

**В.Е. Зуев, В.В. Зуев, Б.С. Костин**

## КАЛИБРОВКА МНОГОЧАСТОТНОГО ЛИДАРА ПО СИГНАЛАМ МОЛЕКУЛЯРНОГО РАССЕЯНИЯ

Рассматривается метод калибровки многочастотного лидара по сигналам молекулярного рассеяния. Показано, что для калибровки лидаров с тремя и более частотами не требуется априорного задания термодинамических параметров или коэффициентов молекулярного рассеяния.

Одной из наиболее важных проблем применения лидаров для зондирования аэрозолей верхней атмосферы является их калибровка. В решении данной проблемы широкое распространение получил метод калибровки лидара по сигналам молекулярного рассеяния [1]. Этот метод основывается на предположении, что на некоторых высотах (как правило, более 30 км) аэрозольное рассеяние пре-небрежимо мало и лидарные сигналы обусловлены только молекулярным рассеянием. Он позволяет определить калибровочные константы с точностью до постоянной величины, равной квадрату аэрозольной прозрачности атмосферы. Однако различные варианты этого метода предполагают априорное задание коэффициентов молекулярного рассеяния или, что эквивалентно, термодинамических параметров атмосферы. Нами предлагается вариант, который позволяет, не привлекая дополнительной информации, решить проблему калибровки многочастотного лидара при зондировании аэрозолей верхней атмосферы.

Допустим, что при зондировании используется лидар с  $n$  рабочими длинами волн. Предположим, что, начиная с высоты  $h_0$ , лидарные сигналы обусловлены только молекулярным рассеянием. Тогда лидарные уравнения можно записать в виде

$$N(\lambda_i, h_l) = B(\lambda_i) h_l^{-2} \beta_{\pi}^m(\lambda_i, h_l) \exp \left\{ -2 \int_0^{h_l} \beta_{sc}^m(\lambda_i, z) dz \right\} \quad (1)$$

где

$$h_l = h_0 + (l-1)\Delta h, \quad l = 1, 2, \dots, \quad B(\lambda_i) = b(\lambda_i) T_a^2(\lambda_i, h_0), \quad T_a^2(\lambda_i, h_0) = \exp \left\{ -2 \int_0^{h_0} \beta_{ex}^a(\lambda_i, z) dz \right\}. \quad (2)$$

Здесь  $N(\lambda_i, h_l)$  — число фотопульсов с высоты  $h_l$ ;  $\lambda_i$  — длина волны;  $\beta_{\pi}^m(\lambda_i, h_l)$  — коэффициент молекулярного обратного рассеяния;  $b(\lambda_i)$  — калибровочная константа;  $T_a^2(\lambda_i, h_0)$  — квадрат аэрозольной прозрачности атмосферы;  $\beta_{ex}^a(\lambda_i, z)$  и  $\beta_{sc}^m(\lambda_i, z)$  — соответственно коэффициенты аэрозольного ослабления и молекулярного рассеяния.

Для каждого значения  $h_l$  уравнения (1) представляют систему, состоящую из  $n$  уравнений и содержащую  $3n$  неизвестных. Число неизвестных в этой системе можно уменьшить, если воспользоваться аналитическим выражением спектральной зависимости коэффициентов молекулярного рассеяния. Каждый коэффициент в (1) может быть представлен в виде произведения

$$\beta^m(\lambda_i, h_l) = p(\lambda_i) \beta^m(h_l), \quad (3)$$

где  $\beta^m(h_l)$  — соответствующий коэффициент на наименьшей длине волны  $\lambda_1$ ;  $p(\lambda_i)$  — дробно-рациональное выражение известного вида. Вид  $p(\lambda_i)$  определяется теорией молекулярного рассеяния. Если не учитывать дисперсионных свойств воздуха, то  $p(\lambda_i) = (\lambda_1/\lambda_i)^4$ . Подстановка (3) в (1) дает

$$N(\lambda_i, h_l) = B(\lambda_i) p(\lambda_i) h_l^{-2} \beta_{\pi}^m(h_l) \exp \{-2p(\lambda_i)Q(h_l)\}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

где

$$Q(h_l) = \int_0^{h_l} \beta_{sc}^m(z) dz.$$

Уравнения (4) теперь содержат  $n+2$  неизвестных, причем молекулярные оптические характеристики являются функцией только высоты. Допустим, что область высот, в которой выполнено исходное предположение метода калибровки по сигналам молекулярного рассеяния, достаточно велика и содержит  $q$  отсчетов (стробов). Очевидно, что надлежащим выбором числа  $q$  задачу калибровки лидара можно сделать вполне определенной. Исходя из необходимого условия решения систем уравнений по методу наименьших квадратов [2], определим

$$nq \geq n + 2q. \quad (5)$$

Условие (5) устанавливает соотношение числа рабочих длин волн лидара и необходимого числа стробов. Оно показывает, что для калибровки трехчастотного лидара достаточно взять 3–4 строба.

Система трансцендентных уравнений (4), записанных для  $q$  значений высот, путем логарифмирования может быть сведена к системе линейных алгебраических уравнений вида

$$f_{il} = x_i + y_l - 2p_i Q_l, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad l = 1, 2, \dots, q, \quad (6)$$

где

$$f_{il} = \ln \frac{N(\lambda_i, h_l) h_l^2}{p(\lambda_i)}, \quad x_i = \ln B(\lambda_i), \quad y_l = \ln \beta_\pi(h_l), \quad Q_l = Q(h_l).$$

Система (6) состоит из  $nq$  уравнений и содержит  $n+2q$  неизвестных. Учитывая специфику уравнений системы и используя стандартный прием метода наименьших квадратов, получим

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n f_{il} - \sum_{i=1}^n x_i - ny_l + 2Q_l \sum_{i=1}^n p_i = 0, \\ \sum_{i=1}^n p_i f_{il} - \sum_{i=1}^n p_i x_i - y_l \sum_{i=1}^n p_i + 2Q_l \sum_{i=1}^n p_i^2 = 0, \\ \sum_{l=1}^q f_{il} - qx_i - \sum_{l=1}^q y_l + 2p_i \sum_{l=1}^q Q_l = 0. \end{array} \right\} \quad (7)$$

Система (7) имеет размерность  $n+2q$ . Решение этой системы приводит к

$$y_l = \frac{1}{D} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_j (p_i - p_j) (f_{il} - x_i), \quad Q_l = \frac{2}{D} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (p_i - p_j) (f_{il} - x_i), \quad (8)$$

$$x_i + \frac{1}{D} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n (p_i - p_j) (p_k - p_j) x_k = \frac{1}{q} \sum_{l=1}^q \left[ f_{il} + \frac{1}{D} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n (p_i - p_j) (p_k - p_j) f_{kl} \right], \quad (9)$$

где

$$D = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i (p_i - p_j).$$

Значения искомых величин находятся путем численного решения системы (9), размерность которой равна  $n$  [3].

Решение системы (9) однозначно определяет произведение  $b(\lambda_i) T_a^2(\lambda_i, h_0)$ . Однако точность, с которой определяется эта величина, зависит от высоты  $h_0$ , по которой производится калибровка лидара. Требуемое значение  $h_0^*$  можно установить путем вариации значений  $h_0$  в пределах от 30 км до высот, ограниченных потолком зондирования, и последующего анализа поведения  $x_i$ . Если  $x_i$  с изменением  $h_0$  не меняется, то в качестве  $h_0^*$  выбирается первоначальное значение  $h_0$ . В противном случае выбирается то значение  $h_0$ , при котором  $x_i$  минимальны. Если влияние аэрозоля было заметным, то при решении системы уравнений (9) оно приведет к завышению величины  $x_i$ .

В заключение заметим, что в предлагаемом варианте не требуется привлечения дополнительной информации о молекулярной компоненте или термодинамических параметрах атмосферы. Напротив, с помощью формул (8) можно рассчитать характеристики молекулярного рассеяния и, если необходимо, сопоставить их с соответствующей моделью.

1. Зуев В. Е., Креков Г. М., Крекова М. М. //Дистанционное зондирование атмосферы. Новосибирск: Наука, 1978. С. 3—46.
2. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. М.: ГИФМЛ. 1962. 349 с.
3. Загускин В. Л. Справочник по численным методам решения уравнений. М.: ГИФМЛ, 1960. 216 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН,  
Томск

Поступила в редакцию  
24 марта 1992 г.

**V. E. Zuev, V. V. Zuev, B. S. Kostin. Calibration of Multifrequency Lidar Using the Molecular Scattering Signals.**

A technique of multifrequency lidar calibration using the molecular scattering signals is presented. It is shown that calibration of a lidar with more than three frequencies does not require a priori information on thermodynamic parameters or on molecular scattering coefficients of the atmosphere.