

УДК 535.36; 551.3

О движении фракталоподобных агрегатов: скорость оседания частиц и термофорез

С.А. Береснев, М.С. Васильева, Л.Б. Кочнева*

Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина,
Институт естественных наук и математики
620063, г. Екатеринбург, пр. Ленина, 51

Поступила в редакцию 5.02.2019 г.

Представлена методика расчета характеристик движения фракталоподобных агрегатов на основе газокинетических результатов для однородных сферических частиц. Сущность методики заключается в замене реального фрактального агрегата эквивалентной по подвижности сферой и аппроксимации плотности и теплопроводности частиц их эффективными значениями. Методика подтвердила свою работоспособность при сопоставлении с известными экспериментальными данными. Предлагаемый подход имеет два принципиальных ограничения: фрактальный агрегат должен состоять из достаточно большого числа первичных частиц (≥ 100), а сами первичные частицы должны быть монодисперсными. Невыполнение этих условий приводит к значительным расхождениям между теоретическими и экспериментальными результатами.

Ключевые слова: скорость оседания, термофорез, фракталоподобные частицы; settling velocity, thermophoresis, fractal-like particles.

Введение

Класс фракталоподобных агрегатов, или фракталоподобных частиц (ФПЧ), занимает важное и обособленное место в классификации вторичных аэрозольных частиц. Отнюдь не все агрегаты частиц при образовании подчиняются «фрактальным» закономерностям, которые и определяют их во многом необычные свойства. Самый известный пример ФПЧ – агрегаты сажи, образующиеся при термическом разложении и горении углеродсодержащих соединений. Количество публикаций, посвященных различным аспектам их образования и внутренней структуры, изменениям в физико-химических свойствах, технологическим приложениям и экологическим последствиям очень велико и продолжает увеличиваться. ФПЧ, как вторичные аэрозоли с особыми свойствами, участвуют в диффузии, движении под действием различных сил, коагуляции, осаждении на поверхности и многих других традиционных для аэрозолей процессах. К настоящему времени для большинства из этих процессов построены газокинетические модели для сферических (в лучшем случае компактных изометрических) частиц, которые достаточно успешно выдерживают сравнение с экспериментом. Существуют модели и для несферических частиц, в том числе агрегатов нефрактальной структуры, в целом позволяющие понять и оценить отличия в их поведении от сферических частиц.

* Сергей Анатольевич Береснев (sergey.beresnev@urfu.ru); Мария Сергеевна Васильева (mary_ru@mail.ru); Луиза Бариевна Кочнева (louisa.letfulova@usu.ru).

Для ФПЧ известны аналогичные теоретические построения, которые исходят из геометрии и газокинетических особенностей образования фрактальных агрегатов. Отличительная особенность большинства из них – отсутствие сопоставления с экспериментальными данными (в первую очередь из-за отсутствия подходящих экспериментов). Ранее авторами были представлены данные по фотофоретическому движению ФПЧ сажи, которые показали эффективность фрактальных представлений при разработке теории явления, и проведено сравнение с экспериментом [1]. В настоящей работе нас интересуют два других общеизвестных процесса с участием аэрозолей – осадение (расчет скорости осадения как следствие решения задачи о силе сопротивления) и термофорез ФПЧ (движение частиц в поле градиента температуры). Цели работы – развитие и обоснование методики расчета и расчет скоростей осадения и термофоретического движения ФПЧ, а также сопоставление результатов с немногочисленными известными экспериментальными данными.

Методика расчета скоростей движения ФПЧ

На первый взгляд, разработка строгой газокинетической теории движения ФПЧ с точки зрения общепринятых методик для сферических частиц представляется практически нереальной. Действительно, геометрия фрактального агрегата, состоящего из множества первичных частиц, должна подразумевать детальное описание взаимодействия газовой фазы с отдельными первичными частицами (на уровне

функции распределения молекул газа по скоростям); определение неоднородного распределения температуры по агрегату в поле градиента температуры (термофорез) или направленного электромагнитного излучения (фотофорез); отыскание полей скоростей молекул и температуры в газе и, наконец, вычисление сил, действующих на агрегат и скоростей его макроскопического движения [1–3]. Однако при теоретическом анализе динамики ФПЧ с самого начала сложился некий альтернативный подход.

Основное соотношение, описывающее структуру ФПЧ, следующее:

$$N = k_0 \left(\frac{R_g}{R_a} \right)^{D_f}, \quad (1)$$

где N – количество первичных частиц в агрегате (традиционно полагаемых монодисперсными сферами радиусом R_a); R_g – радиус гирации (характеризующий среднеквадратичное удаление ансамбля первичных частиц от геометрического центра агрегата); D_f – фрактальная размерность агрегата; k_0 – коэффициент (префактор), который учитывает очень многие особенности структуры и способа образования агрегата (для бесконечно большого фрактального агрегата $k_0 = 1$). Автор обзора [4] обоснованно предлагает считать выражение (1) определением фракталоподобного агрегата – некой эквивалентной сферы радиусом R_g , которая в среднем характеризует фрактальный агрегат. Однако радиус гирации отнюдь не является оптимальной характеристикой его динамических свойств. В [4] предлагается перейти от R_g к так называемому радиусу подвижности R_m – радиусу другой эквивалентной сферы, которая имеет ту же самую среднюю подвижность (и ту же функциональную зависимость от размера в законе сопротивления), что и рассматриваемый фрактальный агрегат, причем

$$R_m = \beta R_g, \quad (2)$$

где коэффициент β зависит как от газокинетического режима движения агрегата (числа Кнудсена Kn), так и от сценария его образования (фрактальной размерности агрегата D_f).

При такой замене рассматриваемого фрактального агрегата эквивалентной по подвижности сферой радиусом R_m логично напрашивается следующий вопрос: насколько количественно достоверным при сравнении с экспериментом может оказаться использование газокинетических результатов [1–3] для сферических частиц, если корректно истолковать и оценить входящие в них теплофизические характеристики (в первую очередь плотность и теплопроводность)?

Частично на этот вопрос авторам удалось ответить при анализе фотофоретического движения ФПЧ [1], где возникла необходимость соответствующей интерпретации теплофизических и оптических характеристик агрегатов. Представляется, что сходные проблемы должны возникнуть и при анализе скоростей оседания и термофоретического движения частиц.

В [2] было получено выражение для скорости гравитационного оседания сферических частиц в изотермических условиях, справедливое для всего диапазона чисел Kn и чисел $Re \ll 1$:

$$U_{\text{sed}} = \frac{2\sqrt{\pi}R_p\rho_pg\sqrt{2RT/M}}{(8+\pi)p_g \frac{Kn}{Kn+0,619} \left[1 + \frac{0,310Kn}{Kn^2 + 1,152Kn + 0,785} \right]}. \quad (3)$$

Здесь R_p – радиус однородной сферической частицы; ρ_g – ее плотность; g – ускорение свободного падения; R – универсальная газовая постоянная; M – молярная масса газа; p_g – давление газа, $Kn = l_g/R_p$, l_g – средняя длина свободного пробега молекул газа. Отметим, что соотношение (3) полностью согласуется с результатами, использующими известную эмпирическую формулу Милликена и ее современные уточнения [5].

При использовании уравнения (3) для ФПЧ, помимо формальной замены R_p на R_m , необходимо правильно оценить плотность частицы ρ_p , так как для ФПЧ она не является постоянной величиной, а представляет собой функцию радиуса подвижности R_m . Действительно, по определению эффективная плотность $\rho_{\text{eff}} = m_p(R_m)/V_p$, где $m_p(R_m) = m_a N = 4/3\pi R_a^3 \rho_a$; m_a , R_a и ρ_a – масса, радиус и плотность первичной частицы соответственно, а $V_p = 4/3\pi R_m^3$ – эффективный объем ФПЧ. Используя (1), получаем

$$\rho_{\text{eff}} = \rho_a k_0 (R_m/\beta R_a)^{D_f - 3}. \quad (4)$$

Это соотношение в дальнейшем и будет использоваться в (3). Существуют и другие, более сложные оценки эффективной плотности ФПЧ (например [6]). Анализ уравнения (4) и его сопоставление с результатами [6] показали, что оно хорошо выполняется при $N \gg 1$ и дает заниженные оценки эффективной плотности при малом числе первичных частиц в агрегате ($N \leq 10 \div 100$). Модифицированное таким образом уравнение (3) уже можно попытаться сопоставить с известными экспериментальными данными по скорости оседания ФПЧ.

Термофорез аэрозолей с газокинетической точки зрения – гораздо более сложное явление по сравнению с изотермическим оседанием частиц. Даже для идеальных частиц сферической формы в теории предсказывается весьма прихотливая зависимость термофоретической скорости от числа Kn и коэффициента теплопроводности частицы. В теории обнаруживается существенное влияние коэффициента аккомодации энергии молекул газа на поверхности частицы [3]. Ранее в [3] было получено выражение для термофоретической скорости сферической частицы U_{th} , справедливое для всего диапазона чисел Kn . В случае полной термической аккомодации оно имеет вид

$$U_{\text{th}} = \frac{8}{5(8+\pi)} \frac{\lambda_g^{\text{tr}}}{p_g} \frac{f_{11}(Kn) + \Lambda f_{21}(Kn)}{\left[1 + (1 + 5/2\Lambda Kn)f_{41} \right]} |\nabla T_g|, \quad (5)$$

где λ_g^{tr} – трансляционная часть коэффициента теплопроводности газа; f_{11} , f_{21} , f_{41} и φ_{11} – расчетные функции числа Kn, табулированные в [3]; $\Lambda = \frac{\lambda_p}{\lambda_g^{\text{tr}}}$ –

относительная теплопроводность системы «частица – газ»; λ_p – коэффициент теплопроводности частицы; $|\nabla T_g|$ – модуль заданного градиента температуры в газе. В отличие от уравнения (3) для скорости оседания частицы в (5) не входит плотность частицы, но входит относительная теплопроводность Λ , которая для ФПЧ также является эффективной и требует правильной интерпретации.

С проблемой эффективной теплопроводности для ФПЧ авторы ранее сталкивались в задаче о фотофорезе [1]. В модели однородных сфер теплопроводность частиц постоянна и не зависит от их размера, но для ФПЧ это не так. Методика расчета эффективной теплопроводности фрактального агрегата Λ_{eff} на основе модели [7, 8] достаточно подробно приведена в [1]. Здесь лишь отметим, что широко применяемые традиционные методики оценки «эффективных средних» по Бруггеману, Maxwellлу – Гарнетту и др. не пригодны для описания эффективных теплофизических характеристик для ФПЧ. Таким образом, заменяя в (5) радиус сферы R на радиус подвижности агрегата R_m и используя Λ_{eff} вместо Λ , получаем соотношение, которое можно попытаться сопоставить с известными экспериментальными данными.

Сравнение теории с экспериментом

Скорость оседания ФПЧ

К сожалению, опубликованные экспериментальные данные по оседанию ФПЧ, допускающие сравнение с теорией, крайне немногочисленны. Например, в [9, 10] представлены результаты измерений скорости оседания агрегатов сажи в воздухе в условиях, близких к нормальным. Агрегаты сажи были получены методом термического разложения жидких углеводородов и являлись коммерческим продуктом Mitsubishi Chemical Corporation (детали получения агрегатов в работах не представлены, что затрудняет оценку величины D_f). Были использованы образцы пяти типов агрегатов сажи с радиусами монодисперсных первичных частиц 24 и 30 нм и объемной плотностью $0,13 \pm 0,19 \text{ г}/\text{см}^3$, которая определялась по рекомендуемой стандартной методике. Сами агрегаты имели достаточно большие характерные размеры в диапазоне 5–350 мкм.

На рис. 1 приведены теоретические кривые скорости оседания однородных сфер, рассчитанные по исходному уравнению (3) с объемной плотностью 0,18 и $0,018 \text{ г}/\text{см}^3$, и данные эксперимента [9]. Видно, что количественные расхождения в скоростях достигают трех порядков величины. Улучшить ситуацию удается введением так называемого динамического фактора формы для агрегатов частиц, который определяется как отношение силы сопротивления реаль-

ного агрегата радиусом R_m к силе сопротивления условной сферической частицы эквивалентного объема, состоящей из плотноупакованных первичных частиц радиусом R_a с плотностью ρ_a [11] (кривая 3 на рис. 1).

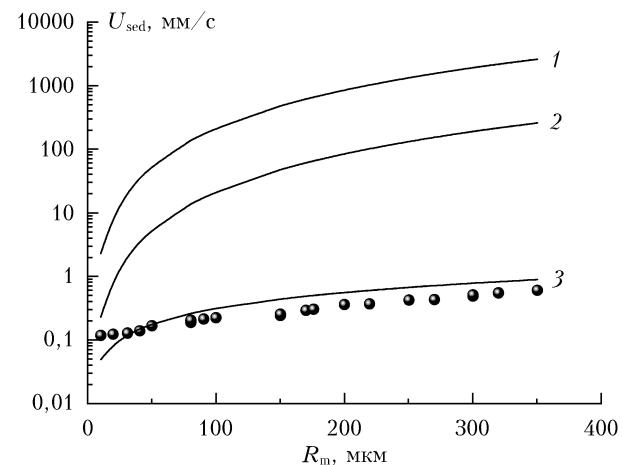


Рис. 1. Скорость оседания частиц, измеренная в эксперименте [9] (черные кружки), и теоретические кривые, рассчитанные для однородных сфер по (3) с $\rho_p = 0,18$ (1) и $0,018 \text{ г}/\text{см}^3$ (2), с учетом динамического фактора формы частиц (3)

При использовании представлений о фрактальной структуре агрегатов данная проблема решается проще и последовательнее. На рис. 2, а представлены те же экспериментальные результаты [9] и расчеты по модифицированному уравнению (3) с эффективной плотностью ρ_{eff} (4) с допустимыми значениями фрактальной размерности D_f , соответствующими DLCA-сценарию образования агрегатов [4]. Расхождения возникают только для частиц с $R_m < 50 \text{ мкм}$, для которых в теории требуются гораздо большие, чем по DLCA-сценарию, значения D_f . Объяснение этому, по-видимому, кроется в деталях экспериментов [9, 10], где по ряду причин самые малые по размерам агрегаты представляли собой ФПЧ с $D_f \approx 2$, а для больших частиц фрактальная размерность падала до приемлемых по DLCA-сценарию значений. На рис. 2, б приведены теоретические и расширенные, по сравнению с [9], экспериментальные данные [10, образцы частиц 40, 44, 45]. Можно заключить, что теория для ФПЧ вполне приемлемо количественно описывает экспериментальные данные [9, 10].

В [12] представлены экспериментальные данные о скорости оседания агрегатов TiO_2 , полученных при горении пиротехнической смеси, содержащей диспергированные частицы металлического титана. В процессе горения вначале образовывались капельки титана диаметром меньше 200 мкм, а затем, при движении их в окружающем воздухе – агрегаты TiO_2 . Размер агрегатов лежал в диапазоне 0,1–10 мкм, а диаметры первичных частиц составляли 3–30 нм. Фрактальная размерность агрегатов была оценена как $D_f = (1,55 \pm 0,02)$, что объясняется формированием заряда на частицах и проявлением кулоновского взаимодействия при их агрегации. Это меньше

общепринятого значения $D_f = 1,78 \div 1,80$ для DLCA-сценария. Эквивалентный радиус подвижности агрегатов R_m определялся по коэффициенту их броуновской диффузии. Судя по микрофотографиям в [12], агрегаты характеризовались высокой полидисперсностью первичных частиц, что напрямую связано с указанным выше способом их образования.

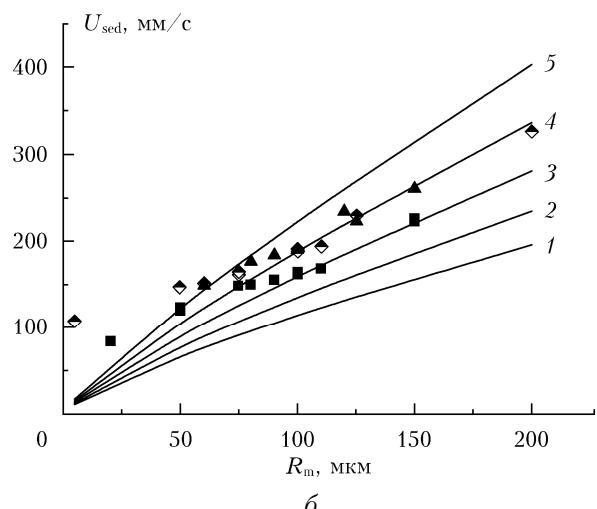
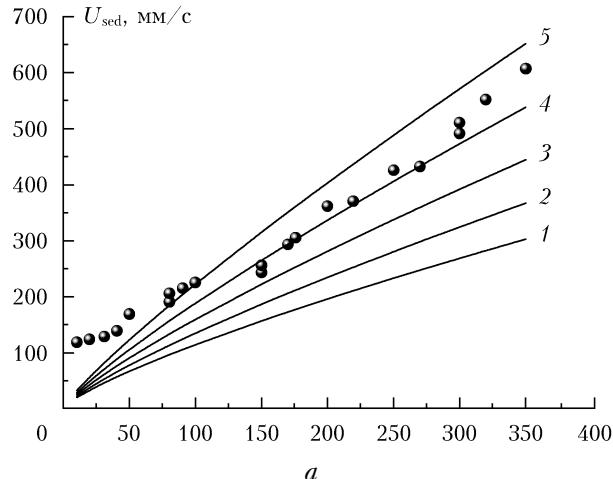


Рис. 2. Скорость оседания частиц, измеренная в экспериментах [9] (а) и [10] (б), в сравнении с теорией для ФПЧ: $D_f = 1,78$ (1); $1,80$ (2); $1,82$ (3); $1,84$ (4); $1,86$ (5) ($\rho_a = 1,81 \text{ г}/\text{см}^3$; $R_a = 24 \text{ нм}$; $k_0 = 1,35$; $\beta = 0,75$)

На рис. 3 представлены экспериментальные данные для скорости оседания частиц TiO_2 [12] в сравнении с теоретическими расчетами. Используя предположение о фрактальной структуре агрегатов, были вычислены скорости оседания с учетом динамического фактора формы [11] (выбирались значения $D_f = 1,55$ и $1,80$ при $R_a = 15 \text{ нм}$ – максимальном радиусе первичных частиц в эксперименте). Несмотря на явное качественное согласие функциональных зависимостей от R_m с экспериментом, количественное расхождение велико (до порядка величины), причем кривая для $D_f = 1,80$ лучше согласуется с экспериментом, чем для $D_f = 1,55$.

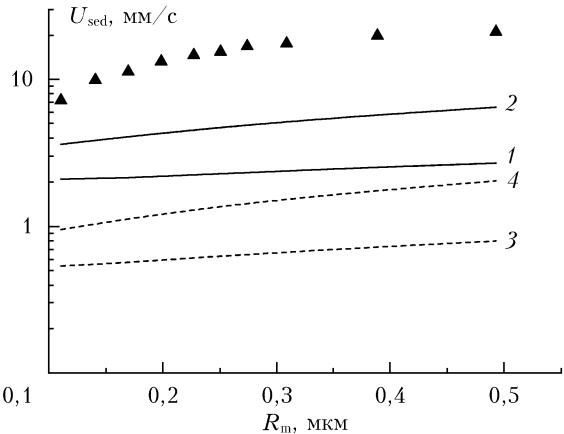


Рис. 3. Скорость оседания частиц в эксперименте [12] (черные треугольники) в сравнении с теоретическими расчетами с учетом динамического фактора формы при $D_f = 1,55$ (1) и $1,80$ (2); ФПЧ с $D_f = 1,55$ и $R_a = 15 \text{ нм}$ (3); $D_f = 1,80$ и $R_a = 15 \text{ нм}$ (4)

Расчеты по модифицированному уравнению (3) с эффективной плотностью ρ_{eff} и теми же значениями фрактальной размерности также дают заниженные значения скорости оседания в сравнении с экспериментом. Основная причина этого, на наш взгляд, – очень высокая полидисперсность первичных частиц в агрегатах. В предлагаемой теории ФПЧ важным пунктом является их монодисперсность: если это не так, то возникают сомнения в работоспособности уравнений (1), (2) и (4). Хорошее согласие с экспериментом достигается лишь для частиц с $R_a = 50 \div 60 \text{ нм}$ (на рис. 3 не показано), что гораздо выше данных [12]. Второй важный пункт в теории ФПЧ – требование достаточно большого числа первичных частиц в агрегате (желательно $N \geq 100$). Отметим, что агрегаты сажи в [9, 10] хорошо отвечают этим двум требованиям, в результате чего наблюдается хорошее согласие эксперимента и теории (см. рис. 1, 2). Невыполнение хотя бы одного из этих требований приводит к видимым количественным расхождениям.

Термофоретическая скорость ФПЧ

Как отмечалось выше, термофорез аэрозолей с газокинетической точки зрения является гораздо более сложной проблемой по сравнению с оседанием и даже фотофорезом частиц. Поэтому проверка предлагаемой теории ФПЧ именно для этой проблемы – важный тест на ее работоспособность. К сожалению, число экспериментов по термофорезу с хорошо «агтестованными» ФПЧ также крайне невелико (например [13–15]).

На рис. 4 приведены экспериментальные данные [14] в сравнении с теоретическими для скорости термофореза двух типов частиц в воздухе: латексных микросфер (PSL-частицы, $\lambda_p = 0,105 \text{ Вт}/\text{мК}$, $\Lambda = 4,18$), полученных с помощью генератора TSI 3076, и углеродных фрактальных агрегатов, монодисперсные первичные частицы которых были получены на стандартном генераторе JING MiniCAST 5201

($R_a = 10$ нм, $\rho_a = 1,77$ г/см³, $\lambda_p = 4,2$ Вт/мК). Фрактальная размерность углеродных агрегатов была экспериментально определена как $D_f = 1,69$.

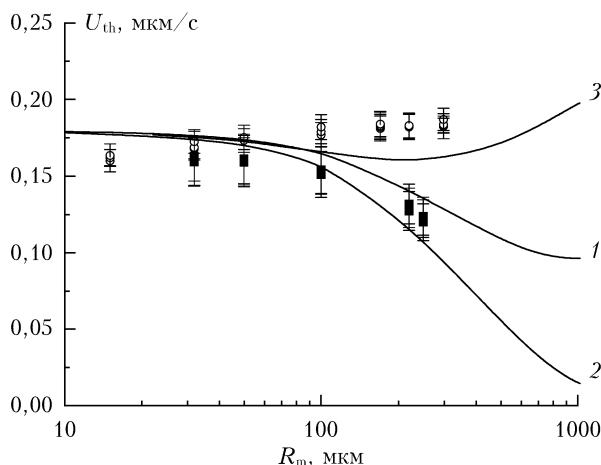


Рис. 4. Термофоретическая скорость частиц в эксперименте [14] в сравнении с теоретическими результатами: черные квадраты — частицы PSL ($\Lambda = 4,18$); светлые кружки — углеродные частицы ($\Lambda = 167$); 1 — теория для однородных сфер для PSL-частиц; 2 — то же для углеродных частиц; 3 — теория для ФПЧ ($D_f = 1,69$; $\lambda_a = 4,2$ Вт/мК)

Если PSL-частицы при $\Lambda = 4,18$ демонстрируют уменьшение скорости термофореза U_{th} с ростом радиуса R_m , то углеродные ФПЧ показывают обратную тенденцию — термофоретическая скорость с ростом R_m систематически возрастает. Теория термофореза для однородных сфер [3] (кривая 1 при $\Lambda = 4,18$) хорошо согласуется с данными для PSL-частиц, но не описывает поведение углеродных ФПЧ (кривая 2, $\Lambda = 167$). Использование фрактальных представлений для описания аномального поведения углеродных ФПЧ (модифицированное уравнение (5) с R_m и Λ_{eff} , кривая 3) показало следующее: теория для ФПЧ (кривая 3) качественно описывает возрастание скорости агрегатов, обнаруженное в [14].

Наблюдаемые количественные расхождения можно объяснить очень малыми размерами (в нанометровом диапазоне) углеродных агрегатов в [14] и, следовательно, очень малым числом первичных частиц в них. Методика [7, 8], применяемая авторами для оценки Λ_{eff} , напротив, требует развитости фрактального агрегата, т.е. большого (сотни и тысячи) числа первичных частиц в нем. Таким образом, не выполняется одно из обязательных требований теории ФПЧ — достаточно большое число первичных частиц в агрегате. Авторы полагают, что эксперименты с более крупными ФПЧ должны продемонстрировать лучшее количественное согласие с теорией.

Заключение

По результатам проведенных исследований с учетом результатов [1] возможно сделать следующие предварительные выводы.

1. Методика расчета характеристик движения ФПЧ на основе газокинетических результатов [2, 3] для однородных сферических частиц подтвердила свою работоспособность при сопоставлении с известными экспериментальными данными.

2. Сущность предлагаемой методики заключается в замене реального фрактального агрегата эквивалентной по подвижности сферой радиусом R_m , а плотности и теплопроводности частиц — на их эффективные значения ρ_{eff} и Λ_{eff} , для расчета которых требуются отдельные методы.

3. Предлагаемая теория для ФПЧ имеет два принципиальных ограничения: фрактальный агрегат должен состоять из достаточно большого числа первичных частиц ($N \geq 100$), а сами первичные частицы должны быть монодисперсными. Невыполнение этих условий приводит к значительным расхождениям теории с экспериментом.

4. При планировании экспериментов по изучению характеристик движения ФПЧ обязательно необходимо включать в них «метрологическую аттестацию» получаемых фрактальных агрегатов — одновременное определение фрактальной размерности D_f и характеристик первичных (как можно более монодисперсных) частиц R_a и ρ_p при контроле за сценарием образования агрегатов.

Работа выполнена по проекту № 3.6064.2017/БЧ базовой части государственного задания высшим учебным заведениям, подведомственным Минобрнауки РФ, и при финансовой поддержке в рамках постановления № 211 Правительства РФ, контракт № 02.A03.21.0006.

1. Береснев С.А., Васильева М.С., Грязин В.И., Коинева Л.Б. Фотофизика фрактало-подобных агрегатов сажи: микропроцессорная модель, сравнение с экспериментом и возможные атмосферные проявления // Оптика атмосф. и океана. 2017. Т. 30, № 6. С. 457–462; Beresnev S.A., Vasil'eva M.S., Gryazin V.I., Kochneva L.B. Photophoresis of fractal-like soot aggregates: Microphysical model, comparison with experiment, and possible atmospheric manifestations // Atmos. Ocean. Opt. 2017. V. 30, N 6. P. 527–532.
2. Beresnev S.A., Chernyak V.G., Fomyagin G.A. Motion of a spherical particle in a rarefied gas. Part 2. Drag and thermal polarization // J. Fluid Mech. 1990. V. 219. P. 405–421.
3. Beresnev S., Chernyak V. Thermophoresis of a spherical particle in a rarefied gas: Numerical analysis based on the model kinetic equations // Phys. Fluids. 1995. V. 7, N 7. P. 1743–1756.
4. Sorenson C.M. The mobility of fractal aggregates: A review // Aerosol Sci. Technol. 2011. V. 45. P. 765–779.
5. Allen M.D., Raabe O.G. Slip correction measurements of spherical solid aerosol particles in an improved Millikan apparatus // Aerosol Sci. Technol. 1985. V. 4. P. 269–286.
6. Yon J., Bescond A., Ouf F.-X. A simple semi-empirical model for effective density measurements of fractal aggregates // J. Aerosol Sci. V. 87. P. 28–37.
7. Nan C.-W., Birringer R., Clarke D.R., Gleiter H. Effective thermal conductivity of particulate composites with interfacial thermal resistance // J. Appl. Phys. 1997. V. 81, N 10. P. 6692–6699.
8. Evans W., Prasher R., Fish J., Meakin P., Phelan P., Kebinski P. Effect of aggregation and interfacial thermal

- resistance on thermal conductivity of nanocomposites and colloidal nanofluids // Int. J. Heat Mass Transfer. 2008. V. 51. P. 1431–1438.
9. Suzuki S., Dobashi R. Effect of particle morphology on the thermophoretic behavior of soot particle // 20th Int. Colloq. Dyn. Expl. React. Syst. (ICDERS2005). Montreal. 2005. P. 205-1–4.
 10. Suzuki S., Kawana K., Dobashi R. Effect of particle morphology on thermophoretic velocity of aggregated soot particles // Int. J. Heat Mass Transfer. 2009. V. 52. P. 4695–4700.
 11. Baron P.A., Willeke K. Aerosol measurement: Principles, techniques, and applications. New York: Wiley-Interscience, 2001. 1172 p.
 12. Karasev V.V., Onischuk A.A., Glotov O.G., Baklanov A.M., Pilyugina E.A., Kiskin A.B., Zarko V.E. Formation of titania nanoparticles via combustion of the pyrotechnic mixture // Proc. 35th Int. Ann. Conf. of ICT. Karlsruhe. 2004. P. 139-1–12.
 13. Messerer A., Niessner R., Pöschl U. Thermophoretic deposition of soot aerosol particles under experimental conditions relevant for modern diesel engine exhaust gas systems // J. Aerosol Sci. 2003. V. 34. P. 1009–1021.
 14. Brugiure E., Gensdarmes F., Ouf F.X., Yon J., Coppel A. Increase in thermophoretic velocity of carbon aggregates as a function of particle size // J. Aerosol Sci. 2014. V. 76. P. 87–97.
 15. Yahiaa L.A.A., Gehin E., Sagot B. Application of the TheRmophoretic Annular Precipitator (TRAP) for the study of soot aggregates morphological influence on their thermophoretic behavior // J. Aerosol Sci. 2017. V. 113. P. 40–51.

S.A. Beresnev, M.S. Vasiljeva, L.B. Kochneva. Motion of fractal-like aggregates: settling velocity of particles and thermophoresis.

The theoretical approach for calculations of fractal-like particles characteristics on the basis of gas-kinetic results for homogeneous spheres is presented. It consists in replacement of a real fractal aggregate by an equivalent sphere with the mobility radius and approximations of the density and heat conductivity of the aggregate by their effective values. The validity of the method has been confirmed in the comparison with the known experimental data. The theory suggested has two important restrictions: fractal aggregate should consist from a great number of primary particles (100 and more) and primary particles should be monodisperse. Violation of these conditions leads to considerable divergence between theoretical and experimental results.