«Оптика атмосферы и океана», **12,** № 6 (1999)

УДК 551.510.42

А.В. Аргучинцева

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ ЗАДАЧ РАЦИОНАЛЬНОГО ПРИРОДОПОЛЬЗОВАНИЯ

Иркутский государственный университет

Поступила в редакцию 3.03.99 г. Принята к печати 31.03.99 г.

Математическое моделирование распределения антропогенных загрязнителей воздуха базируется на стохастическом приближении, позволяющем выявлять зоны с опасной концентрацией загрязняющих веществ и устанавливать длительность их воздействия на окружающую среду. Предложен учет климатических особенностей изучаемых регионов с помощью транзитивных функций плотности вероятности.

Для оценки загрязнения приземного слоя атмосферы и подстилающей поверхности (почвы, растительности, водоемов, водотоков) антропогенными примесями, выбрасываемыми как приподнятыми, так и площадными источниками типа отвалов горно-рудных предприятий и золоотвалов ТЭЦ, будем считать, что примесь пассивна, т.е. переносится со скоростью среды, не оказывая заметного влияния на динамические свойства этой среды. Иначе говоря, в линейном приближении влиянием примеси на поле скорости можно пренебречь, считая при этом, что и турбулентность среды не зависит от концентрации примеси в ней. Математические модели, используемые для описания процессов распространения вещества в средах, базируются в основном на полуэмпирических уравнениях переноса и турбулентной диффузии примеси в однородных

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial u_i s}{\partial x_i} + \alpha s = F + \nu_{ij} \frac{\partial^2 s}{\partial x_i \partial x_j} \qquad (1)$$

или анизотропных

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial u_i s}{\partial x_i} + \alpha s = F + \frac{\partial}{\partial x_i} \nu_{ij} \frac{\partial s}{\partial x_j} \qquad (2)$$

средах.

Для описания распространения примесей в неоднородных средах справедливо прямое (второе) уравнение Колмогорова [1]:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial u_i s}{\partial x_i} + \alpha s = F + \frac{\partial^2 \nu_{ij} s}{\partial x_i \partial x_j}, \qquad (3)$$

или, преобразуя последнее слагаемое в правой части (3), имеем

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial u_i s}{\partial x_i} + \alpha s = F + \frac{\partial}{\partial x_i} \nu_{ij} \frac{\partial s}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} s \frac{\partial \nu_{ij}}{\partial x_j}. \qquad (4)$$

В уравнениях (1)–(4) $i,j = \overline{1,3}$ – номер координаты; t – время; u_i – компонента скорости среды по соответствующей координате x_i; s – концентрация загрязняющей субстанции; α – коэффициент неконсервативности примеси; $F = F(t, x_i)$ – функция, описывающая источники рассматриваемой субстанции; ν_{ij} – тензор коэффициентов турбулентной диффузии. Уравнения (1)–(4) записаны в тензорном виде, а потому по дважды повторяющимся индексам в одночленном выражении производится суммирование в пределах их изменения.

Сравнивая (2), (3) и (4), видим, что уравнение (2) является частным случаем уравнения (3), или, что то же, (4), последнее слагаемое которого содержит в себе информацию о неоднородности среды.

В литературе предлагаются различные способы замыкания уравнений (1)–(3) от более простых (использование данных наблюдений за параметрами среды) до более сложных (решение систем уравнений гидротермодинамики для каждого расчетного узла). В любом случае решение уравнений (1)–(3) приводит, как правило, к оценке абсолютных концентраций загрязнителей при какой-то единичной реализации поведения среды (например, или типичные, или некоторые усредненные, или неблагоприятные условия для рассеяния примесей, или параметры среды, рассчитанные для данного момента времени из уравнений гидротермодинамики).

Однако во многих практических задачах интерес представляют зоны опасных концентраций ингредиентов с точки зрения не только превышения установленных для них норм (например, предельно допустимые концентрации), но и долговременности воздействия на природную среду. Именно продолжительность воздействия загрязняющих ингредиентов создает реальную угрозу наиболее уязвимым объектам, способствует возникновению кумулятивного эффекта, который может привести к отсроченным негативным последствиям и необратимым отклонениям от природного равновесия. Поэтому с точки зрения автора представляют определенный интерес математические модели, способные выявить зоны рискованных воздействий на природную среду с учетом всех климатических особенностей изучаемого региона.

Основные предпосылки предлагаемых моделей базируются на том, что в различные периоды времени в атмосфере данной местности реализуются определенные типы движений воздушных масс, которые за период характерного времени можно считать стационарными (например, срочные метеонаблюдения на стационарных станциях и постах). После каждого такого периода выполняется новое наблюдение, т.е. движение воздушных масс мгновенно перестраивается и наступает новое стационарное состояние, длительность которого определяется интервалом времени между двумя соседними наблюдениями. Поскольку перестройка циркуляций идет за период намного короче времени существования определенного типа движений, то можно предположить, что она происходит мгновенно. Таким образом, система с течением времени переходит из одного состояния в другое.

Кроме того, можно рассматривать многолетние наблюдения гидрометеорологических величин как ансамбль климатических характеристик данной местности. Так как реализации относятся к разным годам, то их можно считать статистически независимыми. Такой подход позволяет преодолеть трудности, связанные с неэргодичностью природных явлений, делая усреднение не по времени, а по реализациям. Таким образом, срочные наблюдения на метеостанциях и постах выступают как возможные реализации случайной функции, а многолетние наблюдения – как множество или ансамбль всех реализаций этой случайной функции.

Усреднение всех реализаций уже представляет собой климатическую норму.

Иначе говоря, изменения (приращения), получаемые новыми состояниями системы на непересекающихся интервалах времени длиной $T \gg \tau$ (τ – лагранжев масштаб времени), практически некоррелированы [2]. Поэтому можно рассматривать случайную последовательность состояний с независимыми приращениями как марковский процесс без последействий (цепь Маркова), при котором система как бы не обладает памятью об ее прошлых состояниях. Плотность переходной вероятности для цепи Маркова удовлетворяет, как известно, интегральному уравнению Смолуховского [3, 4], решение которого для определенных классов случайных процессов сводится к прямому дифференциальному уравнению Колмогорова:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial [A(t,x)\,p]}{\partial x} = \frac{\partial^2 [B(t,x)\,p]}{\partial x^2}. \tag{5}$$

Для рассматриваемой области D в (5) $p = p(t_0, x_0; t, x)$ – плотность вероятности перехода системы из состояния x_0 в состояние x за время от t_0 до t, которая удовлетворяет условиям $p \geq 0$ и

$$\int_D p(t_0, x_0; t, x)dx = 1, \tag{6}$$

A – средняя скорость систематического изменения параметра x; B – интенсивность колебаний около этой средней.

Естественно, что в (5) можно ввести коэффициент распада примеси и ее источники, а состояние системы рассматривать как функцию многих переменных.

Следуя [5], в уравнении (5) перейдем к фазовой координате s:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial [A(t,x)\,p]}{\partial s} = \frac{\partial^2 [B(t,x)\,p]}{\partial s^2}, \tag{7}$$

где $p = p(t, s)$; $A = \dfrac{\partial \overline{s}}{\partial t}$; $B = \dfrac{1}{2}\overline{\left(\dfrac{\partial s'}{\partial t}\right)^2}$; $s' = s - \overline{s}$.

Здесь черта сверху означает усреднение; штрих – разброс вокруг среднего. Усреднения при этом приводятся по сечениям. Необходимость введения 1/2 в коэффициент B легко доказывается в [3, 4, 6].

Способ замыкания уравнения (7) рассмотрен в [5] с помощью метода рекурсивных вложений [1], где как частный случай получено уравнение для отыскания средней концентрации примеси при различных реализациях метеорологических условий. Полученные для A и B уравнения решаются численно с использованием метода фиктивных областей в декартовой системе координат. При этом на нижней границе области счета ставится граничное условие третьего рода, позволяющее учитывать отражение и поглощение примеси подстилающей поверхностью; на верхней и боковых границах – условия первого или второго рода в зависимости от направления вектора скорости ветра по отношению к области счета. Начальные условия в зависимости от имеющейся информации могут иметь вид $\overline{s} = s_0$ или $\overline{s} = s_ф$, где s_0 и $s_ф$ – соответственно некоторое заданное или фоновое значения концентрации.

Аппроксимации производных по пространственным переменным построены интегроинтерполяционным методом, а по времени – с помощью двуциклического полного расщепления. При численной реализации конечно-разностных аналогов используется немонотонная прогонка.

Решение (7) также осуществляется численно при условиях выполнения вероятностной меры. Численные решения (7) верифицировались известными аналитическими решениями, полученными при определенных упрощениях физических процессов. В частности, хорошее согласование дало аналитическое решение

$$p(s) = \frac{C}{B}\exp\int_0^s \frac{A(\xi)d\xi}{B(\xi)},$$

предложенное для стационарного уравнения в [3]. Здесь константа C определяется из условий нормировки (6).

Непосредственная реализация (7) с предложенными замыканиями [5] довольно трудоемка. В частных случаях, например, при переходе к гауссовским случайным полям многолетних метеорологических наблюдений, полное статистическое описание таких полей сводится лишь к расчетам первых начальных и вторых центральных моментов. Однако, следуя [2], для любого случайного поля с конечными моментами первых двух порядков всегда можно подобрать гауссовское поле с теми же моментами. В этом случае для отыскания зон опасных загрязнений можно рассматривать не весь набор случайных полей метеонаблюдений, а лишь те, которые способствуют появлению повышенных концентраций с вероятностью появления благоприятных им условий. Решение при этом необходимо вести в подвижной вращающейся за ветром системе координат. Такие частные подходы реализованы в работах [7–9].

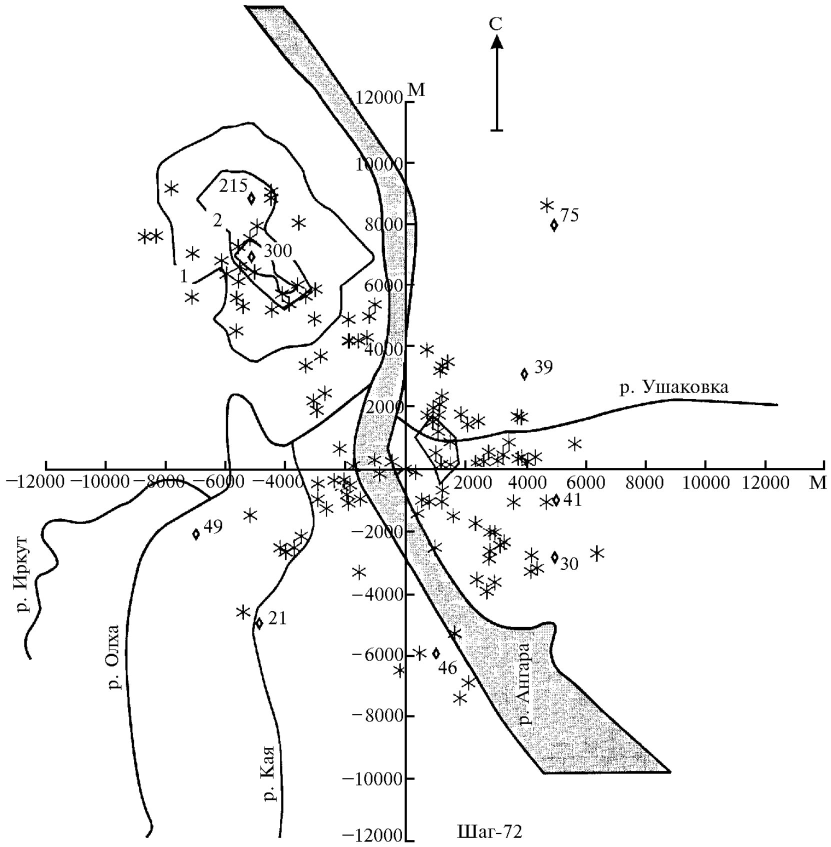
Следует отметить, что теоретические законы распределения лишь несколько упрощают решение поставленной задачи, позволяя наиболее оптимально отыскивать области опасного загрязнения. Однако их знание не является обязательным, так как метод позволяет устанавливать по эмпирическим данным законы распределения, обладающие минимальной невязкой по отношению к их аппроксимации.

Метод дает возможность сделать обобщение и на тяжелые примеси, обладающие собственной скоростью осаждения. При этом возможно оценить не только степень запыленности атмосферы от различного типа (высотных труб, отвалов и пр.) источников и оконтуривать области рискованно повышенных концентраций, но и подсчитать количество примеси, накапливающейся в течение определенного отрезка времени на подстилающей поверхности с учетом вероятностной реализации всех метеоусловий за этот период. Таким образом, зоны повышенных загрязнений ингредиентами оцениваются как интегральные функции от климатических особенностей конкретной местности.

В качестве примера расчета приведены области повышенного загрязнения г. Иркутска окислами азота в декабре (рисунок). Начало координат – в центре города, где находится стационарный пункт наблюдения за загрязнением атмосферы. Для удобства восприятия вероятность нарушения установленных норм нормирована на количество часов в месяце (вероятности 0,1 соответствуют 72 ч).

Наиболее опасная ситуация складывается в северо-западной части города, где население более половины месяца дышит воздухом, в котором концентрации названного ингредиента превышают даже максимальные предельно допустимые нормы. При расчетах нарушения предельно допустимых средних суточных концентраций (которые более жестки по сравнению с максимальными разовыми) вероятность нарушения достигает почти 1, а области опасного загрязнения существенно расширяются.

Учет климатических особенностей местности в математических моделях позволяет получать более устойчивые зоны повышенных загрязнений, которые должны пользоваться особым вниманием специалистов различных направлений с целью принятия оптимальных решений.



Вероятность превышения ПДК = 0,085 мг/м^3 оксида азота в декабре (г. Иркутск): ✶ – источник примеси, ◊ – локальные максимумы

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект N 98-05-64020.

1. *Галкин Л.М.* // Самоочищение и диффузия внутренних водоемов. Новосибирск: Наука, 1980. С. 7–47.
2. *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика. СПб.: Гидрометеоиздат, 1992. Т. 1. 694 с.
3. *Колмогоров А.Н.* // УМН. 1938. Вып. 5. С. 5–41.
4. *Леонтович М.А.* Введение в термодинамику. Статистическая физика. М.: Наука, 1983. 416 с.
5. *Аргучинцева А.В.* О вероятностном подходе к моделям экологического районирования и рационального природопользования // Оптика атмосферы и океана. 1998. Т. 11. N 6. С. 606–609.
6. *Туницкий Н.Н.* Диффузия и случайные процессы. Новосибирск: Наука, 1970. 115 с.
7. *Аргучинцева А.В.* Математическое моделирование климатического распределения аэрозолей // Оптика атмосферы и океана. 1994. Т. 7. N 8. С. 1101–1105.
8. *Аргучинцева А.В.* Математическое моделирование распределения антропогенных аэрозолей // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. N 6. С. 800–803.
9. *Аргучинцева А.В.* Климатическое распределение загрязняющих веществ от Селенгинского целлюлозно-картонного комбината (СЦКК) // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. N6. С. 605–609.

A.V. Arguchintseva. **The Probabilistic the Approach to Simulation Problems of Rational Nature Management.**

The mathematical simulation of distribution of anthropogenic air pollutants is based on the stochastic approach, which enables to expect zones of dangerous concentration of components and duration of their action on an environment. The account of climatic features of considered regions is offered as transitive functions of density of probability.