

ОПТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И БАЗЫ ДАННЫХ ОПТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ
ОБ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЕ

УДК 551.509

**Прогнозные оценки изменения температуры приземного
воздуха с использованием метода вейвлет-преобразования**

С.Ю. Золотов, И.И. Ипполитов, С.В. Логинов*

*Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН
634055, г. Томск, пр. Академический, 10/3*

Поступила в редакцию 7.04.2008 г.

Анализ рядов среднегодовых температур приземного воздуха (ТПВ) показывает, что в них могут быть выделены три составляющие: долговременный тренд, набор гармонических составляющих и аномалии, характер которых близок к случайному процессу.

Нами предлагается для выделения квазипериодических колебаний использовать вейвлет-преобразование исходного ряда. В этом случае распределение коэффициентов преобразования позволяет выделить колебания различных масштабов, как близких к гармоническим, так и имеющих характер нестационарного колебательного процесса. Далее, экстраполяция вперед проводится по коэффициентам вейвлет-преобразования выделенных масштабов с учетом их динамики на временной оси, а колебательная составляющая ряда восстанавливается обратным вейвлет-преобразованием.

Предлагаемый подход демонстрируется на примере рядов среднегодовых ТПВ станций гг. Сыктывкара и Томска, имеющих протяженность инструментальных наблюдений более 100 лет.

Ключевые слова: вейвлет-преобразование, прогноз, температура приземного воздуха, гармоническое разложение.

В качестве одного из математических способов для осуществления прогнозов рядов метеорологических величин в работах [1, 2] используется метод гармонического разложения. Суть метода состоит в подборе для анализируемого ряда суммы элементарных гармоник, которые с различными сдвигами фаз и с различными амплитудами накладываются друг на друга. Для нахождения численных значений амплитуд и сдвига фаз данных гармоник использовался метод наименьших квадратов, а величины периодов этих гармоник находились из Фурье-преобразования исследуемого ряда.

В работах [1, 2] апробация этого метода велась на рядах метеорологических величин Воркутинского района. Для дальнейшего анализа из данного географического региона необходимо выбрать наиболее продолжительный ряд температуры приземного воздуха (ТПВ). Нами был выбран ряд среднегодовых температур г. Сыктывкара, потому что его продолжительность составляет 113 лет (с 1895 по 2007 г.).

Непосредственно в работе [1] метод гармонического разложения применялся к рядам с 10-летним сглаживанием. Одной из причин такого выбора является уменьшение влияния локальных аномальных значений на циклические особенности поведения зна-

чений среднегодовой ТПВ. Этот интервал сглаживания был применен и к ряду среднегодовых температур г. Сыктывкара.

У анализируемого ряда 10-летнего скользящего среднего среднегодовой температуры г. Сыктывкара был выделен и удален линейный тренд:

$$y(x) = 0,6 + 0,0057(x - 1949), \quad (1)$$

где x — время в годах.

Данный тренд соответствует сценарию развития северного Арктического региона до 2080 г., который был представлен в Третьем докладе МГЭИК [3].

На рис. 1 показаны ряд среднегодовых значений ТПВ г. Сыктывкара в виде сплошной линии, 10-летнее сглаживание этого же ряда в виде пунктира и 10-летнее сглаживание с удалением линейного тренда в виде точек.

Далее, для сравнения, к сглаженному ряду без тренда были применены процедуры гармонического разложения и вейвлет-преобразования.

Вейвлет-преобразование сигнала [4] состоит в его разложении по базису, построенному из специальной производящей функции (вейвлета) посредством масштабных изменений и переносов. Таким образом, одномерный сигнал проектируется на плоскость время-частота в виде двухмерного распределения коэффициентов непрерывного вейвлет-преобразования:

* Сергей Юрьевич Золотов (zolotov@asu.tusur.ru); Иван Иванович Ипполитов (ceo@imces.ru); Сергей Владимирович Логинов (ceo@imces.ru).

$$W(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{ab}^*(t) dt, \quad (2)$$

где $W(a,b)$ – коэффициенты вейвлет-преобразования; $f(t)$ – исследуемая функция; t – время; ψ_{ab} – вейвлет; a – величина масштаба; b – параметр сдвига по временной оси; * – оператор комплексного сопряжения.

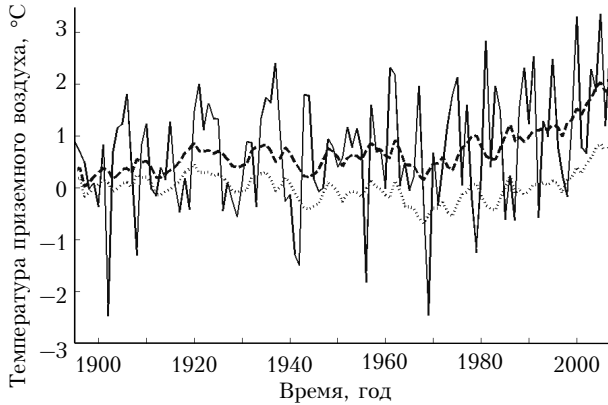


Рис. 1. Ряд среднегодовых значений температуры приземного воздуха (сплошная линия), ряд 10-летнего скользящего среднего ТПВ (штриховая) и ряд 10-летнего скользящего среднего ТПВ за вычетом тренда (точки) г. Сыктывкар

Обратное к (2) преобразование имеет вид

$$f(t) = C_{\psi}^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{da}{a^2} \int_{-\infty}^{\infty} W(a,b) \psi_{ab}(t) db, \quad (3)$$

где C_{ψ} – нормализующий коэффициент.

Сначала проведем анализ и сделаем прогноз этого ряда по методу гармонического разложения. Из анализа Фурье-коэффициентов исследуемого ряда (рис. 2) можно выделить периодичности масштабов в 11 и 14 лет, 22 года и 37 лет.

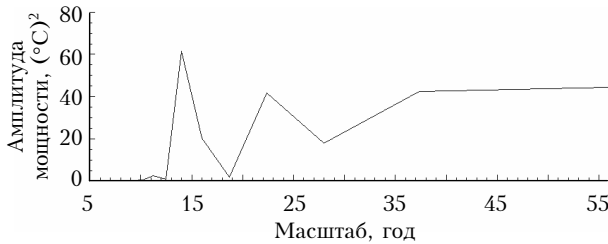


Рис. 2. Фурье-преобразование ряда 10-летнего скользящего среднего ТПВ г. Сыктывкар с удалением линейного тренда

Итоговое гармоническое разложение этого ряда имеет следующий вид:

$$T(t) = -0,003 + 0,02 \sin \frac{2\pi(t + 2,27)}{11} + 0,15 \sin \frac{2\pi(t + 4,81)}{14} + 0,12 \sin \frac{2\pi(t + 6,71)}{22} -$$

$$-0,11 \sin \frac{2\pi(t - 2,91)}{37}, \quad (4)$$

где t – время в годах, отсчитываемое от 1895 г.

На рис. 3 приведено сравнение функции гармонического разложения (4) с анализируемым рядом и показан прогноз ряда путем продления подобранной гармонической функции (4) до 2060 г.

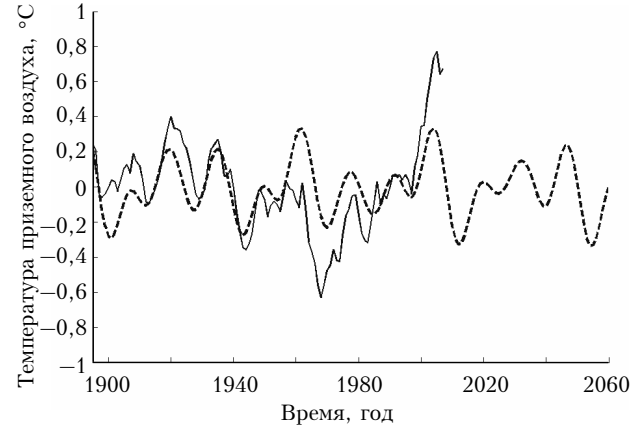


Рис. 3. Ряд 10-летнего скользящего среднего ТПВ г. Сыктывкар с удалением линейного тренда (сплошная линия), ряд гармонического разложения (4) (штриховая)

Результат вейвлет-преобразования к ряду 10-летнего скользящего среднего с удалением тренда показан на рис. 4 (был использован вейвлет Морле [5, 6]).

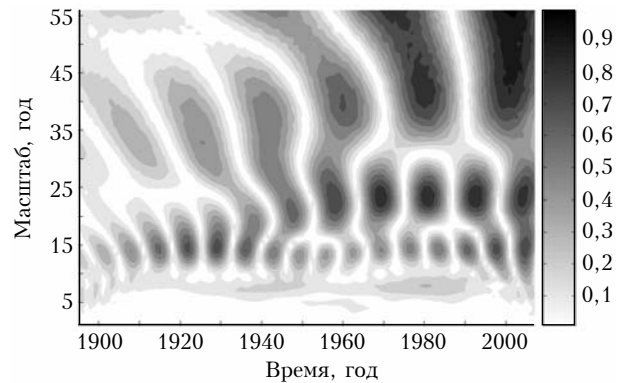


Рис. 4. Карта абсолютных значений коэффициентов вейвлет-преобразования ряда 10-летнего скользящего среднего ТПВ г. Сыктывкар с удалением линейного тренда

Анализ карты вейвлет-коэффициентов рис. 4 дает те же периодичности, что и Фурье-преобразование (см. рис. 2), однако можно сделать ряд замечаний, которые касаются временных периодов проявления тех или иных колебаний различных масштабов:

1. Гармоника с периодом в 11 лет проявляется только на временном интервале 1940–1965 гг., а гармоника с периодом в 14 лет, наоборот, проявляется только вне временного интервала 1940–1965 гг.

2. Гармоника с периодом в 22 года проявляется только с 1955 г.

3. Гармоника с периодом в 37 лет проявляется до 1970 г., после чего наблюдается плавный переход на гармонику с масштабами 40–43 года.

Выполненный анализ карты вейвлет-коэффициентов показал, что для распределения (2) характерно наличие квазипериодических структур различных временных масштабов.

Суть метода прогноза рядов метеорологических величин с помощью вейвлет-преобразования заключается в том, что выполняется прогноз не исходной функции $f(t)$, а гораздо более простых гладких квазипериодических функций $\varphi_a(b) = W(a, b)$ для различных масштабов a , а затем исходная функция восстанавливается по соотношению (3). Для каждой функции $\varphi_a(b)$ фиксируются локальные максимумы и минимумы.

Для выделенного масштаба a функции $\varphi_a(b) = W(a, b)$ оценку временного положения очередного максимума/минимума проводили путем выделения некоторого периода функции $\varphi_a(b)$. Как показывает анализ различных временных рядов, в подавляющем большинстве случаев для фиксированного масштаба a функция $\varphi_a(b)$ является периодической, причем выявленный период, за редким исключением, является постоянной во времени величиной. Период функции $\varphi_a(b)$ определяли как временной отрезок между двумя соседними максимумами/минимумами.

Непосредственно процедура экстраполяции $\varphi_a(b)$ состоит в оценке как временного положения очередного максимума/минимума (в виде среднего периода данного ряда), так и его численного значения (с помощью линейного полинома). Полученное значение периода считается именно тем периодом на выделенном масштабе a функции $\varphi_a(b)$, которое используется уже на прогнозируемый временной промежуток для продления самой функции $\varphi_a(b)$.

Динамика на временной оси происходит не за счет изменения периода фиксированной функции $\varphi_a(b)$, а за счет изменения численных значений в локальных максимумах/минимумах этой функции. Анализ карты вейвлет-коэффициентов ведется как раз по сопоставлению численных значений этих вейвлет-коэффициентов в разные временные промежутки. Например, если мы говорим, что сигнал некоторого масштаба исходного ряда затухает, то это значит, что абсолютные значения коэффициентов вейвлет-преобразования в локальных максимумах/минимумах для данного масштаба со временем уменьшаются.

Для расчета параметров линейного полинома использовались значения локальных экстремумов в конце временного периода исходного ряда. В этом случае с точки зрения интерпретации анализа карты вейвлет-коэффициентов получается, что для прогноза исходного ряда мы продлеваем выявленные колебания на время прогноза именно с той динамикой возрастания/убывания их численных значений экстремумов, которая имела место на момент окончания исходного ряда.

Заполнение значений вейвлет-коэффициентов в промежутке между максимумом и минимумом осуществлялось кубическим сплайном. Выбор значений

масштаба a , согласно [5], нами производился на основе операции квантования $a_j = a_0 2^{j\delta t}$, $j = 0, 1, \dots, L$, где a_0 – наименьший возможный масштаб ($a_0 = 2\delta t$, δt – интервал между двумя соседними временными точками исходного временного ряда); δj – уровень точности дискретной реализации непрерывного вейвлет-преобразования (в данном случае равен 0,1).

Рассмотрим способ расчета доверительных интервалов для метода прогнозирования с помощью вейвлет-преобразования. Возьмем некоторый временной ряд $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ и для него проведем k раз прогноз на k различных тестовых временных промежутках длиной m . В итоге получим k векторов остатков $h_{l+i}^{(j)} = x_{l+i} - \tilde{x}_{l+i}$ (l – индекс первой временной точки j -го тестового промежутка; \tilde{x} – значение, вычисленное с помощью вейвлет-преобразования; $j = 1, \dots, k$; $i = 1, \dots, m$).

Предположим, что ряд остатков h является стационарным и эргодическим в том смысле, что его эмпирическая функция распределения сходится к некоторой теоретической при $n \rightarrow \infty$. Зададим некоторый доверительный уровень β ($0 < \beta < 1$, $\alpha = 1 - \beta$). Обозначим $c_{\alpha/2}^-$ и $c_{\alpha/2}^+$ нижнюю и верхнюю $\alpha/2$ -квантили, вычисленные на основе эмпирической функции распределения ряда остатков и, таким образом, получим, что эмпирический доверительный интервал равен $(\tilde{x}_i - c_{\alpha/2}^-, \tilde{x}_i + c_{\alpha/2}^+)$.

Полное описание данного метода прогноза климатических характеристик приведено в [6].

На рис. 5 приведены функции гармонического разложения ряда 10-летнего сглаживания температуры воздуха г. Сыктывкара без тренда и прогноз данного ряда с помощью вейвлет-преобразования, а на рис. 6 – прогноз рассматриваемого ряда уже с учетом тренда (1). Для метода вейвлет-преобразования значения $c_{\alpha/2}^-$ и $c_{\alpha/2}^+$ не превышают 0,5 °C при доверительном уровне β , равном 0,9.

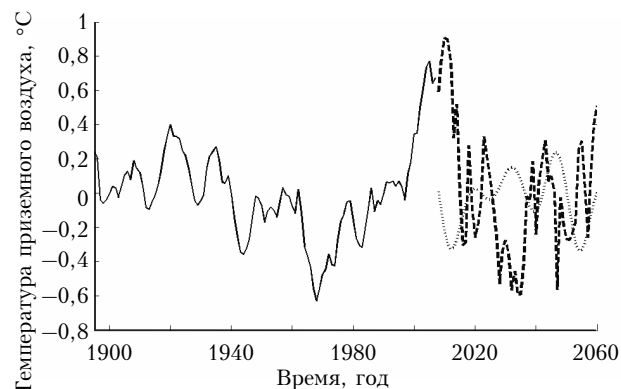


Рис. 5. Ряд 10-летнего скользящего среднего ТПВ г. Сыктывкар без учета линейного тренда (сплошная линия), прогноз анализируемого ряда с помощью метода вейвлет-преобразования на период 2008–2060 гг. (штриховая) и метода гармонического разложения на период 2008–2060 гг. (точки)

Рис. 5 и 6 демонстрируют качественные и количественные различия двух рассматриваемых подходов к прогнозированию. Подход, основанный на вейвлет-преобразовании, предсказывает циклические колебания

температуры воздуха вокруг тренда с учетом полного набора гармоник, имеющих место на момент окончания временного ряда. В методе гармонического разложения колебательный процесс выражен только совокупностью гармоник, выявленных с помощью Фурье-преобразования (более подробно недостатки такого способа выявления гармонических сигналов описаны в [4]).

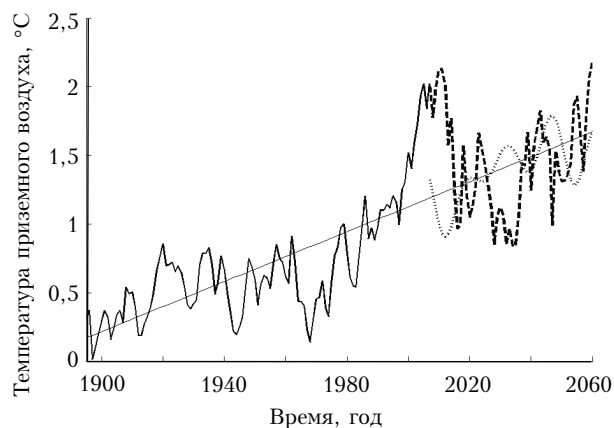


Рис. 6. Ряд 10-летнего скользящего среднего ТПВ г. Сыктывкар (сплошная линия), прогноз анализируемого ряда с помощью метода вейвлет-преобразования на период 2008–2060 гг. (штриховая) и метода гармонического разложения на период 2008–2060 гг. (точки). Тонкой сплошной линией показан тренд (1)

Вышеперечисленные процедуры (усреднение 10-летним скользящим средним, удаление линейного тренда, построение прогноза описанными методами) были проделаны с временными рядами других городов. В частности, на рис. 7 показан прогноз до 2060 г. 10-летнего скользящего среднего ТПВ г. Томска разными методами (исходный ряд имеет протяженность 127 лет – с 1881 по 2007 г.).

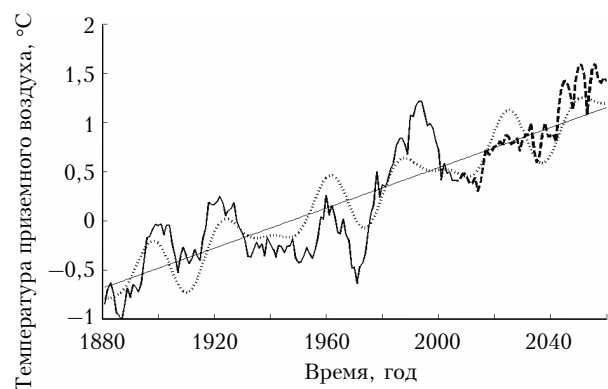


Рис. 7. Ряд 10-летнего скользящего среднего ТПВ г. Томска (сплошная линия), прогноз анализируемого ряда с помощью метода вейвлет-преобразования на период 2008–2060 гг. (штриховая), гармоническое разложение анализируемого ряда (точки). Тонкая прямая – тренд для первого ряда

На рис. 8 показано тестирование двух методов на временном интервале 1985–2007 гг.

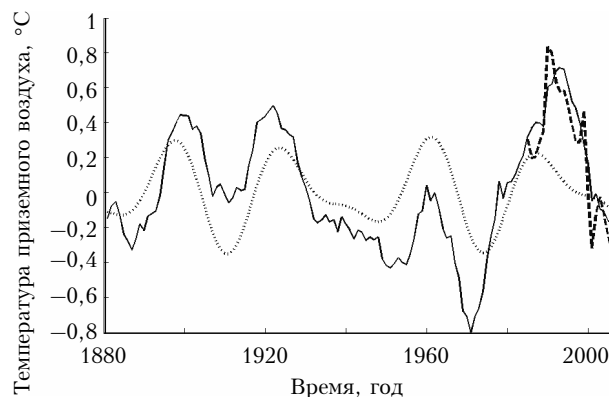


Рис. 8. Ряд 10-летнего скользящего среднего ТПВ г. Томска без учета линейного тренда (сплошная линия), тест анализируемого ряда с помощью метода вейвлет-преобразования на период 1985–2007 гг. (штриховая), гармоническое разложение анализируемого ряда (точки)

Процедура тестирования представляет собой выбор значений температуры воздуха анализируемого ряда до 1985 г. Данные по ТПВ с 1985 по 2007 г. для двух исследуемых методов не были доступны, а использовались только для сравнения. Из рис. 8 видно, что метод гармонического разложения не справился с этим тестом (стандартное отклонение ошибки на период теста равняется $0,29\text{ }^{\circ}\text{C}$), а метод вейвлет-преобразования повторил все особенности ряда на данном интервале практически без ошибок (стандартное отклонение ошибки равно $0,07\text{ }^{\circ}\text{C}$).

Этому факту можно дать простое объяснение: Фурье-преобразование в ряде 10-летнего скользящего среднего ТПВ г. Томска выделило только две гармоники с масштабом 21 и 32 года, а вейвлет-преобразование показало, что гармоника с начальным масштабом 21 год к 1980 г. превратилась в затухающую по амплитуде гармонику масштаба 17 лет.

Таким образом, экстраполяция низкочастотных межгодовых колебаний ТПВ по методу вейвлет-преобразования дает, как показывает процедура тестирования, лучшие результаты по сравнению с методом гармонического разложения. Прогноз периодов похолодания и потепления (относительно трендов) может быть полезен при оценке предстоящих изменений окружающей среды.

Работа была выполнена в рамках проекта фундаментальных исследований СО РАН на 2007–2009 гг. № 7.10.1.1 «Исследование климатообразующих атмосферных процессов с учетом воздействия глобальных и региональных факторов».

1. Козлов А.Н., Пармузин С.Ю., Пустовойт Г.П. Вероятностное прогнозирование среднегодовой температуры грунтов и их устойчивости к оттаиванию и промерзанию // Криосфера Земли. 1999. Т. 3. № 4. С. 26–31.
2. Ершов Э.Д., Максимова Л.Н., Медведев А.В., Оспенников Е.Н., Пармузин С.Ю., Хруцкий С.Ф., Баранова Н.А. Реакция мерзлоты на глобальные изменения климата // Геоэкология. 1994. № 5. С. 11–24.
3. http://www.grida.no/climate/ipcc_tar/wg2/599.htm#1614

4. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физ. наук. 1996. Т. 166. № 11. С. 1145–1170.
5. Torrence C., Compo G.P. A practical guide to wavelet analysis // Bull. Amer. Meteorol. Soc. 1998. V. 79. N 1. P. 61–78.
6. Золотов С.Ю., Ипполитов И.И., Кабанов М.В., Логинов С.В. Прогнозирование климатических характеристик с помощью метода вейвлет-преобразования // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18. № 4. С. 349–351.

S.Yu. Zolotov, I.I. Ippolitov, S.V. Loginov. **Estimation of changes of surface air temperature with the use of the method of wavelet-transformation.**

The analysis of annual series of temperature of surface air (TSA) shows that three components can be distinguished in them: a long-term trend, a set of harmonious components, and anomalies of the stochastic process.

We offer for allocation of quasiperiodic fluctuations to use wavelet-transformation of the initial series. In this case, distributions of factors of transformation allow allocating fluctuations of various scales both close to harmonic, and having character of non-stationary oscillatory process. Further, extrapolation forward is spent on factors of wavelet-transformation of the allocated scales in view of their time dynamics, and the oscillatory component of the series is restored by inverse wavelet-transformation.

The offered approach is shown by the examples of some annual series of TSA to stations Syktyvkar and Tomsk, with time period more than 100 years.