

**А.Н. Валентюк**

## **ВИДЕНИЕ ОБЪЕМНЫХ ОБЪЕКТОВ ЧЕРЕЗ АТМОСФЕРУ ЗЕМЛИ**

Рассмотрена проблема наблюдения объемного объекта через атмосферу Земли. Получены уравнения, описывающие поле радиации, рассеянной объемным объектом и зарегистрированной изобразительной системой через атмосферу Земли. Показано, что в атмосфере Земли при определенных условиях объемные предметы могут быть невидимыми.

Для теоретического описания условий видения различных объектов необходимо знать световые поля, создаваемые ими в атмосфере. Зная эти поля, можно найти распределение освещенности в плоскости изображений используемой оптической системы (или глаза в случае визуального наблюдения). Далее, используя методы теории линейных систем, можно судить об условиях наблюдения этих объектов.

Методы нахождения световых полей от различных плоских излучателей разработаны достаточно хорошо [1–4]. В теории видения они могут использоваться для анализа наблюдения плоских объектов, находящихся на поверхности Земли. Для решения многих практических задач этого недостаточно.

В данной статье рассмотрены методы нахождения световых полей от неплоских (объемных) объектов наблюдения. Предположим, что наблюдаемый объект может находиться как на поверхности Земли, так и в объеме атмосферы на произвольной высоте. Допустим, что в атмосфере Земли на высоте  $h$  находится объект наблюдения, представляющий собой некоторую объемную фигуру. Требуется найти световое поле, создаваемое этим объектом в произвольной точке атмосферы  $\mathbf{r}$ . Получим решение этой задачи в операторном виде. Введем операторы, описывающие взаимодействие излучения со свободной от объекта атмосферой  $L_a$ , взаимодействие излучения с объектом  $L_o$ , взаимодействие излучения с поверхностью Земли  $L_n$ . Уравнение для яркости излучения  $I$  в атмосфере запишем в виде

$$L_a I = (L_o + L_n) I. \quad (1)$$

Введем два вспомогательных параметра  $s_o$  и  $s_n$ , с помощью которых (1) перепишем следующим образом:

$$(L_a - s_o L_o - s_n L_n) I = 0. \quad (2)$$

Решение (2) будем искать в виде

$$I = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} I_{kl} (s_o)^k (s_n)^l. \quad (3)$$

Физический смысл функции  $I_{kl}$  состоит в том, что она описывает излучение, отраженное от объекта и от поверхности Земли  $k$  и  $l$  раз соответственно. Подставляя (3) в (2) и приравнивая члены с одинаковыми показателями степеней  $s_o$  и  $s_n$ , получим

$$L_a I_{kl} - L_o I_{k-1;l} - L_n I_{k;l-1} = 0. \quad (4)$$

В частности, из уравнения (4) для излучения, отраженного только атмосферой Земли (описывается функцией  $I_{00}$ ), излучения, отраженного лишь один раз от объекта (описывается функцией  $I_{10}$ ), излучения, отраженного лишь один раз от поверхности Земли (описывается функцией  $I_{01}$ ) и излучения, отраженного один раз и от поверхности Земли, и от объекта (описывается функцией  $I_{11}$ ), мы получаем:

$$\begin{aligned}
L_a I_{00} &= 0; \\
L_a I_{10} &= L_o I_{00}; \\
L_a I_{01} &= L_n I_{00}; \\
L_a I_{11} &= L_o I_{01} + L_n I_{10}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Первое из этих уравнений описывает атмосферную дымку, третье – излучение, отраженное от поверхности Земли, второе и четвертое – описывают две компоненты излучения, создаваемого объемным объектом, находящимся в объеме атмосферы. Суммарное излучение, отражаемое наблюдаемым объектом, будет, очевидно, равно

$$I_o = I_{10} + I_{11}. \tag{6}$$

Складывая второе и четвертое уравнения системы (5) для  $I_o$  получим

$$L_a I_o = L_o(I_{00} + I_{01}) + L_n I_{10}. \tag{7}$$

Из уравнения (7) мы можем записать операторное выражение для яркости излучения, создаваемого наблюдаемым объектом:

$$I_o(\mathbf{r}; \Omega) = L_a^{-1} \{L_o(I_{00} + I_{01}) + L_n I_{10}\}, \tag{8}$$

где  $L_a^{-1}$  – оператор, обратный оператору  $L_a$ .

Формула (8) позволяет находить световое поле, создаваемое поверхностью объектов в результате отражения и излучения электромагнитной энергии. Однако она не позволяет описать еще один фактор, влияющий на условия наблюдения объектов, а именно, экранировку объектами распространяющегося в атмосфере излучения. В результате такой экранировки возможно наблюдение <черных> объектов, не являющихся источниками отраженной и излученной энергии. Для таких объектов  $L_o = 0$  и, согласно (8),  $I_o = 0$ .

Экранировку можно учесть, если описать объект наблюдения оператором поглощения  $T(\mathbf{r}; \Omega)$ . Если луч света, падающий в направлении  $\Omega$  в точку  $\mathbf{r}$  объекта, поглощается, то  $T = 1$ , если нет, то  $T = 0$ . Введение оператора поглощения позволяет связать яркость излучения  $I_{ap}$ , падающего на тыльную от наблюдателя сторону, с яркостью излучения на лицевой стороне  $I_{ap}^+$ :

$$I_{ap}^+ = T I_{ap}. \tag{9}$$

С учетом этого мы можем записать выражение для яркости неплоского объекта с учетом экранировки:

$$I_{os}(\mathbf{r}; \Omega) = L_a^{-1} \{L_o(I_{00} + I_{01}) + L_n I_{10} - T I_{ap}\}. \tag{10}$$

В выражении (10) член  $L_a^{-1} L_n I_{10}$  описывает излучение объекта, попадающее в плоскость входного зрачка оптической системы после отражения от поверхности Земли. Как правило, для подавляющего большинства практических ситуаций влияние этого фактора пренебрежимо мало и его можно не учитывать при расчетах.

Из выражения (10) видно, что функция  $I_{os}(\mathbf{r}; \Omega)$  может быть как положительной, так и отрицательной. Положительность функции  $I_{os}(\mathbf{r}; \Omega)$  свидетельствует о том, что в данном случае объект будет наблюдаться на фоне неба в виде светлого пятна, при отрицательном значении функции  $I_{os}(\mathbf{r}; \Omega)$  объект будет наблюдаться в виде темного пятна. Возможна также ситуация, когда  $I_{os}(\mathbf{r}; \Omega) = 0$ . В этом случае материальный объект будет не видимым на фоне неба и поверхности Земли.

Для проведения количественных расчетов надо знать явный вид операторов, входящих в (10). Совершенно понятно, что оператор  $L_a$  является оператором уравнения переноса излучения:

$$L_a I = \Omega \cdot \nabla I - \varepsilon I - \int_{4\pi} \sigma(\gamma) I(\Omega') d\Omega',$$

где  $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{r}')$  и  $\sigma(\gamma) = \sigma(\mathbf{r}'; \gamma)$  – показатели ослабления и дифференциального рассеяния атмосферы в точке  $\mathbf{r}'$ .

Будем считать, что поверхность Земли описывается уравнением  $z = F(\rho)$ , где  $\rho$  – проекция радиус-вектора  $\mathbf{r}$  на горизонтальную поверхность (плоскость  $XOY$ ). В этом случае оператор  $L_a$  может быть записан в виде

$$L_a I = (1/\pi) \int_{2\pi} d\Omega' |\Omega' \cdot \mathbf{N}(\mathbf{r})| \beta(\Omega; \Omega'; \mathbf{r}) I(\Omega') d\Omega' \delta(z - F(\rho)),$$

где  $\beta(\Omega; \Omega'; \mathbf{r})$  – коэффициент яркости поверхности в точке  $\mathbf{r}$ ;  $\mathbf{N}(\mathbf{r})$  – нормаль к поверхности в этой точке;  $\delta(z)$  – дельта-функция.

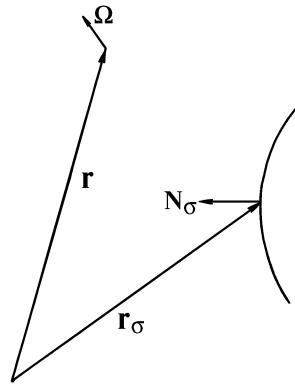


Рис. 1. К расчету яркости, отражаемой объектом

Найдем теперь явное выражение для функции  $I_{os}(\mathbf{r}; \Omega)$ . На рис. 1 изображен элемент поверхности объекта наблюдения  $d\sigma$  с центром, определяемым радиус-вектором  $\mathbf{r}_\sigma$ . Этот элемент имеет нормаль  $\mathbf{N}_\sigma$ . Из определения яркости излучения энергия, испускаемая этим элементом в элементарном телесном угле  $d\mathbf{p}$ , равна:  $d\Phi = B(\mathbf{r}_\sigma; \mathbf{p}) |\mathbf{N}_\sigma \cdot \mathbf{p}| d\sigma d\mathbf{p}$ , где  $B(\mathbf{r}_\sigma; \mathbf{p})$  – яркость излучения поверхности. Через элементарную площадку  $d\sigma_{0r}$ , перпендикулярную радиус-вектору  $\mathbf{r}$ , переносится энергия

$$d\Phi = B(\mathbf{r}_\sigma; \mathbf{p}) |\mathbf{N}_\sigma \cdot \mathbf{p}| G(\mathbf{r}_\sigma; \mathbf{r}; \Omega; \mathbf{p}) d\sigma d\mathbf{p},$$

где  $G(\cdot)$  – функция Грина уравнения переноса для мононаправленных излучателей. Через площадку  $d\sigma$ , перпендикулярную  $\Omega$  переносится энергия  $d\Psi = d\Phi |\mathbf{p} \cdot \Omega|$ . Из определения яркости следует, что величина  $d\Psi$  как раз равна яркости излучения  $dI(\mathbf{r}; \Omega)$ , создаваемого элементом  $d\sigma$ . Яркость излучения, создаваемого всем объектом, равна

$$I_o(\mathbf{r}; \Omega) = \int d\mathbf{p} \int d\sigma B(\mathbf{r}_\sigma; \mathbf{p}) |\mathbf{N}_\sigma \cdot \mathbf{p}| |\mathbf{p} \cdot \Omega| G(\mathbf{r}_\sigma; \mathbf{r}; \Omega; \mathbf{p}). \quad (11)$$

В формуле (11) не учтен тот факт, что поверхность объекта может освещаться только с внешней стороны, когда  $\mathbf{N}_\sigma \cdot \mathbf{p} > 0$ . Наличие такой особенности можно учесть с помощью функции

$$H(\mathbf{p} \cdot \mathbf{N}_\sigma) = \begin{cases} 1 & \text{при } \mathbf{p} \cdot \mathbf{N}_\sigma > 0, \\ 0 & \text{при } \mathbf{p} \cdot \mathbf{N}_\sigma < 0. \end{cases} \quad (12)$$

Элемент  $d\sigma$  может затеняться также соседними элементами поверхности. Влияние такого затенения нетрудно учесть с помощью функции  $F(\mathbf{p}; \rho)$ , определяемой следующим образом (рис. 2).

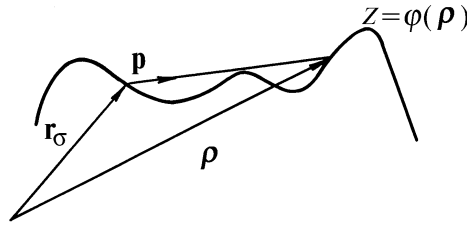


Рис. 2. К определению функции затенения

Запишем уравнение поверхности объекта в виде:  $z = \varphi(\rho)$ . Уравнение луча света, проходящего через точку  $\rho_\sigma$  в направлении  $\mathbf{p}$  имеет вид

$$\rho = \rho_\sigma - [z - z_\sigma](\mathbf{p}_\perp / \mathbf{p}_z),$$

где  $\mathbf{p}_r$  – проекция  $\mathbf{p}$  на плоскость  $XOY$ ,  $\mathbf{p}_z$  – направляющий косинус вектора  $\mathbf{p}$  с осью  $z$ ;  $\mathbf{r} = \{\rho; z\}$ ,  $\mathbf{r}_\sigma = \{\rho_\sigma; z_\sigma\}$ . Очевидно, что если этот луч затеняется каким-либо элементом поверхности, то имеются решения уравнения

$$\rho = \rho_\sigma - [\varphi(\rho) - z_\sigma](\mathbf{p}_\perp / \mathbf{p}_z). \quad (13)$$

Таким образом, функция затенения  $F(\mathbf{p}; \rho)$  равна единице для  $\mathbf{p}$  и  $\rho$ , не имеющих решения (13), и равна нулю для  $\mathbf{p}$  и  $\rho$ , допускающих выполнение (13).

С учетом затенений равенство (11) переписывается следующим образом:

$$I_o(\mathbf{r}; \Omega) = \int d\mathbf{p} \int d\sigma B(\mathbf{r}_\sigma; \mathbf{p}) |\mathbf{N}_\sigma \cdot \mathbf{p}| |\mathbf{p} \cdot \Omega| G(\mathbf{r}_\sigma; \mathbf{r}; \Omega; \mathbf{p}) H(\mathbf{p} \cdot \mathbf{N}_\sigma) F(\mathbf{p}; \rho_\sigma), \quad (14)$$

а учет экранировки приводит к следующему выражению:

$$I_{os}(\mathbf{r}; \Omega) = \int d\mathbf{p} \int d\sigma B(\mathbf{r}_\sigma; \mathbf{p}) |\mathbf{N}_\sigma \cdot \mathbf{p}| |\mathbf{p} \cdot \Omega| G(\mathbf{r}_\sigma; \mathbf{r}; \Omega; \mathbf{p}) H(\mathbf{p} \cdot \mathbf{N}_\sigma) F(\mathbf{p}; \rho_\sigma) - \\ - \int d\mathbf{p} \int d\sigma I_{ap}(\mathbf{r}_\sigma; \mathbf{p}) T(\mathbf{r}_\sigma; \mathbf{p}) G(\mathbf{r}_\sigma; \mathbf{r}; \Omega; \mathbf{p}). \quad (15)$$

Формула (15) в рамках малоуглового приближения [1–3] может быть существенно упрощена, так как в этом приближении  $\mathbf{p} \approx \Omega$ .

Тогда

$$I_{os}(\mathbf{r}; \Omega) = - \int d\sigma B(\mathbf{r}_\sigma; \Omega) |\mathbf{N}_\sigma \cdot \Omega| G_d(\mathbf{r}_\sigma; \mathbf{r}; \Omega) H(\Omega \cdot \mathbf{N}_\sigma) F(\Omega; \rho_\sigma) - \\ - \int d\sigma I_{ap}(\mathbf{r}_\sigma; \Omega) T(\mathbf{r}_\sigma; \Omega) G_d(\mathbf{r}_\sigma; \mathbf{r}; \Omega), \quad (16)$$

где  $G_d(\cdot)$  – функция Грина для диффузных излучателей.

Входящая в (15) яркость  $B(\mathbf{r}_\sigma; \Omega)$  обычно состоит из двух компонент: яркости отраженного солнечного излучения и яркости теплового излучения. Яркость отраженного солнечного излучения  $B(\mathbf{r}_\sigma; \Omega)$  может быть записана следующим образом:

$$B(\rho_\sigma; \Omega) = (1/\pi) \int_{2\pi} \beta(\Omega; \Omega'; \rho_\sigma) I_{an}(\rho_\sigma; \Omega') |\Omega' \cdot \mathbf{N}_\sigma| H(-\Omega' \cdot \mathbf{N}_\sigma) F(\Omega; \rho_\sigma) d\Omega', \quad (17)$$

где яркость излучения, создаваемого в точке  $\rho_\sigma$  поверхности атмосферной дымкой и излучением, отраженным от поверхности Земли,  $I_{an}(\rho_\sigma; \Omega) = I_{00}(\rho_\sigma; \Omega) + I_{01}(\rho_\sigma; \Omega)$ .

Яркость теплового излучения объекта может быть записана в виде

$$B_r(\rho_\sigma; \Omega) = (1/\pi) \varepsilon^0(\rho_\sigma; \Omega) \Phi^0 [T^0(\rho_\sigma)] H(\Omega \cdot \mathbf{N}_\sigma) F(\Omega; \rho_\sigma),$$

где  $\varepsilon^0(\cdot)$  и  $\Phi^0(\cdot)$  – коэффициент направленного излучения и функция распределения Планка,  $T^0(\cdot)$  – температура.

Формула (17) допускает дальнейшее упрощение для малоразмерных объектов, размеры которых много меньше ширины функции Грина. В этом случае

$$I_0(\mathbf{r}; \Omega) \simeq Q^* G_d(\mathbf{r}_0; \mathbf{r}; \Omega), \quad (18)$$

где  $\mathbf{r}_0$  – координата центра объекта,

$$Q^* = \int_{\sigma} d\sigma B(\mathbf{r}_\sigma; \Omega) | \mathbf{N}_\sigma \cdot \Omega | H(\Omega \cdot \mathbf{N}_\sigma) F(\Omega; \rho_\sigma) - \int d\sigma I_{ap}(\mathbf{r}_\sigma; \Omega) T(\mathbf{r}_\sigma; \Omega). \quad (19)$$

Величину  $Q^*$  в дальнейшем мы будем называть эквивалентной яркостью объекта. Из (19) видно, что эта величина может быть как положительной, так и отрицательной.

Обычно наблюдение объектов производится с применением соответствующей оптико-электронной аппаратуры. Как указано в [2], во многих случаях изобразительную систему <атмосфера – оптико-электронный прибор> можно рассматривать как изопланатическую. В этом случае при описании оптического изображения в плоскости приемника излучения в формулах (16), (18) вместо функции Грина уравнения переноса для слоя атмосферы следует использовать свертку этой функции с функцией Грина оптико-электронной системы (с соответствующими масштабными изменениями). В этом случае формулы (16), (18) будут описывать распределение освещенности в плоскости изображения при визировании оптической системы в направлении, определяемом вектором  $\Omega$ .

Приведенные выше выражения позволяют рассмотреть как статистический, так и детерминированный варианты теории видения. В рамках статистической теории выражения для световых полей представляют собой стохастические реализации поля для трехмерно-неоднородной стохастической атмосферы и двумерно-неоднородной стохастической поверхности Земли [2]. Статистические характеристики условий обнаружения в этом случае могут быть найдены с использованием методов статистических оценок полей радиации в атмосфере Земли [2]. В данной статье мы ограничимся описанием видения объемных объектов при использовании наиболее простых детерминированных моделей атмосферы и поверхности Земли.

Рассмотрим для примера случай наблюдения объекта в виде шара, имеющего диффузно отражающую поверхность. Уравнение поверхности объекта в этом случае имеет вид:  $x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0$ , где  $R$  – радиус объекта, уравнение нормали  $\mathbf{N} = (x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k})/R$ , где  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  – единичные векторы, направленные вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  декартовой системы координат. Обозначим полярные и азимутальные углы векторов освещения  $\Omega'$ , наблюдения  $\Omega$  и нормали  $\mathbf{N}$  соответственно  $\nu'$ ,  $\varphi'$ ,  $\nu$ ,  $\varphi$ ,  $\nu_n$  и  $\varphi_n$ . Тогда при учете только отраженной солнечной радиации

$$Q^* = R^2 \int_0^\pi \sin \nu_n d\nu_n \int_0^{2\pi} d\varphi_n B_p(\nu_n; \varphi_n) | \mathbf{N}_\sigma \cdot \Omega | H(\Omega \cdot \mathbf{N}_\sigma) - \pi I_{ap}(\Omega) R^2, \quad (20)$$

где

$$B_p(\nu_n; \varphi_n) = \frac{\beta}{\pi} \int_0^\pi \sin \nu' d\nu' \int_0^{2\pi} d\varphi'' I_{00}(\Omega'') | \Omega'' \cdot \mathbf{N}_\sigma | H(-\Omega'' \cdot \mathbf{N}_\sigma); \quad (21)$$

$$\mathbf{N}_\sigma = \sin \nu_n \cos \varphi_n \mathbf{i} + \sin \nu_n \sin \varphi_n \mathbf{j} + \cos \nu_n \mathbf{k};$$

$$\mathbf{N}_\sigma \cdot \Omega = \sin \nu \sin \nu_n \cos(\nu - \nu_n) + \cos \nu \cos \nu_n;$$

$$\mathbf{N}_\sigma \cdot \Omega' = \sin \nu' \sin \nu_n \cos(\varphi' - \varphi_n) + \cos \nu' \cos \nu_n,$$

$\beta$  – коэффициент яркости поверхности шара.

Зависимость  $Q^*$  от величины коэффициента яркости поверхности шара  $\beta$  приведена на рис. 3 для ряда направлений наблюдения, типичных атмосферных безоблачных условий и  $R = 1$  м. Расчеты выполнены по формулам (20), (21) для абсолютно поглощающей поверхности Земли с коэффициентом яркости, равным нулю. Яркость атмосферной дымки определялась с использованием квази-однократного малоуглового приближения, описанного в [2].

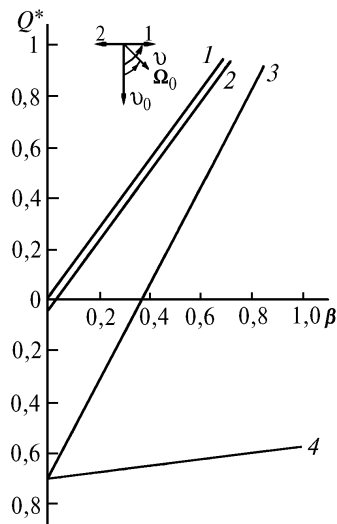


Рис. 3. Зависимость эквивалентной яркости шара от величины коэффициента отражения его поверхности при  $\nu_0 = 60^\circ$ ,  $\nu = 180^\circ$ ,  $h = 0$  (1);  $\nu = 180^\circ$ ,  $h = 6$  км (2);  $\nu = 90^\circ$ ,  $h = 0$  (3)

Как видно из представленных данных, в зависимости от условий шар будет наблюдаться по-разному. При  $\nu = 180^\circ$  черный шар, лежащий на черной поверхности Земли, будет, естественно, невидимым. При увеличении  $\beta$  он, очевидно, будет казаться светлым. В то же время шар, находящийся в атмосфере на высоте 6 км, при  $\beta = 0$  будет наблюдаться в виде темного пятна. Физически это очевидно, так как в данном случае темный шар будет наблюдаться уже на фоне атмосферной дымки и при  $\beta \approx 0,02$  будет невидимым. В зависимости от  $\beta$  существенно отличаются условия наблюдения по горизонтальным трассам. Так, при наблюдении затененной стороны шара в направлении 1 (см. фрагмент на рис. 3) шар будет казаться темным, при наблюдении освещенной стороны шара в направлении 2 – темным при  $\beta < 0,37$ , при  $\beta > 0,37$  – светлым. При  $\beta = 0,37$  шар будет невидимым.

1. Зеге Э.П., Иванов А.П., Кацев И.Л. Перенос изображения в рассеивающей среде. Минск: Наука и техника, 1985. 327 с.
2. Валентюк А.Н., Предко К.Г. Оптическое изображение при дистанционном наблюдении. Минск: Наука и техника, 1992. 360 с.
3. Долин Л.С., Левин И.Л. Справочник по теории подводного видения. Л.: Гидрометеиздат, 1991. 230 с.
4. Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Иолтуховский А.А. Метод характеристик в задачах атмосферной оптики. М.: Наука, 1990. 296 с.

Институт прикладной оптики АН Беларуси,  
Могилев

Поступила в редакцию  
7 сентября 1993 г.

**A. N. Valentyuk. Vision of Volume Objects through the Earth's Atmosphere.**

In this paper we discuss the problem on observation of volume objects through the Earth's atmosphere. The results of our study are equations that describe field of radiation scattered by a volume object as it is recorded by an imaging system through the atmosphere. It is shown that under certain conditions in the atmosphere the volume objects can be invisible.