

**Т.В. Ярославцева**

## **Моделирование процессов распространения пыльцы растений**

*Институт химической кинетики и горения СО РАН, г. Новосибирск*

Поступила в редакцию 27.11.2001 г.

На основе аналитических и численных решений полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии предложены модели восстановления полей выпадения пыльцы растений в окрестностях площадных источников. Обсуждаются способы агрегирования параметров в рассматриваемых задачах. На основе предложенных моделей проведены численные эксперименты по восстановлению полей концентрации пыльцы березы и прутьяка на данных профилейных наблюдений.

### **Введение**

Выяснение закономерностей разноса пыльцы воздушным путем имеет большое значение для обоснования точности спорово-пыльцевого анализа. Интерес к этому вопросу вполне понятен, так как правильное представление о дальности заноса пыльцы по воздуху является необходимым условием для восстановления истории растительного покрова по данным измерения концентрации пыльцевых зерен. Для большей части древесных пород выявлено, что основная масса пыльцы таких широколиственных пород, как граб, дуб, бук, липа, распространяется на ограниченные расстояния, хотя и не исключается далекий занос пыльцы этих растений в малом количестве. Для мелколиственных пород (береза, ольха) в литературе отмечено распространение пыльцы на далекое расстояние от растений. Пыльца березы в том или ином количестве отмечается почти во всех анализируемых образцах далеко за пределами ее ареала – в Прикаспийской низменности и Средней Азии. Пыльца сосны может переноситься по воздуху на очень значительные расстояния. Ее присутствие было отмечено в споро-пыльцевых спектрах поверхностных проб торфа и почвы из районов Арктики, Таймыра, Гренландии, Прикаспийской низменности и других мест. В условиях южного Казахстана пыльца сосны в небольших количествах встречается на расстояниях 1200 км от ближайших мест ее обитания.

При экспериментальных исследованиях обычно объединяются представления о пределах распространения пыльцы по воздуху и о количестве пыльцы, заносимой на далекие расстояния, что приводит к определенным противоречиям в понимании происходящих процессов. Для решения ряда практических задач важно установление количественных закономерностей процесса рассеивания пыльцы при воздушном переносе. Вопрос же о предельном распространении имеет второстепенное значение

Размеры пыльцевых зерен в основном находятся в пределах от 2 до 250 мкм [1, 2]. Пыльцевая про-

дукция растений составляет десятки и сотни кг/га [3, 4]. Пыление растений обладает сезонной и суточной динамикой, что непосредственно связано со сроками цветения растений и погодными условиями. В связи с этим вопрос адекватного математического описания процессов распространения пыльцы представляется затруднительным. Одной из основных причин такого положения является существенная неполнота экспериментальной информации о пространственно-временном режиме эмиссии источников пыльцы, текущих метеоусловиях, аэродинамических свойствах пыльцевых зерен и т. д. В связи с этим применение методов прямого моделирования достаточно проблематично. На наш взгляд, более эффективным является подход, основанный на постановках обратных задач переноса примеси [5, 6].

### **1. Экспериментальные данные**

В статье [7] описан эксперимент по улавливанию пыльцы прутьяка, проведенный в июне 1952 г. в Сталинградской области. Путьяк – ветроопыляемое растение семейства маревых, продуцирующее большое количество пыльцы и занимающее значительные площади среди комплексной растительности в пределах пустынной степи. Скорость оседания пыльцевых зерен прутьяка может колебаться в пределах от 3 до 7 см/с. Высота растений небольшая, примерно 10 – 15 см.

В качестве объекта исследования было выбрано солончаковое пятно размером 40 × 60 м, заросшее растениями прутьяка. Цветение прутьяка на этом участке было обильным. Наблюдения проводились с подветренной от пятна стороны на участке местности, где экземпляры прутьяка полностью отсутствовали. Там был заложен профиль протяженностью 200 м.

Отбор пыльцы проводился на стеклянные пластинки, смазанные глицерин-желатином, установленные на высоте 30 – 40 см под углом 45° против ветра и на определенном расстоянии друг от друга. Общая продолжительность экспонирования в течение дня достигала 9 ч 30 мин. Скорость и направление ветра

определялись во время наблюдения три раза. За период наблюдения скорость увеличилась с 2,7 до 11,2 м/с. Результаты улова пылицы прутняка по указанному профилю представлены в табл. 1.

Таблица 1

**Измеренные и рассчитанные значения концентрации пылицы прутняка в точках пробоотбора**

Номер точки	Расстояние от точки 1, м	Количество пылевых зерен, % от числа зерен в точке 1		
		Данные измерений	Используемая расчетная модель в точке	
			1	2
1*	0*	100*	100*	100*
2*	11*	50,6*	51,6*	50,4*
3	45	10,9	11,3	12,3
4	79	6,2	4,9	5,6
5	99,4	4,7	3,3	4
6	172,4	6,4	1,2	1,6

\* Точки, по которым проводился расчет.

В качестве следующего объекта численного исследования рассматривается березовый лес.

В статье [8] описана серия экспериментов по улавливанию пылицы березы из воздуха. Опыты проводились в 60 км к юго-востоку от Москвы в период массового цветения березы – 13, 14 и 15 мая 1955 г. Стекланные пластинки (9 на 12 см), смазанные глицерин-желатином, были выставлены в безлесной местности и в березовом лесу на различной высоте (1 – 3 м). Погода в это время была теплая, солнечная, без осадков, ветер был слабый (временами порывистый) до умеренного; его направление (с юго-запада) оставалось постоянным в течение всего указанного периода. Улавливание пылицы производилось по профилю протяжением 4 км – от березового леса, к которому примыкает поляна, по вспаханному полю, пересекаемому в 400 м от поляны перелеском, до небольшого березового леса, переходящего в 400 м от опушки в крупный лесной массив, являющийся в дни наблюдений подветренным. Результаты исследований по указанному профилю представлены в табл. 2.

Таблица 2

**Среднедневное количество пылевых зерен березы, уловленных во время ее массового цветения, на 1 см<sup>2</sup> поверхности пластинки**

Номер точки	Расстояние, м	Концентрация, тыс.
33–31	0	14
30–28	100	16,5
27	150	19
26	200	14
25	250	8
24	350	8
23	450	18
22	650	5
22а	900	9
21	1150	6
20	1250	6
19	1350	4
18	1450	6
17	1550	3

Окончание табл. 2

Номер точки	Расстояние, м	Концентрация, тыс.
16	1650	4
15	1750	5
14	1950	2
13	2150	2
12	2450	4
11	1150	6
10	2950	1
9	3150	1
8	3250	2
7	3350	1
6	3450	1
5	3660	2
4	3850	1
3	3950	4
2–1	4000	3,5

## 2. Постановки обратных задач

В зависимости от имеющейся экспериментальной информации и априорных сведений об объектах исследования для описания процессов распространения пылицы целесообразно использовать как численные, так и аналитические решения полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии. Изучаемые объекты эмиссии пылицы являются площадными источниками. Для единообразия описания их удобнее представлять в виде суммы  $N$  точечных источников. В этом случае суммарная концентрация выпадений пылицы будет определяться как суперпозиция полей, создаваемых точечными источниками.

Периоды отбора пылицы являются достаточно продолжительными. За время измерения может произойти существенное изменение динамических характеристик приземного слоя атмосферы, что затрудняет интерпретацию полученных экспериментальных данных. Поэтому в дальнейшем при анализе данных будем полагаться на некоторые характерные средние значения метеорологических характеристик.

### а) Модель 1

Предположим, что площадь рассматриваемого источника аппроксимируется покрытием из  $N$  одинаковых квадратиков, в центрах которых находятся точечные источники, имеющие одинаковую мощность. Пусть ось  $x$  совпадает с направлением ветра, ось  $y$  расположена в поперечном направлении. Тогда концентрация пылицы, создаваемая площадным источником, вычисляется по формуле [9]:

$$Q(x, y) = M_0 \sum_{i=1}^N \frac{\exp\left(\frac{-(y-y_i)^2}{2\phi^2(x-x_i)^2}\right)}{\sqrt{2\pi}(x-x_i)} q_i, \quad (1)$$

где  $q_i = q(x-x_i)$  – приземная концентрация пылицы, создаваемая линейным источником, расположенным по линии  $x = x_i$ ;  $M_0$  – эмиссия примеси с единицы площади;  $\phi$  – дисперсия направления ветра за время наблюдений.

Концентрацию пылицы в воздухе от линейного источника опишем с помощью полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии

$$u(z) \frac{\partial q_i}{\partial x} - w \frac{\partial q_i}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} m(z) \frac{\partial q_i}{\partial z} \quad (2)$$

с граничными и начальными условиями:

$$m(z) \frac{\partial q_i}{\partial z} \Big|_{z=0, z=h} = 0, \quad u(z) q_i \Big|_{x=x_i} = M_0 \delta(z-H), \quad (3)$$

где  $z$  – вертикальная координата;  $w$  – скорость оседания пылицы;  $H$  – эффективная высота источника, связанная с высотой растения;  $h$  – верхняя граница интегрирования;  $u(z)$  – скорость ветра;  $m(z)$  – коэффициент вертикального турбулентного обмена.

Скорость ветра и коэффициент турбулентности опишем в соответствии с теорией подобия Мони́на – Обухова для приземного слоя атмосферы [10]:

$$u(z) = \frac{u^*}{0,35} \left[ \log \left( \frac{z}{z_0} \right) + 4,7 \frac{z-z_0}{L} \right], \quad m(z) = \frac{0,35 u^* z}{1 + 4,7 \frac{z}{L}}, \quad (4)$$

где  $z_0$  – параметр шероховатости;  $u^*$  – динамическая скорость;  $L$  – масштаб длины Мони́на–Обухова.

Для расчета функции  $Q(x, y)$  с помощью соотношений (1) – (4) требуется задание большого числа параметров. Наиболее важной характеристикой является величина  $M_0$ , непосредственно связанная с пылением растений. Для ее оценивания необходима информация о плотности выпадений пылицы на стеклянные пластинки. Метеорологические характеристики  $u^*$  и  $L$  влияют на формирование профиля концентрации пылицы в направлении ветра. Это влияние проявляется в опосредованной форме и на данном этапе исследования достаточно использовать при численном моделировании их характерные значения. Величина  $\phi$  непосредственно связана с периодом времени проведения наблюдений и для ее оценивания также целесообразно использовать данные о плотности выпадения пылицы.

Полагая плотность выпадения пылицы на стеклянные пластины пропорциональной концентрации пылицы в воздухе

$$P(x, y) = c Q(x, y),$$

приходим к задаче оценивания параметров  $M = c M_0$ ,  $\phi$  и функции  $P(x, y)$  по данным наблюдений.

Оценки параметров  $M$  и  $\phi$  можно получить с помощью метода наименьших квадратов [11], используя не менее двух точек наблюдения.

### б) Модель 2

Заметные преимущества при решении обратных задач распространения пылицы можно получить с использованием аналитических решений уравнения (2) для легкой примеси, аппроксимируя функции  $u(z)$  и  $m(z)$  степенными зависимостями вида

$$u = u_1 \left( \frac{z}{z_1} \right)^n, \quad m = \frac{k_1 z}{z_1}, \quad (5)$$

где  $u_1$  и  $k_1$  – значения скорости ветра и коэффициента вертикального турбулентного обмена на высоте  $z = z_1$ .

В этом случае задача (2), (3), (5) допускает аналитическое решение, которое можно представить в виде [9]:

$$q(x-x_i, z) \Big|_{z=0} = \frac{M_0}{(1+n)k_1(x-x_i)} \times \exp \left( - \frac{u_1 H^{1+n}}{(1+n)^2 k_1 (x-x_i)^2} \right). \quad (6)$$

Тогда с учетом (1), (5) приземная концентрация пылицы, создаваемая площадным источником, опишется формулой [10]:

$$Q(x, y) = \Theta_0 \sum_{i=1}^N \frac{1}{(x-x_i)^2} \times \exp \left( - \frac{2x_{\max}}{x-x_i} - \frac{(y-y_i)^2}{2\phi^2 (x-x_i)^2} \right), \quad (7)$$

где

$$\Theta_0 = \frac{M_0}{(1+n)k_1\phi\sqrt{2\pi}}, \quad x_{\max} = \frac{u_1 H^{1+n}}{(1+n)^2 k_1}. \quad (8)$$

Анализ формулы (7) показывает, что введение агрегированных параметров  $\theta_0$  и  $x_{\max}$  значительно упрощает задачу оценивания. Следует отметить, что  $x_{\max}$  соответствует расстоянию между точечным источником и точкой максимальной приземной концентрации, создаваемой этим источником. Величина  $x_{\max}$  в основном определяется высотой источника и обычно соответствует расстояниям 15 – 20  $H$ , поэтому можно предварительно ограничиться таким приближением.

Исходя из пропорциональности концентрации пылицы в воздухе к плотности ее выпадения, приходим к задаче оценивания параметров  $\Theta = c \Theta_0$ ,  $\phi$  и функции  $P(x, y)$  по данным наблюдений.

## 3. Численные эксперименты

На основе моделей 1, 2 и данных пробоотбора было проведено численное восстановление плотности выпадений пылицы прутьяка и березы по заданным профилям. Параметры  $u^*$  и  $L$  в модели 1 выбирались из области допустимых значений, соответствующих текущим метеоусловиям, а эффективная высота  $H_{\text{эф}}$  источников пыления задавалась с учетом высоты растений. Выбор количества опорных точек – точек отбора проб, по которым восстанавливались параметры моделей, производился с учетом уровня помех данных наблюдений.

### а) Прутняк

На рис. 1 и в табл. 1 представлены результаты восстановления плотности выпадений прутняка по предложенным моделям. В качестве опорных точек выбирались точки 1 и 2. Анализ данных, приведенных в таблице и на рисунке, показывает, что соответствие расчета наблюдениям в контрольных точках 3 – 5 является вполне удовлетворительным. В точке 6 различие довольно существенное, что, по-видимому, объясняется присутствием посторонних источников пылицы прутняка.

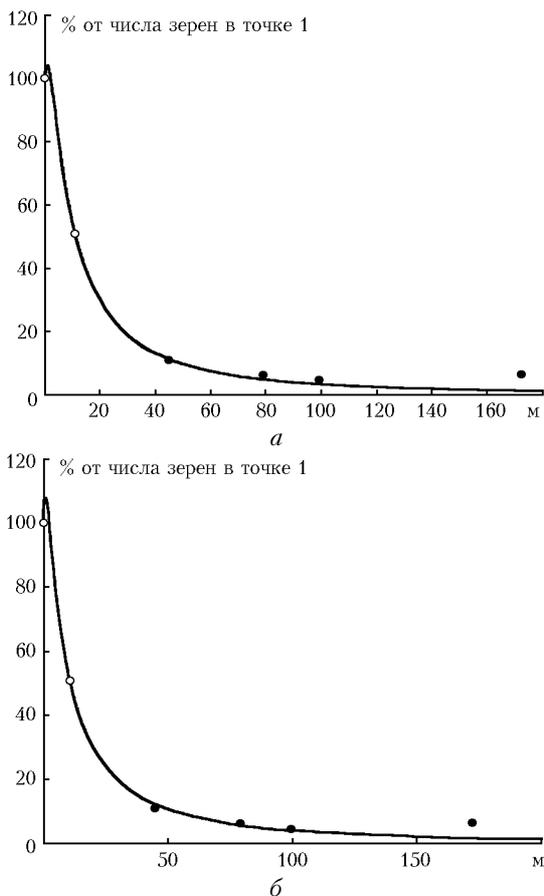


Рис. 1. Измеренные значения плотности выпадения пылицы прутняка в точках пробоотбора и кривая плотности, восстановленная с помощью: *a* – модели 1; *б* – модели 2;  $N$  – опорные,  $\bullet$  – контрольные точки

### б) Береза

Предварительный анализ данных, приведенных в табл. 2, показывает, что изменение плотности выпадений пылицы березы с расстоянием происходит немонотонно и указывает на наличие значительных помех, обусловленных существованием дополнительных источников и неоднородностью подстилающей поверхности. Поэтому для повышения устойчивости восстановления целесообразно использование большего числа опорных точек.

Параметр  $\Theta$  будем определять по формуле

$$\Theta = K_{\text{экс}}/K, \quad (9)$$

где

$$K_{\text{экс}} = \sum_{X_i \in M_s} Q(X_i)(X_{i+1} - X_i), \quad K = \int_0^{X_s} Q_{\text{норм}}(x) dx,$$

$$M_s = \{X_1, \dots, X_s, 1 \leq s \leq 33\}$$

– множество точек, в которых проводился улов пылицы; норм – концентрация пылицы, соответствующая источнику единичной мощности.

На рис. 2,б восстановление проведено с помощью модели 2 по точкам пробоотбора из ближней зоны (до 800 м). На рис. 2,а приведен вариант расчета по всем точкам наблюдения и с использованием модели 1. Анализ рис. 2 показывает, что, несмотря на значительный разброс, данные наблюдений в основном группируются возле восстановленных кривых.

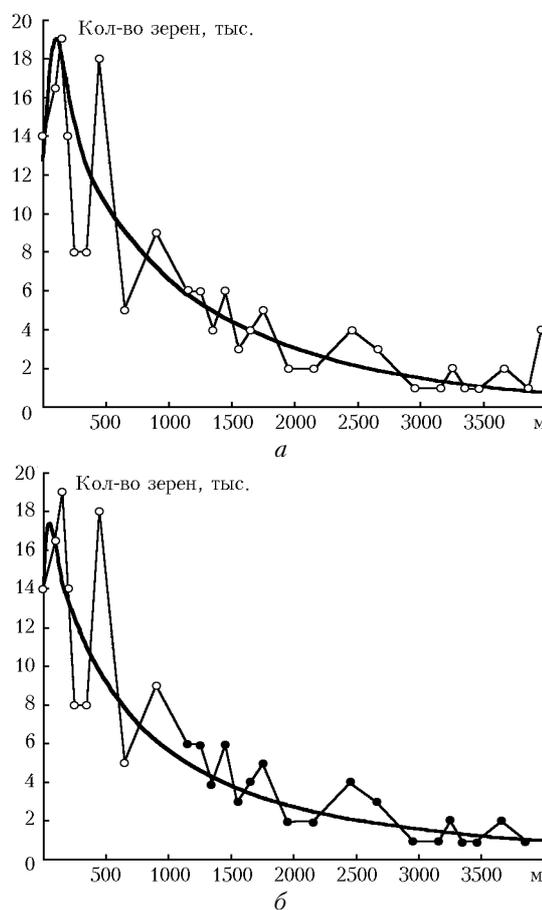


Рис. 2. Рассчитанная кривая плотности выпадения пылицы березы: *a* – восстановленная по модели 1 с использованием всех точек, в которых проводился пробоотбор ( $N$  – точки пробоотбора); *б* – восстановленная с помощью модели 2 по точкам, расположенным на расстояниях  $\leq 800$  м от березового леса ( $N$  – опорные,  $\bullet$  – контрольные точки)

### Заключение

Проведенные исследования показывают, что в рамках использования решений полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии возможна вполне

адекватная интерпретация данных наблюдений по выпадению пыльцы различных растений на основе постановок обратных задач переноса примеси. Количество используемых параметров, подлежащих оцениванию, сравнительно невелико и может варьироваться как от способа описания процесса переноса примеси, так и от наличия априорной информации о протекающих явлениях.

При определенных условиях использование аналитического представления решения уравнения переноса примеси имеет значительные преимущества, поскольку дает возможность провести эффективную процедуру агрегирования параметров, что позволяет использовать весьма ограниченное число опорных точек и создает дополнительные возможности проверки адекватности моделей.

При наличии неоднородных условий процессов распространения пыльцы дифференциальная модель становится более предпочтительной.

Автор выражает благодарность В.В. Головки за полезные обсуждения в процессе работы.

1. Сладков А.Н. Введение в спорово-пыльцевой анализ. М.: Наука, 1967. 268 с.
2. Головки В.В., Куценогий П.К., Киров Е.И., Куценогий К.П.,

Истомин В.Л., Рыжаков В.А. Пыльцевая компонента атмосферного аэрозоля в окрестностях Новосибирска // Оптика атмосф. и океана. 1998. Т. 11. № 6. С. 645–649.

3. Некрасова Т.П. Пыльца и пыльцевой режим хвойных Сибири. Новосибирск: Наука, 1983. 168 с.
4. Фегри К., Ван дер Пэйл Л. Основы экологии опыления. М.: Мир, 1982. 377 с.
5. Рапута В.Ф., Садовский А.П., Олькин С.Е. Реконструкция выпадений бенз(а)пирена в окрестностях Новосибирского электродного завода // Метеорол. и гидрол. 1997. Т. 12. № 2. С. 33–41.
6. Ярославцева Т.В. Обратная задача восстановления плотности осадка аэрозолей на растительности // Оптика атмосф. и океана. 1999. Т. 12. № 6. С. 536–539.
7. Моносзон М.Х. Рассеивание воздушным путем пыльцы маревых // Тр. института географии. 1959. Вып. 77. С. 157–165.
8. Федорова Р.В. Распространение пыльцы березы воздушным путем // Тр. института географии. 1959. Вып. 77. С. 139–144.
9. Берлянд М.Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеониздат, 1975. 448 с.
10. Лайхтман Д.Л. Динамическая метеорология. Л.: Гидрометеониздат, 1976. 607 с.
11. Федоров В.В. Теория оптимального эксперимента. М.: Наука, 1971. 312 с.

*T. V. Jaroslavtseva. Simulation of processes of plant pollen distribution.*

On the basis of analytical and numerical solutions of the semiempirical equation of eddy diffusion, the models of restoring of fields of fallout of plant pollen in neighbourhoods of area sources are proposed. The ways of aggregation of parameters in the considered tasks are considered. On the basis of the proposed models, the numerical experiments on restoring fields of concentration of birch and willow pollen on data of profile observations are conducted.