«Оптика атмосферы и океана», **17,** № 5–6 (2004)

УДК 551.511.32: 532.517.4

А.Ф. Курбацкий, Л.И. Курбацкая

Численное исследование городского острова тепла: верификация эйлеровых моделей атмосферной диффузии

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН,
Новосибирский государственный университет,
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск

Поступила в редакцию 20.01.2004 г.

Сформулированы эйлеровы модели дисперсии пассивной примеси: дисперсионная модель высокого порядка замыкания, в которой потоки массы $<u_i c>$ вычисляются из уравнений переноса (DC-модель), и алгебраическая модель турбулентных потоков $<u_i j>$ (AC-модель), полученная упрощением DC-модели до алгебраических выражений в приближении слабо неравновесной турбулентности. Обе модели используют средний ветер и турбулентные величины, вычисляемые с помощью трехпараметрической E–ε–$<\theta^2>$-модели турбулентности атмосферного пограничного слоя. Основные характеристики термогидродинамических полей турбулентного термического факела над городским островом тепла воспроизводятся E–ε–$<\theta^2>$-моделью в хорошем согласии с данными измерений лабораторного масштаба, а также натурными измерениями для интенсивностей турбулентности. Результаты моделирования дисперсии пассивной примеси от поверхностного источника, полученные с помощью DC- и AC-моделей, показывают, что максимальное различие в величине концентрации вблизи источника не превышает 10%, а диффузионные члены в DC-модели, исключаемые при получении AC-модели, действуют сглаживающим образом на градиенты потоков. Выполненная верификация указывает на обоснованность использования алгебраической AC-модели в практике моделирования атмосферной дисперсии примесей.

Введение

Возрастающий интерес к проблеме охраны окружающей среды, климата городов и контроля качества воздуха требует надлежащей точности вычисления уровней концентрации загрязнений в городском атмосферном пограничном слое (ГАПС). При этом метеорологические параметры ГАПС, необходимые для дисперсионных вычислений, сами должны вычисляться с хорошей точностью. Такая точность может быть достигнута при использовании трехпараметрической E–ε–$<\theta^2>$ мезомасштабной модели турбулентности ГАПС [1].

Дисперсионные вычисления в приложениях проводятся с помощью различных моделей. Гауссова модель турбулентного термического факела, модифицированная для учета орографии подстилающей поверхности, представляет собой одно из направлений исследований, в основном в работах зарубежных авторов [2, 3]. Существенные отклонения от идеализированных условий вводят ограничения на обоснованность гауссовых моделей, поскольку неопределенности гауссовой модели факела могут оказаться слишком большими. Предполагаемыми условиями могут быть, например, метеорологические ситуации со слабым ветром и устойчивой стратификацией атмосферы, конвективные условия, очень нерегулярная и шероховатая поверхность. Все эти условия встречаются в реальном ГАПС в течение его суточной эволюции.

Второе приближение основано на лагранжевой модели дисперсии большого количества жидких частиц, транспортируемых средним ветром в турбулентных полях, вычисляемых с помощью той или иной атмосферной модели [4, 5]. Имеются примеры использования LES-техники (Large Eddy Simulation techniques) для моделирования поведения пассивных и плавучих факелов в конвективном атмосферном пограничном слое [6–8].

Третье приближение основано на использовании эйлеровой диффузионной модели, первым принципом для которой служит уравнение сохранения массы. Такая модель, замкнутая на уровне моментов второго порядка для поля концентрации, использована, например, в [9] при решении известной задачи о диффузии пассивной примеси от точечных источников в конвективном пограничном слое.

В настоящей работе сформулированы два приближения для моделирования атмосферной диффузии примесей. Первое приближение – дифференциальная эйлерова модель атмосферной диффузии (DC-модель). Эта модель включает прогностические уравнения для средней концентрации $C(x_i,t)$ и моментов второго порядка, потоков $<u_i c>$ и $<c\theta>$. Второе приближение – алгебраическая эйлерова модель атмосферной диффузии – включает анизотропные выражения для вектора турбулентного потока пассивной примеси $<u_i c>$, в которых эффект плавучести на турбулентный перенос примеси учитывается в точном виде. Модель выводится из дифференциального уравнения переноса для потоков $<u_i c>$ в приближении слаборавновесной турбулентности точно так же, как это делается [1, 10] при выводе аналогичных выражений для вектора турбулентного потока активного скаляра (тепла), $<u_i\theta>$.

Основные метеорологические параметры (средний ветер, турбулентные величины), необходимые для реализации обеих моделей атмосферной диффузии, вычисляются с помощью разработанной раннее трехпараметрической E–ε–$<\theta^2>$ мезомасштабной модели ГАПС. Отметим, что эффекты термической стратификации при формировании крупномасштабной циркуляции над городским островом тепла воспроизводятся с помощью трехпараметрической мезомасштабной модели ГАПС в хорошем согласии с данными инструментальных измерений в лабораторных и натурных условиях [11].

Цель нашей работы заключалась в верификации обеих моделей атмосферной диффузии примеси в условиях реальной метеорологической ситуации ночного ГАПС (слабый окружающий ветер, устойчивая термическая стратификация атмосферы) на основе численного моделирования распространения пассивной примеси от поверхностного источника, протяженность которого совпадает с протяженностью поверхностного источника тепла [1, 10, 11]. На основе такой верификации может быть сделан вывод о возможности использования алгебраической AC-модели атмосферной диффузии как более простой и эффективнее реализуемой по сравнению с DC-моделью. Следует также отметить, что развитая трехпараметрическая теория турбулентного переноса позволяет использовать реалистические граничные условия на поверхности, учитывающие морфологию урбанизированного слоя препятствий (здания городской застройки и др.). Однако подробные измерения в контролируемом лабораторном эксперименте [11] были выполнены для крупномасштабной циркуляции над городским островом тепла малого относительного удлинения ($z_i/D \ll 1$, где z_i – высота слоя перемешивания; D – диаметр острова тепла), т.е. без разрешения деталей течения вблизи аэродинамически гладкой поверхности прототипа реального городского острова тепла. Поэтому в настоящем исследовании использовались граничные условия, которые обычно используются для аэродинамически гладкой поверхности.

1. Эйлерова модель уравнений переноса турбулентных потоков массы

Для описания атмосферного рассеяния пассивной примеси базовая трехпараметрическая E–ε–$<\theta^2>$-модель турбулентности [1, 10] ($E = 1/2<u_i u_i>$ – кинетическая энергия турбулентности; ε – скорость ее диссипации; $<\theta^2>$ – дисперсия турбулентных флуктуаций температуры) должна быть дополнена уравнениями для осредненной концентрации $C(x_i,t)$, вектора турбулентного потока примеси $<u_i c>$ и корреляции между флуктуациями концентрации и температуры $<c\theta>$.

Уравнение сохранения массы в тензорных обозначениях имеет вид

$$\frac{DC}{Dt} = -\frac{\partial <u_j c>}{\partial x_j} + S_c, \qquad (1)$$

где S_c – источник.

Уравнение переноса для турбулентных потоков концентрации записывается в пренебрежении членами молекулярного переноса и эффектом силы Кориолиса на ковариации:

$$\frac{D<u_i c>}{Dt} = P_{ic} + G_{ic} + D_{ic} + \Phi_{ic} - \varepsilon_{ic}, \qquad (2)$$

где

$$P_{ic} = -<u_i u_j>\frac{\partial C}{\partial x_j} - <u_j c>\frac{\partial U_i}{\partial x_j}$$

– генерация турбулентных потоков скаляра;

$$G_{ic} = -\beta g_i <c\theta>$$

– генерация плавучестью;

$$D_{ic} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(<u_i u_j c> + <c\frac{p}{\rho}>\delta_{ij}\right) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x_k}\left\{\alpha_{1s}\frac{E}{\varepsilon}<u_k u_l>\frac{\partial <u_i c>}{\partial x_l}\right\}$$

– турбулентная диффузия;

$$\Phi_{ic} = <\frac{p}{\rho}\frac{\partial c}{\partial x_i}>$$

– корреляция «давление–градиент концентрации»; ε_{ic} – диссипативный вектор.

Для двух последних статей баланса уравнения (2) используется модель, которая дала хорошие результаты в тестовых испытаниях [12]:

$$\Phi_{ic} - \varepsilon_{ic} = -\alpha_{1c}\frac{\varepsilon}{E}<u_i c> +$$

$$+\alpha_{2c}<u_j c>\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \alpha_{3c} g_i \beta <c\theta>.$$

Уравнение для вектора турбулентного потока концентрации можно записать в более компактном виде

$$\frac{D<u_i c>}{Dt} = -<u_i u_j>\frac{\partial C}{\partial x_j} - <u_j c>\frac{\partial U_i}{\partial x_j} +$$

$$+\frac{\partial}{\partial x_k}\left\{\alpha_{1s}\frac{E}{\varepsilon}<u_k u_l>\frac{\partial <u_i c>}{\partial x_l}\right\} -$$

$$-\alpha_{1c}\sqrt{\frac{\varepsilon}{E}\frac{\varepsilon_c}{<c^2>}}<u_i c> + \alpha_{2c}<u_j c>\frac{\partial U_i}{\partial x_j} +$$

$$+\alpha_{3c} g_i \beta <c\theta> - g_i \beta <c\theta>, \qquad (3)$$

где ε_c – деструкция скалярного поля, а значение параметра отношения временных масштабов

$R = (\langle c^2\rangle / 2\varepsilon_c)/(E/\varepsilon)$ в вычислениях принимается равным 0,6.

Уравнение для ковариации $\langle c\theta\rangle$ имеет вид

$$\frac{D \langle c\theta\rangle}{Dt} = -\langle u_j\theta\rangle \frac{\partial C}{\partial x_j} - \langle u_j c\rangle \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} +$$

$$+\frac{\partial}{\partial x_k}\left\{\alpha_{2s}\frac{E}{\varepsilon}\langle u_k u_l\rangle \frac{\partial \langle c\theta\rangle}{\partial x_l}\right\} - \epsilon_{c\theta}, \qquad (4)$$

где $\epsilon_{c\theta}$ — член молекулярной деструкции параметризуется, следуя [13], в виде $\epsilon_{c\theta} = \alpha_{3c}\frac{\varepsilon}{E}\langle c\theta\rangle$. В уравнениях (1) – (4)

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + U_j \frac{\partial}{\partial x_j}$$

— материальная производная; g_i — вектор ускорения силы тяжести;

$$\beta = -(1/\langle\rho\rangle)\,(\partial\langle\rho\rangle/\partial\Theta)_p$$

— коэффициент термического расширения; p — давление; ρ — плотность. Значения констант модели α_{1c}, α_{2c}, α_{3c}, α_{1s}, α_{2s} равны 4,0; 0,4; 0,4; 0,22 и 0,22 соответственно. Средняя температура Θ и вектор турбулентного потока тепла $\langle u_j\theta\rangle$ вычисляются по трехпараметрической модели турбулентного переноса [1]. Уравнения (1), (3) и (4) образуют DC-модель атмосферной диффузии примеси.

2. Эйлерова алгебраическая модель для турбулентных потоков массы

Алгебраическая модель для турбулентных потоков концентрации может быть выведена из уравнения переноса (3), если принять предположение о слаборавновесной турбулентности. Это предположение устанавливает, что турбулентность находится, приближенно, в равновесии с наложенными параметрами среднего течения. Если это приближение принимается и для поля скорости, и для поля скаляра (температуры, концентрации), то из (3) следует алгебраическое выражение для вектора турбулентного потока скаляра:

$$-\langle u_i c\rangle = \frac{1}{\alpha_{1c}}\sqrt{\frac{E}{\varepsilon}\frac{\langle c^2\rangle}{\varepsilon_c}} \times$$

$$\times\left[\langle u_i u_j\rangle \frac{\partial C}{\partial x_j} + (1-\alpha_{2c})\langle u_j c\rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j}\right] +$$

$$+\frac{1}{\alpha_{1c}}\sqrt{\frac{E}{\varepsilon}\frac{\langle c^2\rangle}{\varepsilon_c}}(1-\alpha_{2c}) g_i \beta \langle c\theta\rangle. \qquad (5)$$

Нетрудно видеть, что выражение (5) оказывается неявным для потока $-\langle u_i c\rangle$, поскольку в правой части (5) имеется поток $\langle u_j c\rangle$. Наиболее простой способ сделать выражение (5) полностью явным заключается в принятии для потоков импульса и скаляра в правой части (5) градиентной гипотезы Буссинеска, хотя непоследовательность такой процедуры очевидна. Итак, постулируется, что

$$-\langle u_i u_j\rangle = 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3}E\delta_{ij}, \qquad (6)$$

$$-\langle u_i c\rangle = D_t \frac{\partial C}{\partial x_i}, \qquad (7)$$

где $S_{ij} = (\partial U_i/\partial x_j + \partial U_j/\partial x_i)/2$ — тензор средних скоростей деформации; $\nu_t = c_\mu E^2/\varepsilon$ — турбулентная вязкость; $D_t = c_\mu\sqrt{2R}(E^2/\varepsilon)$ — коэффициент турбулентной диффузии; δ_{ij} — тензор Кронекера. Подстановка (6) и (7) в (5) приводит к следующему полностью явному выражению для вектора турбулентного потока скаляра:

$$-\langle u_i c\rangle = c_\mu (E^2/\varepsilon)\sqrt{2R}(\partial C/\partial x_i) - \alpha_{1c}^{-1}(E/\varepsilon)\sqrt{2R}\times$$

$$\times\left[\{2\nu_t + (1-\alpha_{2c})D_t\}S_{ij} + (1-\alpha_{2c})D_t\Omega_{ij}\right](\partial C/\partial x_j) +$$

$$+\left[(1-\alpha_{2c})/\alpha_{1c}\right](E/\varepsilon)\sqrt{2R}g_i\beta\langle c\theta\rangle, \qquad (8)$$

где Ω_{ij} — средний тензор вращения. Сравнение выражений (5) и (8) показывает, что эффекты плавучести в окончательном выражении (8) имеют точный вид, что в известном смысле оправдывает используемую процедуру явной записи выражения для турбулентных потоков концентрации. Тестовые испытания по калибровке постоянных модели свидетельствуют в пользу следующего выбора их численных значений: $c_\mu = 0{,}095$, $\alpha_{2c} = \alpha_{3c} = 0{,}40$. Алгебраическая анизотропная модель атмосферной диффузии (AC-модель) включает в себя уравнение (1) для средней концентрации и выражение (8) для турбулентных потоков концентрации.

3. Тестовые испытания DC- и AC-моделей турбулентных потоков массы. Граничные и начальные условия. Численный метод

Тестовые испытания DC- и DC-моделей проведены для критической метеорологической ситуации, возникающей в ночном ГАПС в условиях слабого окружающего ветра и устойчивой стратификации атмосферы. Такая ситуация типична для формирования над городом турбулентной циркуляции воздуха — явления, называемого городским островом тепла.

В лабораторном эксперименте [11] проникающая турбулентная конвекция индуцируется постоянным потоком тепла, создаваемым поверхностным источником тепла в виде круглой пластины заданного диаметра. Этот источник тепла моделирует прототип городского острова тепла с малым относительным удлинением (вертикальный линейный масштаб много меньше горизонтального масштаба). Уравнения гидродинамики, описывающие циркуляцию над городским островом тепла малого относительного удлинения, могут быть записаны без учета силы Кориолиса и радиации в цилиндрической системе координат. Кроме того, может быть принято гидростатическое приближение, а эффекты плавучести учтены в приближении Буссинеска [11].

Необходимые метеорологические параметры, такие как средний ветер, температура, турбулентные величины полей скорости и температуры, вычислялись с помощью трехпараметрической модели турбулентного переноса. Распределения этих величин в турбулентном термическом факеле, полученные для цилиндрической геометрии турбулентной циркуляции над городским островом тепла, приведены в [1] и в настоящих тестах они используются в виде «входной информации» для диффузионных вычислений. Уравнения (1), (3), (4) DC-модели и уравнения (1), (4), (8) AC-модели записываются в цилиндрических координатах для искомых средней концентрации $C(r,z,t)$ и вторых моментов поля концентрации примеси $<u_r c>$, $<u_z c>$ и $<c\theta>$ (r — координата в горизонтальном направлении, z — координата, направленная вертикально вверх). Уравнения (1), (3), (4) в цилиндрических координатах приведены в Приложении. Выражения для турбулентных потоков тепла $<u_r\theta>$ и $<u_z\theta>$ идентичны по форме (см. [1, 10]) выражениям для турбулентных потоков концентрации $<u_r c>$ и $<u_z c>$ с той лишь разницей, что в члене, описывающем эффекты плавучести на турбулентный перенос концентрации в вертикальном направлении, вместо корреляции $<\theta^2>$ появляется ковариация $<c\theta>$. Выражения для потоков концентрации в цилиндрических координатах легко могут быть получены из (8) и здесь они не приводятся.

3.1. Граничные и начальные условия

Граничные условия для уравнения средней концентрации на подстилающей поверхности реализуются в виде поверхностного источника примеси заданной постоянной производительности Q. Линейный размер источника примеси совпадает с линейным размером нагревателя — пластины заданного диаметра. На источнике задается постоянный вертикальный поток примеси

$$-D_t(\partial C/\partial z) = H_c, \qquad (9)$$

где $H_C = Q/(0{,}5r/D)$. Величина Q задавалась из условия, чтобы число Рейнольдса $\mathrm{Re} = Q/\nu$ обеспечивало поступление примеси из источника без начального импульса и, таким образом, лимитировалось скоростью натекающего на источник внешнего потока.

В начальный момент времени окружающая среда находится в покое, начальные поля концентрации C, корреляции $<c\theta>$ и потоков концентрации $<u_r c>$, $<u_z c>$ равны нулю. На нижней границе области интегрирования, имеющей форму цилиндра, граничные условия при $z = 0$ следующие:

$$E = <\theta^2> = \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial <c\theta>}{\partial z} = 0,$$

$$-<u_z c> = H_c, \quad -<u_r c> = 0; \qquad (10)$$

на верхней при границе $z = Z$:

$$\frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial <c\theta>}{\partial z} = \frac{\partial <u_r c>}{\partial z} = \frac{\partial <u_z c>}{\partial z} = 0.$$

При $r = 0$ накладываются условия симметрии. Такие же условия использованы и на внешней границе области интегрирования (при $1{,}8r/D$). Остальные граничные условия для полей скорости и температуры имеют тот же вид, что и в [1].

3.2. Численный метод

Системы уравнений диффузионных DC- и AC-моделей численно решались с использованием полунеявной схемы (вторая схема с разностями против потока [14], сохраняющая при определенных ограничениях второй порядок аппроксимации) и метода переменных направлений на смещенной разностной сетке. Разностные уравнения решались методом прогонки. Для сохранения свойств консервативности и транспортивности разностной схемы уравнения записывались в разностном виде в приграничных узлах сетки со вторым порядком и использованием соответствующих граничных условий.

4. Численные результаты тестовых испытаний DC- и AC-моделей: дисперсия пассивной примеси в ГАПС

Результаты моделирования структуры турбулентной циркуляции над городским островом тепла (различных величин турбулентных полей скорости и температуры) получены ранее, их можно найти в [1, 10].

Моделирование распространения пассивной примеси от протяженного поверхностного источника над городским островом тепла преследовало цель верификации численных результатов, получаемых с помощью DC- и AC-моделей. Следует при этом отметить, что поскольку нет данных измерений по рассеянию примеси от поверхностного источника над городским островом тепла в рассматриваемый критический метеорологический период, постольку нет возможности подвергнуть результаты численной реализации диффузионных моделей прямой количественной проверке путем сопоставления с данными измерений. О степени их достоверности можно судить по косвенным признакам. Во-первых, аналогичная, по своей сути, модель переноса активной примеси (тепла) дает результаты [1], вполне удовлетворительно согласующиеся с данными прямых инструментальных измерений [11]. Во-вторых, точность численного решения проверена на последовательно измельченных сетках 25 × 116 узлов по горизонтали и вертикали и сетке 50 × 232 узла.

Результаты численного моделирования представлены на рис. 1—3, где z_i — высота слоя перемешивания, D — диаметр нагреваемой пластины (линейный размер городского острова тепла).

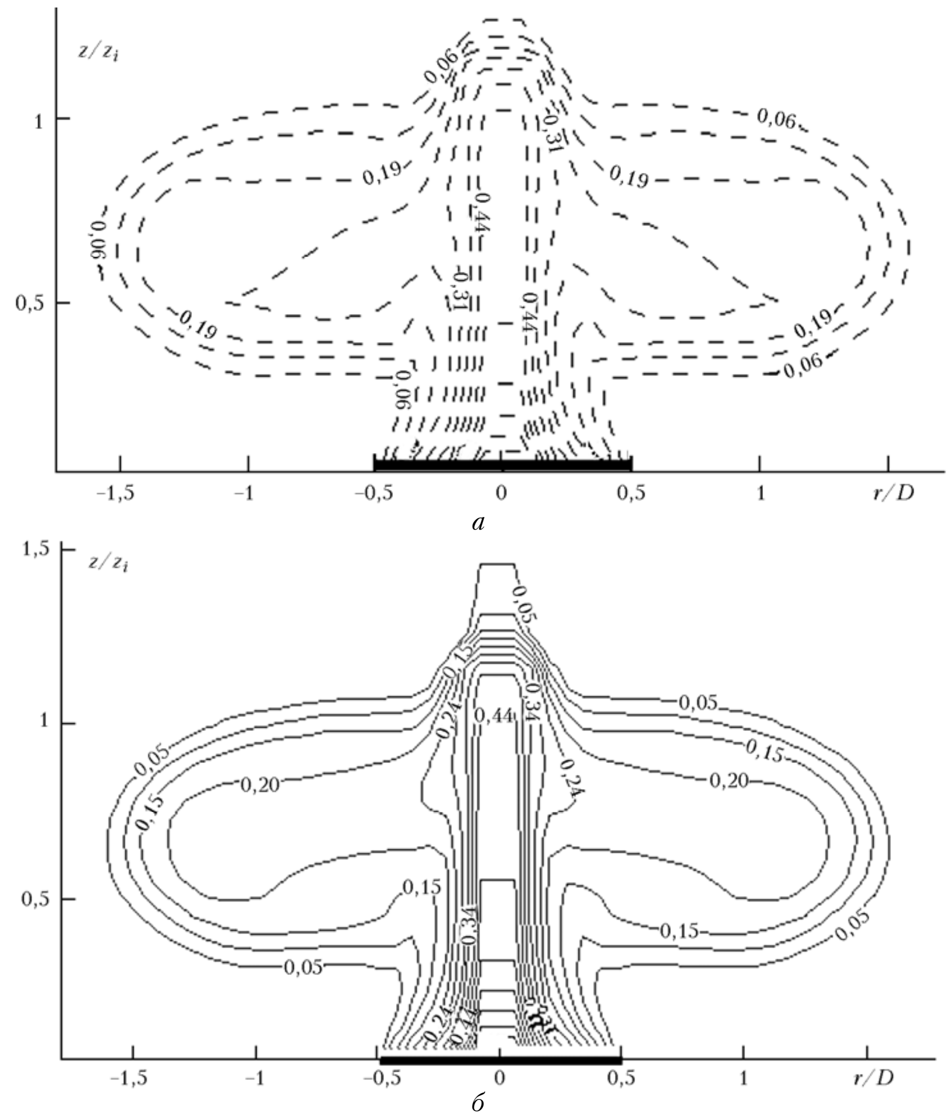

Рис. 1. Контуры поля средней концентрации пассивной примеси над городским островом тепла: *а* – вычисленные по AC-модели; *б* – по DC-модели

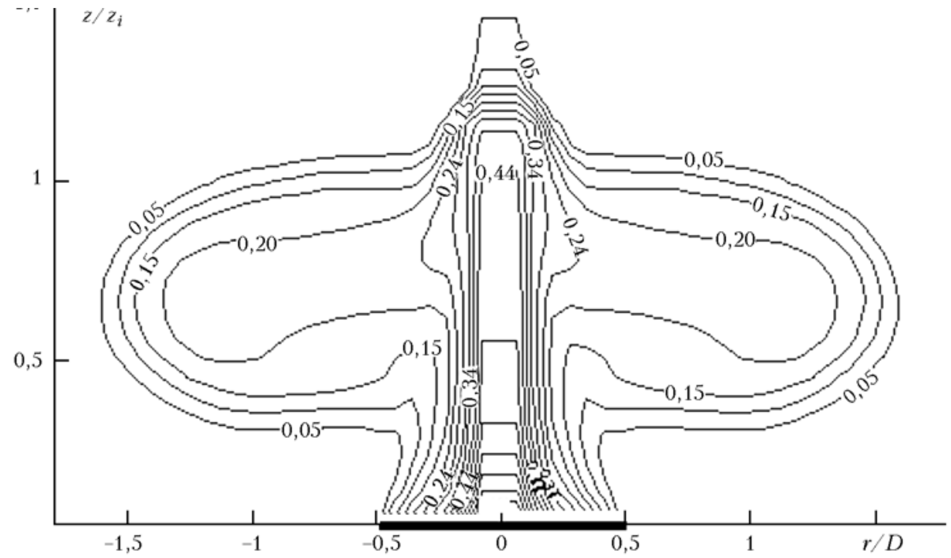

Рис. 2. Контуры полей средней концентрации примеси, вычисленные по DC- и AC-моделям (результат совмещения рис. 1,*а* и 1,*б*)

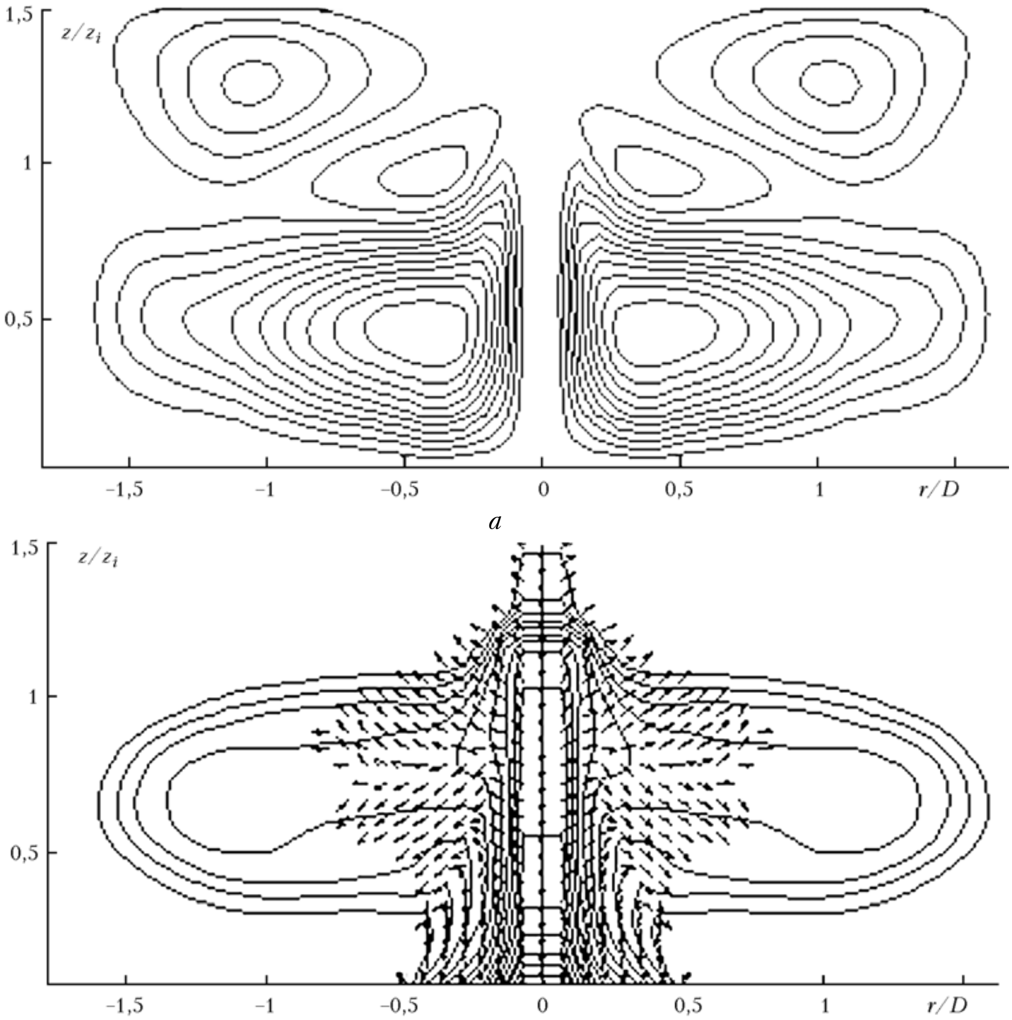

Рис. 3. Контуры линий тока (*а*) и показанное стрелками векторное поле турбулентных потоков концентрации примеси, вертикального $\langle u_z c\rangle$ и горизонтального $\langle u_r c\rangle$, с нанесенными контурами средней концентрации (*б*) (результат наложения рис. 1,*б*)

На рис. 1 показаны нормализованные на максимальное значение контуры средней концентрации пассивной примеси, вычисленные по АС- и DC-моделям соответственно. Можно отметить один общий для этих рисунков эффект дисперсии в условиях устойчивой стратификации окружающей среды: проникновение примеси за пределы пограничного слоя ($z/z_i > 1$) – эффект, зафиксированный в недавних измерениях при вертикальном подъеме плавучих факелов в конвективном пограничном слое [15]. Можно также отметить несколько более гладкий характер контуров равной концентрации на рис. 1,*а* по сравнению с рис. 1,*б*. В целом распределения весьма схожи, что можно видеть на рис. 2, где контуры концентраций рис. 1,*а* и рис. 1,*б* показаны совмещенными. Максимальное различие в величине средней концентрации вблизи источника не превышает 10%, что подтверждает обоснованность использования более простой в реализации алгебраической модели для турбулентных потоков (АС-модели) в практике атмосферных дисперсионных вычислений. Это – обнадеживающий вывод для разработки мезомасштабной модели городского пограничного слоя с разрешением детальной морфологии подстилающей поверхности городской черты, поскольку АС-диффузионная модель по сравнению с моделью уравнений переноса для турбулентных потоков скаляра (DC-моделью) не требует дополнительной входной информации, которая часто отсутствует. На рис. 3,*а* изображены контуры линий тока, показывающие формирование двух, вращающихся в разные стороны, крупномасштабных образований с концентрированной завихренностью, простирающихся от подстилающей поверхности вплоть до инверсионного слоя ($z/z_i \sim 1$). Эти вихри создают в центре острова тепла интенсивное восходящее движение, уносящее примесь вверх от источника с распространением ее в перемешанный слой и далее в слой инверсии, с диффузией примеси в горизонтальном направлении в пределах инверсионного слоя. Векторное поле вертикального $\langle u_z c\rangle$ и горизонтального $\langle u_r c\rangle$ потоков концентрации, вычисленное по DC-модели (см. уравнения (П.1)–(П.4) в Приложении) и показанное на рис. 3,*б* вместе с контурами средней концентрации, свидетельствует в пользу изложенной выше схемы дисперсии пассивной примеси в устойчиво стратифицированной атмосфере над городским островом тепла при слабом окружающем ветре (для наглядности векторное поле показано стрелками одинаковой длины).

ПРИЛОЖЕНИЕ

В настоящем приложении приведена полная система уравнений DC-модели атмосферной диффузии в цилиндрических координатах, безразмерный вид которой получен при использовании тех же параметров, что и при записи трехпараметрической модели [1]. В соответствующих уравнениях переноса для турбулентных потоков пренебрегалось членами молекулярного переноса и эффектом силы Кориолиса на ковариации.

Уравнение переноса для средней концентрации примеси

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}[rCU_r]+\frac{\partial}{\partial z}[CU_z]=$$

$$=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r(-\langle u_rc\rangle)+\frac{\partial}{\partial z}(-\langle u_zc\rangle). \qquad (\text{П}.1)$$

Уравнение переноса для радиального (горизонтального) турбулентного потока концентрации

$$\frac{\partial\langle u_rc\rangle}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}[r\langle u_rc\rangle U_r]+\frac{\partial}{\partial z}[\langle u_rc\rangle U_z]=$$

⬇

адвекция

$$=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\alpha_{1s}\frac{E}{\varepsilon}\langle u_r^2\rangle\frac{\partial}{\partial r}\langle u_rc\rangle\right]+$$

$$+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\alpha_{1s}\frac{E}{\varepsilon}\langle u_ru_z\rangle\,\mathrm{Fr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\langle u_rc\rangle\right]+$$

⬇

горизонтальная диффузия

$$+\mathrm{Fr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left[\alpha_{1s}\frac{E}{\varepsilon}\{\langle u_ru_z\rangle\frac{\partial}{\partial r}\langle u_rc\rangle+\right.$$

$$\left.+\mathrm{Fr}^{-1}\langle u_z^2\rangle\frac{\partial}{\partial z}\langle u_rc\rangle\}\right]-$$

⬇

вертикальная диффузия

$$-\{\langle u_r^2\rangle\frac{\partial C}{\partial r}+\langle u_zu_r\rangle Fr^{-1}\frac{\partial C}{\partial z}+$$

$$+\langle u_rc\rangle\frac{\partial U_r}{\partial r}+\mathrm{Fr}^{-1}\langle u_zc\rangle\frac{\partial U_r}{\partial z}\}-$$

⬇

генерация

$$-\alpha_{1c}\frac{\varepsilon}{E}\langle u_rc\rangle+\alpha_{2c}(\langle u_rc\rangle\frac{\partial U_r}{\partial r}+\langle u_zc\rangle\frac{\partial U_r}{\partial z}) \qquad (\text{П}.2)$$

⬇

корреляция «давление–градиент концентрации».

Уравнение для вертикального турбулентного потока концентрации

$$\frac{\partial\langle u_zc\rangle}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}[r\langle u_zc\rangle U_r]+\frac{\partial}{\partial z}[\langle u_zc\rangle U_z]=$$

⬇

адвекция

$$=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\alpha_{1s}\frac{E}{\varepsilon}\langle u_r^2\rangle\frac{\partial}{\partial r}\langle u_zc\rangle\right]+$$

$$+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\alpha_{1s}\frac{E}{\varepsilon}\langle u_ru_z\rangle\,\mathrm{Fr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\langle u_zc\rangle\right]+$$

⬇

горизонтальная диффузия

$$+\mathrm{Fr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left[\alpha_{1s}\frac{E}{\varepsilon}\{\langle u_ru_z\rangle\frac{\partial}{\partial r}\langle u_zc\rangle+\right.$$

$$\left.+\mathrm{Fr}^{-2}\langle u_z^2\rangle\frac{\partial}{\partial z}\langle u_zc\rangle\}\right]-$$

⬇

вертикальная диффузия

$$-\{\langle u_zu_r\rangle\frac{\partial C}{\partial r}+\langle u_z^2\rangle\,\mathrm{Fr}^{-1}\frac{\partial C}{\partial z}+$$

$$+\mathrm{Fr}\,\langle u_rc\rangle\frac{\partial U_z}{\partial r}+\langle u_zc\rangle\frac{\partial U_z}{\partial z}\}+$$

⬇

генерация

$$+(1-\alpha_{3c})\mathrm{Fr}^{-1}\langle c\theta\rangle-\alpha_{1c}\frac{\varepsilon}{E}\langle u_zc\rangle+$$

$$+\alpha_{2c}(\langle u_zc\rangle\frac{\partial U_z}{\partial z}+\langle u_rc\rangle\frac{\partial U_z}{\partial r}) \qquad (\text{П}.3)$$

⬇

плавучесть+корреляция «давление–градиент концентрации».

Уравнение для ковариации $\langle c\theta\rangle$

$$\frac{\partial\langle c\theta\rangle}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}[r\langle c\theta\rangle U_r]+\frac{\partial}{\partial z}[\langle c\theta\rangle U_z]=$$

⬇

адвекция

$$=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\alpha_{2s}\frac{E}{\varepsilon}\langle u_r^2\rangle\frac{\partial}{\partial r}\langle c\theta\rangle\right]+$$

$$+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\alpha_{1s}\frac{E}{\varepsilon}\langle u_ru_z\rangle\,\mathrm{Fr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\langle c\theta\rangle\right]+$$

⬇

горизонтальная диффузия

$$+\mathrm{Fr}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left[\alpha_{2s}\frac{E}{\varepsilon}\{\langle u_ru_z\rangle\frac{\partial}{\partial r}\langle c\theta\rangle+\mathrm{Fr}^{-2}\langle u_z^2\rangle\frac{\partial}{\partial z}\langle c\theta\rangle\}\right]-$$

⬇

вертикальная диффузия

$$-\{<u_r\theta>\frac{\partial C}{\partial r}+<u_z\theta>\mathrm{Fr}^{-1}\frac{\partial C}{\partial z}+<u_r c>\frac{\partial \Theta}{\partial r}+$$

$$+\mathrm{Fr}^{-1}<u_z c>\frac{\partial \Theta}{\partial z}\}-$$

⬇

генерация

$$-\alpha_{3c}\frac{\varepsilon}{E}<c\theta> \qquad (\text{П}.4)$$

⬇

молекулярная деструкция.

В уравнениях (П.1) – (П.4) использованы обозначения: $<u_z c>$, $<u_r c>$ – вертикальный и горизонтальный турбулентные потоки концентрации соответственно; U_r и U_z – горизонтальная и вертикальная средние скорости соответственно; $E = <u_i^2>/2$ – кинетическая энергия турбулентности (КЭТ); ε – скорость ее диссипации; $<u_r^2>$, $<u_z^2>$ – горизонтальная и вертикальная составляющие КЭТ соответственно; $<u_z\theta>$, $<u_r\theta>$ – вертикальный и горизонтальный турбулентные потоки тепла; Θ – средняя температура; $\mathrm{Fr} = w_D/ND$ число Фруда (D – горизонтальный размер острова тепла; w_D – турбулентный конвективный масштаб скорости; $N = (g\beta\partial\Theta/\partial z)^{1/2}$ – частота Брента–Вяйсяля). Численные значения констант модели α_{1c}, α_{2c}, α_{3c}, α_{1s} и α_{2s} приведены в основном тексте статьи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 03-05-64005, 04-05-64562) и Президиума СО РАН (Интеграционный проект № 130).

1. *Курбацкий А.Ф., Курбацкая Л.И.* Проникающая турбулентная конвекция над островом тепла в устойчиво стратифицированной окружающей среде // Изв. РАН. Физ. атмосф. и океана. 2001. Т. 37. № 2. С. 1–13.
2. *Andren A.* A combined first-order closure/Gaussian dispersion model // Atmos. Environ. 1987. V. 21. P. 1045–1058.
3. *Enger L.* Simulation of dispersion in moderately complex terrain. Part C: A dispersion model for operational use // Atmos. Environ. 1990. V. 24. P. 2457–2471.
4. *Lamb R.G.* Diffusion in the convective boundary layer // Atmospheric turbulence and air pollution modeling / Eds. F.T.M. Nieuwstadt and H.D. van Doop. Reidel, Dodrecht, the Netherlands. 1982. P. 159–229.
5. *Uliasz M.* Lagrangian particle dispersion modeling in mesoscale applications // Environmental modeling II / Ed. P. Zannetti. Computational Mechanics Publications, Southampton, UK. 1994. P. 71–102.
6. *Van Haren L., Nieuwstadt F.T.M.* The behavior of passive and buoyant plumes in a convective boundary layer, as simulated with a large-eddy model // J. Appl. Meteorol. 1989. V. 28. P. 818–832.
7. *Sykes R.I. and Henn D.S.* Large-eddy simulation of concentration fluctuations in a dispersing plume // Atmos. Environ. 1992. V. 26A. P. 3127–3144.
8. *Nieuwstadt F.T.M., Mason P.J., and Schumann U.* Large Eddy Simulation of the Convective Boundary Layer: A comparison of Four Computer Codes // Turbulent Shear Flows (F. Durst et al. Eds.). Springer-Verlag, 1993. P. 353–367.
9. *Abiodun B.J., Enger L.* The role of advection of fluxes in modellimg dispersion in convective boundary layers // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 2002. V. 128. P. 1589–1607.
10. *Kurbatskii A. F.* Computational modeling of the turbulent penetrative convection above the urban heat island in stably stratified environment // J. Appl. Meteorol. 2001. V. 40. N 10. P. 1748–1761
11. *Lu J., Araya S.P., Snyder W.H., Lawson R.E., Jr.* A Laboratory Study of the Urban Heat Island in a Calm and Stably Stratified Environment. Part I: Temperature Field; Part II: Velocity Field // J. Appl. Meteorol. 1997. V. 36. N 10. P. 1377–1402.
12. *Sommer T. P. and So R.M.C.* On the modeling of homogeneous turbulence in a stably stratified flow // Phys. Fluids. 1995. V. 7. P. 2766–2777.
13. *Lumley J. L.* Prediction methods for turbulent flows. Von Karman Institute for Fluids Mechanics, Rhode-St-Genese, Belgium. 1975. P. 34.
14. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.
15. *Snyder W.H., Lawson R.E., Jr., Shipman M.S., Lu J.* Fluid modeling of atmospheric in the convective boundary layer // Boundary Layer Meteorol. 2002. V. 102. N 3. P. 335–366.

A.F. Kurbatskii, L.I. Kurbatskaya. **Numerical investigation of urban heat island: verification of Eulerian atmospheric diffusion models.**

The Eulerian models of dispersion of air pollution are formulated: a high-order closure dispersion model in which the concentration fluxes $<u_i c>$ are calculated from the transport equations (D-model) and an algebraic model of turbulent fluxes $<u_i c>$ (AC-model) obtained by simplification of DC-model to the algebraic expressions in the weak-equilibrium approximation. Both models use mean wind and turbulence quantities from a second-order closure model of the atmospheric boundary layer (the three-parametrical E–ε–$<\theta^2>$ turbulence model). The basic characteristics of the thermohydrodynamics fields of a turbulent thermal plume above an urban heat island are reproduced by the E–ε–$<\theta^2>$ model with quite good agreement with the experimental data and natural measurements of turbulence intensity. Results from dispersion of a passive contaminant from the surface source obtained with the help of DC and AC models show that the maximum difference of concentration level near a source does not exceed ten percents. Besides, it is shown that diffusion terms of DC-models excluded at obtaining of A-model, act to smooth out the gradients of the fluxes. The verification indicates the validity of using the algebraic AC-model in practice of simulation of atmospheric contaminant dispersion.