2\eta\gamma_2)(1 + 2\varepsilon)}. \tag{21}$$

При $I_0 \gg 1$ (21) сводится к выражению

$$K_2 = -\frac{q}{1+2\varepsilon}\frac{4\eta\gamma_2}{\gamma_1}\left[\left(1 + 4\eta\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right)\left(2 + \frac{\gamma_1}{2\eta\gamma_2}\right)\right]^{-1}. \tag{22}$$

Когда $\gamma_1 \ll 4\eta\gamma_2$, то $K_2 = \frac{-q}{2}(1+2\varepsilon)^{-1}$.

Таким образом, глубина провала в спектре мощности фототока от ВГ практически в четыре раза больше в сравнении с соответствующей величиной для ОВ.

Заключение

Проведенное теоретическое исследование позволяет сделать вывод о возможности создания эффективного макроскопического источника сжатого света на основе лазера с ВГВГ. Излучение такого источника может приводить к депрессии дробового шума фоторегистрации ОВ и ВГ. Отдельно выделим результат о практически четырехкратном увеличении депрессии дробового шума при регистрации ВГ в сравнении с ОВ. Неполное описание поведения квантовых шумов в процессе ГВГ в резонаторе лазера [21] привело к ошибочному мнению о неэффективности данной модели источника сжатого излучения.

Автор благодарит В.Н. Горбачева, который обратил наше внимание на возможность значительного проявления сжатия ВГ при фоторегистрации, а также Е.П. Гордова за полезное обсуждение статьи.

1. Берштейн И.Л. //Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1973. Т. 16. № 4. С. 522.
2. Андреева Т.Г., Голубев Ю.М.//ЖЭТФ. 1989. Т. 96. Вып. 3(9). С. 828.
3. Жилиба А.И. //Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. № 2. С. 188.
4. Демтредер В. Лазерная спектроскопия. М.: Наука. 1985. 606 с.
5. Слашер Р.Э., Юрке Б. //В мире науки. 1988. № 7. С. 14.
6. Смирнов Д.Ф., Трошин А.С. //УФН. Т. 153. В. 2. С. 233.
7. Голубев Ю.М., Соколов И.В. //ЖЭТФ. 1984. Т. 87. С. 408.
8. Yamamoto Y., Haus H.A. //Rev. Mod. Phys. 1986. V. 58. P. 1001.
9. Juen H.P. //Phys. Rev. 1976. V. 54. P. 1061.
10. Голубев Ю.М. //ЖЭТФ. 1987. Т. 93. С. 463.
11. Ling-An Wu, Kimble H.J., Hall J.L., Wu Haufa. //Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. P. 278.
12. Xiago Min, Wu Ling-An, Kimble H.J. //Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. P. 278.
13. Heidman S., Horovicz R.T., Reynaud R. et. al. //Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. P. 2555.
14. Debuisschert T. et. al.//Quantum Optics. 1989. V. 1. P. 3.
15. Mandel P. et al. //JOSA B. 1986. V. 3. P. 940.
16. Хакен Г. Синергетика: иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир. 1985. 419 с.
17. Lamb W.E., Jr. //Phys. Rev. 1964. V. 134A. P. 1429.
18. Жилиба А.И. //Онтика атмосферы. 1989. Т. 2. № 10. С. 1118.
19. Гордов Е.П., Жилиба А.И. //Известия АН СССР. Сер. физическая. 1985. Т. 49. № 3. С. 580.
20. Колобов М.И., Соколов И.В. //ЖЭТФ. 1986. Т. 90. С. 1899.
21. Holliday G.S., Singh S. //Opt. Commun. 1987. V. 62. P. 289.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,
Томск

Поступила в редакцию
29 декабря 1989 г.

A.I. Zhiliba. **Noise Power Spectrum Reduction Below Short-Noise Limit Due to the Radiation of a with Intracavity Second Harmonic Generation.**

A source for generation of amplitude-squeezed states of the electromagnetic field in the process of the second harmonic generation (CHG) in the laser cavity is investigated. Amplitude squeezed states are resulted from the interaction of the laser mode with a nonlinear crystal that is placed within the cavity of the laser.

The theory shows that the noise power spectrum reduction below the short-noise limit (SNL) in the low frequency range due to SH wave is four times greater than the corresponding value at the fundamental wave.