«Оптика атмосферы и океана», **15**, № 5–6 (2002)

УДК 551.515

В.С. Комаров, С.Н. Ильин, Б.П. Кузнецов, Ю.Б. Попов, А.И. Попова

Динамико-стохастическое прогнозирование полей температуры и ветра применительно к оценке состояния загрязненности атмосферы на ограниченной территории

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 28.11.2001 г.

Рассмотрены оригинальная методология и алгоритмы динамико-стохастического прогнозирования полей температуры и ветра в области мезомасштаба, проводимого в интересах численной оценки состояния загрязненности атмосферы на ограниченной территории. По данным многолетних полигонных наблюдений проведено исследование качества предложенного алгоритма при его использовании в задаче пространственного прогнозирования средних в слое значений температуры, зональной и меридиональной составляющих скорости ветра.

Среди многочисленных проблем прикладной метеорологии в последние годы стала занимать важное место проблема пространственного прогнозирования мезометеорологических полей (и в первую очередь полей температуры и ветра) на не освещенную данными наблюдений территорию по результатам измерений в прилегающих районах. В частности, такое прогнозирование необходимо для метеорологической поддержки решения задач экологии, связанных с оценкой процессов загрязнения воздушной среды на ограниченной территории (например, больших городов и крупных промышленных центров), которая осуществляется обычно для планетарного пограничного слоя с помощью уравнения переноса примеси и на основе пространственного распределения данных о температурно-ветровом режиме над той же территорией.

Вполне очевидно, что для метеорологической поддержки решения подобных задач требуется, чтобы экстраполяция мезомасштабных полей температуры и ветра, играющая важную роль в переносе техногенных примесей, проводилась с большим разрешением по пространству и времени, а также с достаточно высокой точностью. Однако используемый на практике метод оптимальной экстраполяции не позволяет этого достичь. К тому же он требует глубокого изучения объекта моделирования.

В связи с этим нами для решения задачи пространственного прогнозирования мезомасштабных полей температуры и ветра предлагается динамико-стохастический подход, базирующийся на использовании аппарата калмановской фильтрации и обобщенной модели поведения метеовеличины в пространстве и времени, построенной на основе стохастических дифференциальных уравнений первого порядка.

Отметим, что настоящая статья является продолжением ранее опубликованных работ [1, 2] и ее отличительной особенностью является использование механизма адаптации к неизвестным параметрам аппроксимации корреляционных функций, определяющих текущие свойства процессов.

Перейдем к рассмотрению методологии решения поставленной задачи.

Физическая постановка задачи пространственного прогнозирования поля метеорологической величины состоит в том, что по данным $S - 1$ измерительных станций необходимо сформировать оценку (прогноз) этой величины в S-й точке заданного пространства, где измерения отсутствуют. Рассмотрим решение этой задачи для мезомасштабного полигона.

Специфика мезомасштаба позволяет применить метод расщепления, который дает возможность осуществить оценку (прогноз) метеорологической величины на каком-либо фиксированном высотном уровне, без учета взаимозависимости между соседними уровнями. В этом случае весь высотный диапазон может быть перекрыт N фильтрами Калмана, причем каждый фильтр будет использовать измерения, полученные для заданной высоты и для всех станций, расположенных в близлежащих и освещенных данными районах. Оценка (прогноз) будет осуществляться для той же высоты, но для точки с координатами (x_1, y_1), находящейся на территории, где нет экспериментальных данных. Дальнейшие рассуждения будут касаться одного фильтра, рассчитанного на произвольный высотный уровень.

В соответствии с предварительно проведенными исследованиями можно утверждать, что временные и пространственные корреляционные свойства искомой метеовеличины $\xi(t)$ в области мезомасштаба определяются функциями вида [1]:

$$\mu_\xi(\tau) = \exp(-\alpha\tau); \quad (1)$$

$$\mu_\xi(\rho) = \exp(-\beta\rho), \quad (2)$$

где τ – сдвиг во времени; ρ – сдвиг в пространстве; α и β – аппроксимирующие коэффициенты (в общем случае зависящие от высоты h).

В соответствии с (1) и (2) введем систему обобщенных разностных уравнений, описывающую поведение случайного процесса в пространстве и во времени:

$$
\begin{cases}
X_1(k+1) = X_1(k)(1-\alpha\,\Delta t) + \omega_1(k),\\
X_2(k+1) = X_1(k)(1-\beta\Delta r_{12})(1-\alpha\,\Delta t) + \omega_2(k),\\
X_3(k+1) = X_1(k)(1-\beta\Delta r_{13})(1-\alpha\,\Delta t) + \omega_3(k),\\
\vdots\\
X_S(k+1) = X_1(k)(1-\beta\Delta r_{1S})(1-\alpha\,\Delta t) + \omega_S(k),
\end{cases}
\tag{3}
$$

где

$$
\mathbf{X}(k+1) = \left| X_1(k+1),\ X_2(k+1),\ X_3(k+1),\ \ldots,\ X_S(k+1) \right|^{\mathrm{T}}
$$

– вектор состояния, элементами которого являются значения метеорологической величины ξ в точках с координатами x_i и y_i $(i = 1, 2, \ldots, S)$ в момент времени $k + 1$ (причем $X_1(k + 1)$ – значение метеовеличины в точке (x_1, y_1), недоступной для измерений);

$$
\Delta r_{1i} = [(x_1 - x_i)^2 + (y_1 - y_i)^2]^{-1/2}
$$

– расстояние между точкой 1 и точкой i $(i = 2, 3, \ldots, S)$; Δt – интервал дискретизации по времени; $k = 0, 1, 2, \ldots, K$ – номер итерации (дискретное время);

$$
\mathbf{W}(k) = \left| \omega_1(k),\ \omega_2(k),\ \omega_3(k),\ \ldots,\ \omega_S(k) \right|^{\mathrm{T}}
$$

– вектор-столбец шумов состояния.

Система уравнений (3) может быть использована как модель пространства состояний при синтезе алгоритма оценивания текущих значений интересующих нас метеопараметров в рамках теории калмановской фильтрации [3]. Ограничением в использовании (3) являются неопределенность значений параметров α и β, их зависимость от высоты и времени. Снять это ограничение позволяют введение дополнительных переменных $X_{S+1}(k) = \alpha(t, h)$ и $X_{S+2}(k) = \beta(t, h)$ в вектор состояний $\mathbf{X}(k)$ и переход к расширенной системе разностных уравнений вида

$$
\begin{cases}
X_1(k+1) = X_1(k)[1 - X_{S+1}(k)\Delta t] + \omega_1(k),\\
X_2(k+1) = X_1(k)[1 - X_{S+2}(k)\Delta r_{12}][1 - X_{S+1}(k)\Delta t] +\\
\qquad + \omega_2(k),\\
X_3(k+1) = X_1(k)[1 - X_{S+2}(k)\Delta r_{13}][1 - X_{S+1}(k)\Delta t] +\\
\qquad + \omega_3(k),\\
\vdots\\
X_S(k+1) = X_1(k)[1 - X_{S+2}(k)\Delta r_{1S}][1 - X_{S+1}(k)\Delta t] +\\
\qquad + \omega_S(k),\\
X_{S+1}(k+1) = X_{S+1}(k),\\
X_{S+2}(k+1) = X_{S+2}(k).
\end{cases}
\tag{4}
$$

Отметим, что пространство состояний (4) записано в предположении постоянства $X_{S+1}(k)$ и $X_{S+2}(k)$ на всем интервале наблюдений.

Уравнение наблюдений при непосредственном измерении метеорологической величины $\xi(k)$ в точках $i =$ $= 2, 3, \ldots, S$ может быть представлено аддитивной смесью истинного значения $X_i(k)$ и ошибки измерения

$$
\begin{cases}
\tilde{Y}_1(k) = X_2(k) + \varepsilon_1(k),\\
\tilde{Y}_2(k) = X_3(k) + \varepsilon_2(k),\\
\vdots\\
\tilde{Y}_{S-1}(k) = X_S(k) + \varepsilon_{S-1}(k),
\end{cases}
\tag{5}
$$

где

$$
\tilde{\mathbf{Y}}(k) = \left| \tilde{Y}_1(k), \tilde{Y}_2(k), \ldots, \tilde{Y}_{S-1}(k) \right|^{\mathrm{T}}
$$

– вектор измерений на выбранном (фиксированном) высотном уровне h;

$$
\boldsymbol{\varepsilon}(k) = \left| \varepsilon_1(k),\ \varepsilon_2(k),\ \varepsilon_3(k),\ \ldots,\ \varepsilon_{S-1}(k) \right|^{\mathrm{T}}
$$

– вектор ошибок (шумов) измерений.

Перепишем (4) и (5) в матричной форме:

$$
\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{\Phi}[\mathbf{X}(k)] + \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{W}(k), \tag{6}
$$

$$
\tilde{\mathbf{Y}}(k) = \mathbf{H} \cdot \mathbf{X}(k) + \varepsilon(k), \tag{7}
$$

где

$$
\mathbf{\Phi}[\mathbf{X}(k)] = \left|
\begin{array}{l}
X_1(k)[1 - X_{S+1}(k)\Delta t]\\
X_1(k)[1 - X_{S+2}(k)\Delta r_{12}][1 - X_{S+1}(k)\Delta t]\\
X_1(k)[1 - X_{S+2}(k)\Delta r_{13}][1 - X_{S+1}(k)\Delta t]\\
\vdots\\
X_1(k)[1 - X_{S+2}(k)\Delta r_{1S}][1 - X_{S+1}(k)\Delta t]\\
X_{S+1}(k),\\
X_{S+2}(k)
\end{array}
\right|
$$

– переходная вектор-функция состояний;

$$
\mathbf{H} = \begin{vmatrix}
0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 1 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0\\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\
0 & 0 & 0 & \ldots & 1 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 1 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix}
$$

– матрица наблюдений размерностью $(S - 1) \times (S + 2)$;

$$
\mathbf{\Gamma} = \begin{vmatrix}
1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 1 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0\\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\
0 & 0 & 0 & \ldots & 1 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 1 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix}
$$

– матрица перехода для шумов состояния размерностью $(S + 2) \times S$.

Уравнения (6), (7) полностью определяют структуру алгоритма оценивания [3].

В силу нелинейности уравнений (6) в качестве метода синтеза алгоритма оценивания следует использовать расширенный фильтр Калмана. В этом случае уравнения оптимального оценивания вектора состояний $\mathbf{X}(k)$ имеют следующий вид:

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1) = \hat{\mathbf{X}}(k+1|k) + \mathbf{G}(\hat{\mathbf{X}}, k+1) \times$$

$$\times [\tilde{\mathbf{Y}}(k+1) - \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{X}}(k+1|k)], \qquad (8)$$

где

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1) = |\hat{X}_1, \hat{X}_2, \ldots, \hat{X}_{S+2}|$$

– оценка вектора состояния на момент времени $(k + 1)$;

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1|k) = \mathbf{\Phi}[\hat{\mathbf{X}}(k)] \qquad (9)$$

– вектор предсказанных оценок на момент времени $(k + 1)$ по данным на шаге k; $\mathbf{G}(\hat{\mathbf{X}}, k+1)$ – матрица весовых коэффициентов размерностью $(S+2)\times(S-1)$.

Расчет весовых коэффициентов в расширенном фильтре Калмана осуществляется по рекуррентным матричным уравнениям следующего вида:

$$\mathbf{G}(\hat{\mathbf{X}}, k+1) = \mathbf{P}(k+1|k) \cdot \mathbf{H}^{\mathrm{T}} \times$$

$$\times [\mathbf{H} \cdot \mathbf{P}(k+1|k) \cdot \mathbf{H}^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}_{\varepsilon}(k+1)]^{-1}, \qquad (10)$$

$$\mathbf{P}(k+1|k) = \mathbf{F}\,[\hat{\mathbf{X}}(k)] \cdot \mathbf{P}(k|k) \cdot \mathbf{F}^{\mathrm{T}}\,[\hat{\mathbf{X}}(k)] +$$

$$+ \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{R}_{\omega}(k) \cdot \mathbf{\Gamma}^{\mathrm{T}}, \qquad (11)$$

$$\mathbf{P}(k+1|k+1) =$$

$$= [\mathbf{I} - \mathbf{G}(\hat{\mathbf{X}}, k+1) \cdot \mathbf{H}] \cdot \mathbf{P}(k+1|k), \qquad (12)$$

где $\mathbf{P}(k+1|k)$ – апостериорная корреляционная матрица ошибок предсказания размерностью $(S+2)\times(S+2)$; $\mathbf{P}(k+1|k+1)$ – априорная корреляционная матрица ошибок оценивания размерностью $(S+2)\times(S+2)$; $\mathbf{R}_{\varepsilon}(k+1)$ – диагональная корреляционная матрица шумов наблюдения размерностью $(S-1)\times(S-1)$; $\mathbf{R}_{\omega}(k)$ – диагональная корреляционная матрица шумов состояния размерностью $(S \times S)$; $\mathbf{I}$ – единичная матрица размерностью $(S+2)\times(S+2)$; $\mathbf{F}\,[\hat{\mathbf{X}}(k)] = \dfrac{\partial \mathbf{\Phi}\,[\hat{\mathbf{X}}(k)]}{\partial \hat{\mathbf{X}}(k)}$ – матрица Якоби от переходной вектор-функции размерностью $(S+2)\times(S+2)$.

Для начала работы алгоритма фильтрации (8)–(12) в момент $k = 0$ (момент инициации) необходимо задать следующие начальные условия:

$\hat{\mathbf{X}}(0) = \mathbf{M}\{\mathbf{X}(0)\}$ – начальный вектор оценивания, где $\mathbf{M}$ – оператор математического ожидания;

$$\mathbf{P}(0|0) = \mathbf{M}\{[\mathbf{X}(0) - \mathbf{M}\{\mathbf{X}(0)\}][\mathbf{X}(0) - \mathbf{M}\{\mathbf{X}(0)\}]^{\mathrm{T}}\}$$

– начальная корреляционная матрица ошибок оценивания; а также значения элементов корреляционных матриц шумов $\mathbf{R}_{\varepsilon}(0)$ и $\mathbf{R}_{\omega}(0)$.

На практике значения $\hat{\mathbf{X}}(0)$ и $\mathbf{P}(0|0)$ могут быть заданы, исходя из минимального объема сведений о реальных свойствах системы, а в случае полного отсутствия полезной информации задаются $\hat{\mathbf{X}}(0) = 0$, а $\mathbf{P}(0|0) = \mathbf{I}$.

Далее рассмотрим результаты исследований качества алгоритма калмановской фильтрации при его использовании в задаче пространственного прогноза средних в слое значений температуры ($<T>_{h_0,h}$), зональной ($<U>_{h_0,h}$) и меридиональной ($<V>_{h_0,h}$) составляющих скорости ветра, которые обычно используются для практических расчетов распространения облака какой-либо загрязняющей примеси [4] и вычисляются с помощью выражения вида

$$<\xi>_{h_0,h} = \frac{1}{h-h_0}\int_{h_0}^{h} \xi(z)\,dz\,,$$

где символ $<\theta>$ обозначает процедуру осреднения по вертикали в некотором слое атмосферы $h - h_0$ (h_0 и h – высота нижней и верхней границы этого слоя, причем $h_0 = 0$ соответствует уровню земной поверхности); ξ – значение метеорологического параметра.

Сразу же отметим, что для оценки качества алгоритма калмановской фильтрации были использованы многолетние (1971–1975 гг.) двухсрочные (0 и 12 ч по Гринвичу) наблюдения пяти радиозондовых станций: Варшава (52°11′ с.ш., 20°58′ в.д.), Каунас (54°53′ с.ш., 23°53′ в.д.), Брест (52°07′ с.ш., 23°41′ в.д.), Минск (53°11′ с.ш., 27°32′ в.д.) и Львов (49°49′ с.ш., 23°57′ в.д.), представляющих типичный мезометеорологический полигон. При этом в качестве контрольной станции, имеющей данные измерений (на нее осуществлялся пространственный прогноз), была использована станция Варшава, расположенная на расстоянии 180 км от ближайшей станции Брест. Важным обстоятельством является то, что в условиях среднезонального западно-восточного переноса станция Львов находится на территории, расположенной западнее района, освещенного данными наблюдений, т.е. нами рассматривается случай, когда задача пространственного прогноза не может быть решена на основе гидродинамической модели.

В таблице приводятся в качестве примера результаты статистической оценки качества алгоритма фильтра Калмана при его использовании в процедуре пространственного прогнозирования параметров ($<T>_{h_0,h}$),

Среднеквадратические (δ) и относительные (θ, %) погрешности пространственного прогноза средних в слое значений температуры, зонального и меридионального ветра, проведенного на основе алгоритма фильтра Калмана, а также среднеквадратические отклонения (σ) этих параметров

Слой, м	Температура, °С			Зональный ветер, м/с			Меридиональный ветер, м/с		
	δ	σ	θ	δ	σ	θ	δ	σ	θ
0–100	1,7	4,6	37	1,6	3,4	47	1,6	3,1	52
0–200	1,7	4,6	37	1,7	3,6	47	1,7	3,3	52
0–400	1,5	4,5	33	1,8	3,8	47	1,7	3,5	49
0–800	1,3	4,3	30	1,8	4,1	44	1,8	3,7	49
0–1200	1,2	4,1	29	1,8	4,3	43	1,8	3,9	46
0–1600	1,2	4,0	30	1,9	4,4	43	1,8	4,0	45

($<U>_{h_0,h}$) и ($<V>_{h_0,h}$), проведенной с помощью среднеквадратических δ и относительных θ, причем $\theta = \delta/\sigma$, % (σ – среднеквадратическое отклонение параметра), погрешностей такого прогнозирования.

Следует отметить, что в таблице в качестве примера приводятся результаты статистической оценки только для летнего сезона, когда в умеренных широтах северного полушария пространственные корреляционные связи существенно (по сравнению с зимой) ослаблены [5].

1. *Комаров В.С., Попов Ю.Б.* Оценивание и прогнозирование параметров состояния атмосферы с помощью алгоритма фильтра Калмана. Часть 1. Методические основы // Оптика атмосф. и океана. 2001. Т. 14. № 4. С. 255–259.
2. *Комаров В.С., Попов Ю.Б.* Оценивание и прогнозирование параметров состояния атмосферы с помощью алгоритма фильтра Калмана. Часть 2. Результаты исследований // Оптика атмосф. и океана. 2001. Т. 14. № 4. С. 260–264.
3. *Фильтрации* и стохастическое управление в динамических системах / Под ред. К.Т. Леондеса: Пер. с англ. М.: Мир, 1980. 407 с.
4. *Брюхань Ф.Ф.* Методы климатической обработки и анализа аэрологической информации. М.: Гидрометеоиздат, 1983. 112 с.
5. *Статистическая* структура метеорологических полей / Под ред. Л.С. Гандина, В.И. Захариева, Р. Целман. Будапешт, 1976. 365 с.

V.S. Komarov, S.N. Il'in, B.P. Kuznetsov, Yu.B. Popov, A.I. Popova. **Dynamical-stochastic prediction of temperature and wind fields as applied to estimation of atmospheric pollution of limited territories.**

Ingenious methods and algorithms of dynamical-stochastic prediction of temperature and wind fields at the mesoscale level for numerical estimation of the atmospheric pollution at some limited territory are considered. Based on data of many-year field observations, the quality of the proposed algorithm is studied for its use in spatial prediction of mean temperatures, as well as zonal and meridional components of the wind speed.