

Б.М. Десятков, С.Р. Сарманаев, А.И. Бородулин

**ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА АЭРОЗОЛЕЙ
В ТЕРМИЧЕСКИ СТРАТИФИЦИРОВАННОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ**

Рассматривается модель распространения аэрозольных примесей в пограничном слое атмосферы, предназначенная для использования на IBM совместимых компьютерах. Поле ветра восстанавливается с помощью аналитического решения трехмерной нестационарной линейной системы уравнений пограничного слоя атмосферы, учитывающей орографические и динамические неоднородности подстилающей поверхности и квазистационарный подслоя. Поле концентрации находится путем численного решения полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии. Для задания коэффициентов диффузии используется гипотеза об их пропорциональности компонентам тензора вязких напряжений. Проведено сравнение с данными наблюдений и результатами, полученными по другим известным моделям.

Практическое применение современных методов моделирования процессов распространения газовых и аэрозольных примесей в пограничном слое атмосферы с помощью персональных ЭВМ требует разработки соответствующего программного обеспечения. Однако это неизбежно накладывает ряд ограничений на программные продукты. С одной стороны, они должны быть «быстрыми», удобными и достаточно простыми для широкого круга пользователей. С другой стороны, используемые математические модели должны быть адекватны реальным физическим процессам. Предлагаемая в данной статье модель в какой-то степени удовлетворяет этим противоречивым требованиям.

1. Модель динамики пограничного слоя

Модель имеет двухслойную структуру: приземный слой $z_0 \leq z \leq h$ и остальная часть пограничного слоя $h < z \leq H$, где z_0 – параметр шероховатости; h – высота приземного слоя; H – высота пограничного слоя.

В качестве исходной рассмотрим систему уравнений [1], которая после линеаризации принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} &= IV + \alpha\lambda\theta + v_h \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}; \quad \frac{\partial V}{\partial t} = -IU + \beta\lambda\theta + v_h \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}; \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} &= -S(\alpha U + \beta V) + v_h \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}; \\ \frac{\partial q}{\partial t} &= -S_q(\alpha U + \beta V) + v_h \frac{\partial^2 q}{\partial z^2}; \quad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Начальные условия при $t = t_0$ и краевые условия при $z = h$ и H зададим следующими (далее будем полагать, что $H \rightarrow \infty$):

$$t = t_0: \quad U = U_0, \quad V = V_0, \quad \theta = \theta_0, \quad q = q_0; \tag{2}$$

$$z = h: \quad -v_h \frac{\partial U}{\partial z} = \tau_U; \quad -v_h \frac{\partial V}{\partial z} = \tau_V; \quad -v_h \frac{\partial \theta}{\partial z} = \tau_\theta; \quad -v_h \frac{\partial q}{\partial z} = \tau_q;$$

$$z = H: \quad -v_h \frac{\partial U}{\partial z} = -v_h \frac{\partial V}{\partial z} = 0; \quad -v_h \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0; \quad -v_h \frac{\partial q}{\partial z} = 0; \quad W = 0.$$

Теоретически все искомые величины, входящие в систему уравнений (1), (2), являются средними по некоторому статистическому ансамблю [2]. На практике, однако, усреднение по ансамблю заменяется усреднением по временному интервалу, равному примерно 20 мин.

Уравнения (1) записаны в криволинейной ортогональной системе координат. Оси x и y направлены вдоль поверхности рельефа и ориентированы соответственно на восток и на север, ось z – вертикально вверх. Рельеф местности, углы наклона α и β которого полагаются малыми, описывает функция $\delta(x,y)$, $\alpha = \frac{\partial \delta}{\partial x} \ll 1$, $\beta = \frac{\partial \delta}{\partial y} \ll 1$. Остальные обозначения: U и V – отклонения горизонтальных компонент скорости ветра от их фоновых значений U_ϕ и V_ϕ соответственно; θ и q – отклонения потенциальной температуры и удельной влажности от фоновых значений θ_ϕ и q_ϕ соответственно; S – параметр устойчивости; S_q – градиент фоновой удельной влажности; ν_h – коэффициент вертикального турбулентного обмена при $z = h$; λ – параметр конвекции, а l – параметр Кориолиса. Согласно [1] считаем, что фоновые величины известны, причем компоненты скорости U_ϕ и V_ϕ совпадают с геострофическим ветром и являются постоянными, а фоновые температура и влажность соответствуют стандартной атмосфере.

Система уравнений (1) описывает нестационарные термогидродинамические процессы в пограничном слое атмосферы, протекающие над термически и орографически неоднородной подстилающей поверхностью. Предполагается, что горизонтальные неоднородности невелики. В этом случае нелинейные адвективные слагаемые исходной системы уравнений [1] не являются определяющими в сравнении с силой Кориолиса, силой плавучести и вертикальным турбулентным обменом, входящими в правую часть первых двух уравнений (1). Поэтому нелинейными членами можно пренебречь. По этой же причине пренебрегается частью горизонтального градиента давления, из которого, благодаря переходу к криволинейной системе координат, выделяются только слагаемые с архимедовой силой, составляющие которой действую вдоль наклонной поверхности рельефа.

На высоте приземного слоя $z = h$ турбулентные потоки импульса τ_U, τ_V , тепла τ_θ и влаги τ_q предполагаются известными и находятся из решения уравнений слоя постоянных потоков [3]. К верхней границе пограничного слоя турбулентные процессы затухают и при $z = H$ вертикальный турбулентный перенос импульса, тепла и влаги равен нулю.

Для описания структуры приземного слоя, согласно [3], используем теорию подобия [4], эмпирические функции [5] и уравнение баланса потоков энергии на подстилающей поверхности [3].

Система (1) при начальных и граничных условиях (2) допускает аналитическое решение. После введения новых функций и интегродифференциальных преобразований, описанных в [6], получаем следующие выражения для скорости ветра, температуры и влажности для верхней части пограничного слоя ($z \geq h$):

$$\begin{aligned}
 U &= - \left\langle \frac{A \cos [\gamma(t_j - \eta)]}{\gamma^2} + \frac{B \sin [\gamma(t_j - \eta)]}{\gamma} - \frac{D \beta}{\gamma^2} \right\rangle; \\
 V &= - \left\langle \frac{M \cos [\gamma(t_j - \eta)]}{2} + \frac{N \sin [\gamma(t_j - \eta)]}{\gamma} + \frac{D \alpha}{2} \right\rangle; \\
 \theta &= - \left\langle S \left\{ \frac{F \cos [\gamma(t_j - \eta)]}{\gamma^2} + \frac{Q_1 \sin [\gamma(t_j - \eta)]}{\gamma} \right\} + \frac{E}{\gamma^2} \right\rangle; \\
 q &= - \left\langle S_q \left\{ \frac{F \cos [\gamma(t_j - \eta)]}{\gamma^2} + \frac{Q_1 \sin [\gamma(t_j - \eta)]}{\gamma} \right\} + \frac{S_q E}{S \gamma^2} + E_1 \right\rangle,
 \end{aligned} \tag{3}$$

где

$$\langle \{ \dots \} \rangle = \sum_{j=1}^n \frac{1}{(\pi \nu_h^j)^{1/2}} \int_{t_{j-1}}^{t_j} \frac{\{ \dots \}}{(t_j - \eta)^{1/2}} \exp \left[\frac{-z^2}{4 \nu_h^j (t_j - \eta)} \right] d\nu;$$

$$\gamma^2 = f^2 + \lambda S (\alpha^2 + \beta^2); \quad F = l (\alpha \tau_V - \beta \tau_U) + (\alpha^2 + \beta^2) \lambda \tau_\theta;$$

$$Q_1 = -\alpha \tau_V - \beta \tau_U; \quad E = -l [S(\alpha \tau_V - \beta \tau_U) - l \tau_\theta];$$

$$E_1 = \tau_q - \frac{S_q}{S} \tau_\theta; \quad A = -l^2 \tau_U + \lambda S (\alpha^2 \tau_U + \alpha \beta \tau_V) - \beta l \lambda \tau_\theta;$$

$$B = l \tau_V + \alpha \lambda \tau_\theta; \quad D = \lambda S (\alpha \tau_V - \beta \tau_U) - \lambda l \tau_\theta;$$

$$M = l^2 \tau_V + \lambda S (\alpha \beta \tau_U + \beta^2 \tau_V) + \alpha l \lambda \tau_\theta; \quad N = -l \tau_U + \beta \lambda \tau_\theta.$$

Таким образом, формулы (3) позволяют получать значения метеозаэlements на высоте приземного слоя и в пограничном слое.

Заметим, что для определения скорости ветра при $h \leq z \leq H$ по формулам (3) необходимо знание их фоновых значений U_ϕ и V_ϕ , которые в задачах о пограничном слое предполагаются заданными. Экспериментальное определение U_ϕ и V_ϕ на высоте $z = H$ связано с определенными техническими трудностями. Поэтому в данной модели они находятся по результатам измерений скорости ветра в приземном слое с использованием итерационного метода Ньютона.

2. Модель переноса примесей

Для расчета концентрации примесей используется полуэмпирическое уравнение турбулентной диффузии [2]

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} + (W + V_s) \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} K_x \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} K_y \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial C}{\partial z} - \alpha C + R \quad (4)$$

с начальными и граничными условиями:

$$C \Big|_{t=0} = 0, \quad C \Big|_{\substack{x=0, X \\ y=0, Y}} = 0, \quad C \Big|_{z=H} = 0, \quad (K_z \frac{\partial C}{\partial z} + V_s C) \Big|_{z=0} = \beta C \Big|_{z=0}.$$

Здесь C – среднее по двадцатиминутному интервалу времени значение концентрации примеси; t – время; x, y, z – пространственные координаты; U, V, W – компоненты поля скорости ветра; V_s – Стоксова скорость оседания частиц аэрозоля; K_x, K_y, K_z – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии; X, Y, H – горизонтальные размеры и высота расчетной области; α – логарифмический коэффициент распада примесей; R – функция, моделирующая работу источника; β – коэффициент взаимодействия примеси с подстилающей поверхностью. Предполагается, что процесс распространения примесей в пограничном слое атмосферы является локальным. Поэтому на достаточно большом расстоянии от источника на горизонтальных границах области счета и на верхней границе концентрация примеси равна нулю. На нижней границе турбулентный и гравитационный потоки примеси пропорциональны концентрации. Коэффициент β является эмпирической величиной, зависящей от размера частиц аэрозолей, их состояния (жидкие или сухие), от типа подстилающей поверхности и других характеристик.

Уравнение (4) путем расщепления его по физическим процессам и по направлениям [7] приводится к системе одномерных уравнений, которые решаются конечно-разностным методом с использованием схем Кранка–Николсона [8] и Фромма – Ван-Леера [9, 10].

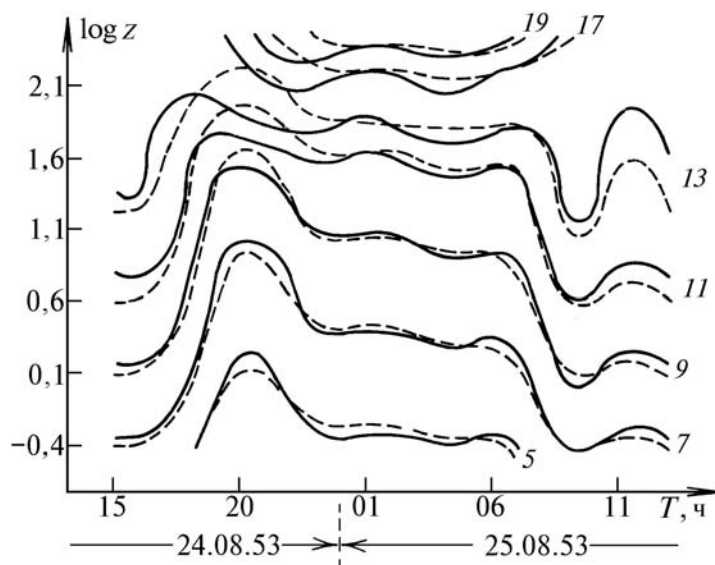
Для задания коэффициентов турбулентной диффузии использовалась гипотеза о пропорциональности K_{ij} соответствующим компонентам тензора напряжений Рейнольдса [11]. Для применения данной гипотезы необходимо задать также отношение кинетической энергии турбулентности b^2 к скорости ее диссипации ϵ . Указанные параметры вычислялись в соответствии с простой алгебраической моделью [11, 12] по известным полям среднего значения скорости ветра и температуры. Данная гипотеза проверена в экспериментах, проводившихся в условиях турбулентности приземного слоя [13], и показана возможность ее успешного использования для расчетов рассеяния примесей. Метод измерения коэффициентов K_{ij} был основан на «рекурсивном» подходе, предложенном Галкиным [14].

Полученные указанным выше способом параметры b^2 и ϵ использовались для аппроксимации члена, описывающего диссипацию в уравнении для дисперсии концентрации [11]. Эмпирические константы для алгебраической модели задавались на основании литературных данных.

3. Сравнение полученных результатов с данными наблюдений и другими моделями

Для сравнения результатов расчетов, полученных по данной модели, с экспериментальными данными были использованы материалы наблюдений [15] (США, штат Небраска, окрестности города О'Нейл) за период с 15 ч 24.08 до 13 ч 25.08.1953 г.

Значения входных параметров задавались согласно [16, 17], а компоненты среднего значения скорости ветра брались из данных наблюдений [15] для высоты 16 м. На рисунке изображены изолинии модуля скорости ветра, построенные по результатам расчетов (штриховые линии) и экспериментальным данным (сплошные линии), за период с 15 ч 24.08 до 13 ч 25.08 до высоты 300 м. Видно, что максимальное расхождение наблюдается в переходное время около 21 ч 24.08. Анализ данных [15], проведенный в [16], показал, что причиной такого расхождения, по-видимому, явилось наличие около 21 ч 24.08 в фоновом потоке по оси x адвекции холода, а по оси y адвекции тепла, которые не учитываются моделью. Дополнительный анализ относительных ошибок (расчет-эксперимент) показал, что они близки к ошибкам измерений скорости ветра.



Изолинии модуля скорости ветра: сплошная линия – данные наблюдений, штриховая – результаты расчетов; цифры у изолиний – скорость ветра, м/с

Сравним результаты расчетов по модели, изложенной выше, с результатами расчетов по аналогичным моделям (см., например, [18]), где на основе данных наблюдений проведено сравнение четырнадцати различных моделей турбулентного обмена, начиная от самой простой с постоянным коэффициентом вертикального турбулентного обмена до модели с использованием уравнения баланса турбулентной энергии. Значения среднеквадратических отклонений рассчитанных значений и экспериментальных данных для скорости ветра, полученные по всем четырнадцати моделям и усредненные по всему периоду наблюдений [18], для различных высот заключены в диапазоне от 1,67 до 5,28 м/с. Аналогичное значение, усредненное по всему периоду наблюдений для 300-м слоя, полученное с использованием нашей модели, равно 1,43 м/с. Очевидно, лучшее совпадение достигнуто за счет использования данных измерений скорости ветра вблизи подстилающей поверхности, в отличие от данных [16, 17, 18], требующих информации о U_ϕ , V_ϕ на высоте H .

1. Г у т м а н Л. Н. Введение в нелинейную теорию мезометеорологических процессов. Л.: Гидрометеиздат, 1969. 296 с.
2. М о н и н А. С., Я г л о м А. М. Статистическая гидромеханика. М.: Наука. Ч. 1, 1965.
3. К а з а к о в А. Л., Л а з р и е в Г. Л. О параметризации приземного слоя атмосферы и деятельности слоя почвы // Известия АН СССР. Сер. ФАО. 1978. Т. 14. N 3. С. 257–265.
4. М о н и н А. С., О б у х о в А. М. Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземном слое атмосферы // Труды Геофизического института. 1954. N 24. С. 163–187.

5. Businger J.A., Wyngaard J.C., Izumi Y., Bradley E.F. Fluxprofile relationships in the atmospheric surface layer // *J. Atmos. Sci.* 1971. V. 28. N 2. P. 181–189.
6. Десятков Б.М. Об одном методе параметризации пограничного слоя атмосферы // Труды Западно-Сибирского регионального научно-исследовательского института. 1986. Вып. 77.
7. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967. 196 с.
8. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 320 с.
9. Fromm J.E. A method for reducing dispersion in convective difference schemes // *J. Compute. Phys.* 1968. V. 3. N 2.
10. Van-Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme
11. Методы расчета турбулентных течений: Пер. с англ. / Под ред. А.Д. Хонькина. М.: Мир, 1984. 464 с.
12. Теверовский Е.Н., Дмитриев Е.С. Перенос аэрозольных частиц турбулентными потоками. М.: Энергоатомиздат, 1988. 160 с.
13. Бородулин А.И., Майстренко Г.М., Чалдин В.М. Статистическое описание распространения аэрозолей в атмосфере. Метод и приложения. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1992. 124 с.
14. Галкин Л.М. Некоторые аспекты диффузии в неоднородных средах // Самоочищение и диффузия внутренних водоемов. Новосибирск: Наука, 1980. С. 133–166.
15. Lettau H.H., Davidson B. *Exploring the Atmosphere's First Mile*. V. 1, 2. Pergamon Press. London–New York–Paris. 1957.
16. Сперанский Л.С., Лыкосов В.Н., Гутман Л.Н. // Турбулентный планетарный пограничный слой над искривленной подстилающей поверхностью при наличии горизонтальной адвекции тепла // Известия АН СССР. Сер. ФАО. 1975. Т. 11. N 5.
17. Estoque M.A. A Numerical Model of the Atmospheric Boundary Layer // *J. Geophys. Res.* 1963. V. 68. N 4. P. 1103–1113.
18. Tsann-Wang-Yu. A comparative study on parametrization of vertical turbulent exchange processes // *Mon. Wea. Rev.* 1977. V. 105. N 1. P. 57–66.

ГНЦ ВБ «Вектор», НИИ аэробиологии,
Новосибирская область

Поступила в редакцию
26 января 1996 г.

B.M. Desyatkov, S.R. Sarmanaev, A.I. Borodulin. Numerical-analytical Model of Aerosols Transfer in Thermally Stratified Atmospheric Boundary Layer.

The paper deals with a model of admixture spreading in the atmospheric boundary layer. The model is designed to be used in IBM-compatible computers. The wind field is determined by the analytical solution of the three-dimensional non-stationary linear system of the atmospheric boundary layer equations considering orographic, dynamic inhomogeneity of the underlying surface and quasi-stationary surface layer. Admixture concentration is found by the numerical solution of the semiempirical turbulent diffusion equation. Diffusion coefficients are taken as being proportional to the corresponding components of the Reynolds stress tensor. The results obtained by using this model have been compared with observations data and with those obtained by using some other models.