<Оптика атмосферы и океана>, **7**, N 6 (1994)

УДК 551.521.3:535.36

**И.В. Мишин**

# СКАЛЯРНАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ НАД ПОВЕРХНОСТЬЮ С НЕОДНОРОДНЫМ НЕЛАМБЕРТОВЫМ ОТРАЖЕНИЕМ

Приводится общее решение скалярного интегродифференциального уравнения переноса естественного излучения в атмосфере над неоднородной неламбертовой поверхностью для видимого и ближнего ИК-диапазонов. Атмосфера считается плоскопараллельной со стандартными высотными распределениями объемных коэффициентов экстинкции и рассеяния. Зависимость коэффициента отражения поверхности от горизонтальных координат и углов падения и отражения может быть произвольной в физически допустимых пределах. На основании общего решения предложена модель яркостного поля. Эта модель обеспечивает высокую методическую точность расчетов средствами численных алгоритмов теории переноса.

В [1 – 7] развиты модельные представления переноса излучения в атмосфере над поверхностью Земли с неоднородным неламбертовым отражением. Наиболее общее решение краевой задачи для стационарного уравнения переноса излучения в слое атмосферы с произвольным коэффициентом отражения подложки представлено в [4, 5]. На этапе численных расчетов обычно принимаются упрощающие предположения о характере многократного переотражения излучения на поверхности.

В [4, 5] при построении модели использовалось предположение [2], состоящее в том, что однократное отражение и многократное переотражение излучения на поверхности происходят соответственно с точным коэффициентом отражения и с полусферическим альбедо поверхности. Это предположение позволяет представить поле яркости в компактном виде и одновременно существенно снизить расчетные затраты без дополнительной потери точности. Коэффициент отражения в [4, 5] представлен взвешенной суммой коэффициентов отражения базовых поверхностей, факторизованных по угловым и пространственным переменным. Такое представление коэффициента отражения является условием применимости метода оптических пространственно-частотных характеристик.

В настоящей статье используется общее решение, которое преобразуется так же как и в [5], в соответствии с указанным выше упрощающим предположением о взаимодействии излучения с поверхностью. Однако в отличие от [5] коэффициент отражения считается произвольной функцией угловых и пространственных переменных в физически допустимых пределах. Отсутствие дополнительных ограничений на коэффициент отражения позволяет создать более общую и компактную модель в сравнении с той, что была предложена в [5]. При построении модели в настоящей статье используется метод кратных переотражений, развитый для ламбертовой подстилающей поверхности в [8].

Предложенные ранее в [3 – 5, 8] модели поля яркости для коэффициентов отражения частного вида являются частными следствиями настоящей модели.

Рассмотрим перенос излучения в плоскопараллельной атмосфере над плоской поверхностью с неоднородным неламбертовым отражением. Пусть $z$ – вертикальная координата; $\mathbf{r} = \{x, y\}$ – вектор горизонтальных координат; $z = 0$ – верхняя граница атмосферы; $z = h$ – уровень земной поверхности; $\pi S_\lambda$ – спектральная солнечная постоянная; $\mathbf{s} = \{\mu, \mathbf{s}_r\}$ – единичный вектор распространения излучения, $\mathbf{s} \in \Omega$, $\Omega$ – единичная сфера; $\mathbf{s}_\perp = \sqrt{1-\mu^2}\,\{\cos\varphi, \sin\varphi\}$; $\mu = \cos\Theta$; $\Theta$, $\varphi$ – зенитный и азимутальный углы; $\mathbf{s}_0 = \{\zeta, \sqrt{1-s^2}, 0\}$ – единичный вектор направления падения солнечных лучей; $\zeta = \cos\Theta_0$; $\Theta_0$ – зенитный угол Солнца; $\Gamma_0 = \{z=0, \mathbf{s} \in \Omega_+\}$, $\Gamma_h = \{z = h, \mathbf{s} \in \Omega_-\}$ – внутренние границы слоя атмосферы; $\Omega_+$, $\Omega_-$ – нижняя и верхняя полусферы; $\alpha(z)$, $\sigma(z)$ – коэффициенты объемного взаимодействия и рассеяния; $f(z, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0)$ – индикатриса однократного рассеяния; $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0)$ – коэффициент отражения, $I(z, \mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0)$ – спектральная яркость излучения.

Спектральная яркость излучения удовлетворяет краевой задаче

$$L\,I = S\,I;\quad I\big|_{\Gamma_0} = \pi S_\lambda\,\delta(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0);\quad I\big|_{\Gamma_h} = R\,I, \tag{1}$$

где $L = (\nabla, \mathbf{s}) + \alpha(z)$ – оператор переноса; $S : S\,I = \dfrac{s(z)}{4\pi}\displaystyle\int_{\Omega} f(z, \mathbf{s}, \mathbf{s}')\,I(z, \mathbf{r}, \mathbf{s}', \mathbf{s}_0)\,d\,\mathbf{s}'$ – оператор рассеяния; $R_\rho : R_\rho\,I = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{\Omega_+} \rho(r, \mathbf{s}, \mathbf{s}')\,I(h, \mathbf{r}, \mathbf{s}', \mathbf{s}_0)\,d\,\mathbf{s}'$ – оператор отражения. Решение краевой задачи (1) представляется в виде [4, 5]:

$$I(z, \mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) = D(z, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) + Z(\mathbf{r} - \tilde{\mathbf{r}}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0)\,T(\mu) + \int_{\Omega_-}\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{O}(z, \mathbf{r} - \tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{r}', \mathbf{s}, \mathbf{s}')\,Z(\mathbf{r}', \mathbf{s}', \mathbf{s}_0)\,d\,\mathbf{r}'\,d\,\mathbf{s}', \tag{2}$$

где

$$Z(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) = E_\rho(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{\Omega_-}\int_{-\infty}^{\infty} \ldots \int_{\Omega_-}\int_{-\infty}^{\infty} Q(\mathbf{r}, \mathbf{r} - \mathbf{r}_n, \mathbf{s}, \mathbf{s}_n) \times$$

$$\times\, Q(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{n-1}, \mathbf{s}_n, \mathbf{s}_{n-1}) \ldots Q(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)\,E_\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_0)\,d\,\mathbf{r}_1\,d\,\mathbf{s}_1 \ldots d\,\mathbf{r}_n\,d\,\mathbf{s}_n; \tag{3}$$

$D(z, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0)$ – яркость атмосферной дымки; $\tilde{O}_\delta(z, \mathbf{r}-\tilde{\mathbf{r}}, \mathbf{s}, \mathbf{s}') = O_\delta(z, \mathbf{r}-\tilde{\mathbf{r}}, \mathbf{s}, \mathbf{s}') - T(\mu')\,\delta(\mathbf{r} - \tilde{\mathbf{r}})\,\delta(\mathbf{s}-\mathbf{s}')$; $O_\delta(z, \mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{s}')$ – импульсно-переходная функция системы переноса направленного излучения в слое атмосферы; $O_h(\mathbf{r}, \mathbf{s}', \mathbf{s}_1) = O_\delta(h, \mathbf{r}, \mathbf{s}', \mathbf{s}_1)$; $T(\mu) = \exp\{-(\tau_0 - \tau)/\eta\}$; $\eta = |\mu|$; $\tau = \displaystyle\int_0^z \alpha(z')\,d\,z'$ – оптическая вертикальная координата; $\tau_0 = \displaystyle\int_0^h \alpha(z')\,d\,z'$ – оптическая толщина атмосферы; $\tilde{r} = s_\perp(h - z)/\eta$ – вектор смещения;

$$E_\rho(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) = 2\int_0^1 \rho^0(\mathbf{r}, \mu, \mu')\,D^0(h, \mu', \zeta)\,\mu'\,d\,\mu' + \zeta\,\rho(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0)\,S_\lambda\,e^{-\tau_0/f};$$

$$Q(\mathbf{r}, \mathbf{r} - \mathbf{r}_1, \mathbf{s}, \mathbf{s}_1) = \frac{1}{\pi}\int_{\Omega_+} \rho(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{s}')\,O_h(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1, \mathbf{s}', \mathbf{s}_1)\,\mu'\,d\,\mathbf{s}';$$

$$D^0(h, \mu, \zeta) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} D(h, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0)\,d\,\varphi,\quad \rho^0(\mathbf{r}, \mu, \mu') = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \rho(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{s}')\,d\,\varphi.$$

Функции $D$, $O_\delta$ удовлетворяют базисным краевым задачам

$$\bar{L}\,D = S\,D + S\,I_{пр};\ D\big|_{\Gamma 0} = 0;\ D\big|_{\Gamma h} = 0,$$

$$L\,O_\delta = S\,O_\delta;\ O_\delta\big|_{\Gamma 0} = 0;\ O_\delta\big|_{\Gamma h} = \delta(\mathbf{r})\,\delta(\mathbf{s} - \mathbf{s}'),$$

где $\bar{L} = \mu\,d/d\,z + \alpha(z)$, $I_{пр} = \pi S_\lambda\,\delta(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0)\,e^{-\tau/f}$ – яркость прямого нерассеянного излучения.

Представление (2), (3) является наиболее общим в решении исходной краевой задачи (1). Чтобы привести это представление к расчетной процедуре, необходимо сделать упрощающие модельные предположения. Допустим, что однократное отражение происходит на поверхности с заданным коэффициентом отражения $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0)$, а остальные порядки переотражения происходят на эффективной ламбертовой поверхности со средним альбедо $\bar{q}$. Величина $\bar{q}$ представляет собой среднюю составляющую полусферического альбедо

$$q(\mathbf{r}) = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_+} \int_{\Omega_-} \rho(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{s}') \, \mu \, \mu' d\,\mathbf{s}' \, d\,\mathbf{s} \tag{4}$$

в некоторой области изменения переменных $\mathbf{r}=\{x, y\}$. Оценки [2, 9] позволяют утверждать, что принимаемое упрощение модели переотражения излучения на поверхности внесет весьма незначительную погрешность в расчет $I$. В соответствии со сделанным предположением из (2), (3) получаем искомое приближение решения исходной краевой задачи (1) в виде

$$I_\rho(z, \mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) = D(z, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) + \bar{\Psi}_{\delta,0}(z, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) + \frac{\bar{q}\,\bar{C}_{\delta,0}(\zeta)\,\Psi_0(z, \mu)}{1 - \bar{q}\,C_0} + \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \tilde{\Psi}_\delta(z, \mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) + \frac{\Psi(z, \mathbf{p}, \mathbf{s})}{1 - \bar{q}\,C(\mathbf{p})} \times \right.$$

$$\left. \times \left[ \bar{q}\,\tilde{C}_\delta(\mathbf{p}, \mathbf{s}_0) + \frac{\hat{\tilde{q}}(\mathbf{p})\,\bar{C}_{\mathrm{d},0}(\zeta)}{1 - \bar{q}\,C_0} \right] \right\} \mathrm{e}^{-i(\mathbf{p},\,\mathbf{r})} \, d\,\mathbf{p}; \tag{5}$$

где

$$\Psi_{\delta,0}(z, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) = \int_{\Omega_-} \Psi_{\delta,0}(z, \mathbf{s}, \mathbf{s}') \, E_{\tilde{\rho}}(\mathbf{s}', \mathbf{s}_0) \, d\,\mathbf{s}', \tag{6}$$

$$\bar{C}_{\delta,0}(\zeta) = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_+} \bar{\Psi}_{\delta,0}(h, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) \, \mu \, d\,\mathbf{s}, \tag{7}$$

$$\Psi_0(z, \mu) = \int_{\Omega_-} \Psi_{\delta,0}(z, \mathbf{s}, \mathbf{s}') \, d\,\mathbf{s}', \tag{8}$$

$$C_0 = 2 \int_0^1 \Psi_0(h, \mu) \, \mu \, d\,\mu, \tag{9}$$

$$\tilde{\Psi}_\delta(z, \mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) = \int_{\Omega_-} \Psi_\delta(z, \mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{s}') \, \hat{E}_{\tilde{\rho}}(\mathbf{p}, \mathbf{s}', \mathbf{s}_0) \, d\,\mathbf{s}', \tag{10}$$

$$\Psi(z, \mathbf{p}, \mathbf{s}) = \int_{\Omega_-} \Psi_\delta(z, \mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{s}') \, d\,\mathbf{s}', \tag{11}$$

$$\tilde{C}_\delta(p, \mathbf{s}_0) = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_-} \tilde{\Psi}_\delta(h, \mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) \, \mu \, d\,\mathbf{s}, \tag{12}$$

$$C(\mathbf{p}) = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_-} \Psi(h, \mathbf{p}, \mathbf{s}) \, \mu \, d\,\mathbf{s}, \tag{13}$$

$$E_{\tilde{\rho}}(\mathbf{s}, \mathbf{s}_0) = 2 \int_0^1 \bar{\rho}^0(\mu, \mu') \, D^0(h, \mu', \zeta) \, \mu' \, d\,\mu' + \zeta \, S_\lambda \, \bar{\rho}(\mathbf{s}, \mathbf{s}_0) \, \mathrm{e}^{-\tau_0/\xi}, \tag{14}$$

$$\hat{E}_{\tilde{\rho}}(\mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) = 2 \int_0^1 \hat{\tilde{\rho}}^0(\mathbf{p}, \mu, \mu') \, D^0(h, \mu', \zeta) \, \mu' \, d\,\mu' + \zeta \, S_\lambda \, \hat{\tilde{\rho}}(\mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) \, \mathrm{e}^{-\tau_0/\xi}; \tag{15}$$

$\mathbf{p} = \{p_x, p_y\}$ – вектор пространственных частот; $\wedge$ – символ преобразования Фурье по координатам $\mathbf{r} = \{x, y\}$; $\bar{\rho}(\mathbf{s}, \mathbf{s}_0)$ – средняя составляющая коэффициента отражения; $\tilde{\rho}(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) = \rho(r, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) - \bar{\rho}(\mathbf{s}, \mathbf{s}_0)$ – вариация коэффициента отражения; $\tilde{q}(\mathbf{r}) = q(\mathbf{r}) - \bar{q}$ – вариация полусферического альбедо; $\bar{\rho}^0(\mu, \mu') = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \bar{\rho}(\mathbf{s}, \mathbf{s}')\, d\varphi$; $\hat{\tilde{\rho}}^0(p, \mu, \mu') = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \hat{\tilde{\rho}}(\mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{s}')\, d\varphi$; $\hat{\tilde{q}}(\mathbf{p}) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{q}(\mathbf{r})\, e^{i(\mathbf{p},\mathbf{r})}\, d\mathbf{r}$; $\Psi_\delta(z, \mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{s}')$ – оптическая пространственно-частотная характеристика слоя атмосферы для направленного источника, расположенного на нижней границе слоя в точке $|\mathbf{r}|=0$. Функция $\Psi_\delta(z, \mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{s}')$ удовлетворяет краевой задаче

$$\hat{L}\, \Psi_\delta = S\, \Psi_\delta; \quad \Psi_\delta \big|_{\Gamma_+} = 0; \quad \Psi_\delta \big|_{\Gamma_-} = \delta\, (\mathbf{s} - \mathbf{s}'), \tag{16}$$

где

$$\hat{L} = \mu\, \partial / \partial z + \alpha(z) - i(\mathbf{p}, \mathbf{s}_\perp).$$

Численный метод решения краевой задачи (16) развит в [10]. Функции (6) – (15) вычисляются с помощью квадратур.

Выражение (5) является точным решением задачи для принятой упрощенной модели переотражения излучения на поверхности. Кроме того, оно дает компактное представление яркости излучения. Таким образом, это выражение сочетает точность и компактность представления поля яркости. При этом на коэффициент отражения не накладывается никаких дополнительных ограничений. Полученное решение обобщает результат [5], где получено решение данной задачи в тех же самых предположениях о характере переотражения излучения на поверхности для коэффициента отражения вида

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) = \sum_{n=1}^{N} h_n(\mathbf{r})\, \bar{\rho}_n(\mathbf{s}, \mathbf{s}_n), \tag{17}$$

где $\bar{\rho}_n(\mathbf{s}, \mathbf{s}_0)$ – коэффициенты отражения базовых поверхностей; $h_n(\mathbf{r})$ – весовые функции. Для коэффициента отражения (17) выражение (5) переходит в аналогичное выражение, полученное в [5]. В этом можно убедиться непосредственной проверкой. Для ламбертового отражения $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) \to q(\mathbf{r})$ выражение (5) переходит в известное решение [8].


1. Diner D.J., Martonchik J.V. // J.Q.S.R.T. 1984. V. 31. N 2. P. 97 – 125.
2. Diner D.J., Martonchik J.V. // J.Q.S.R.T. 1984. V. 32. N 4. P. 279 – 304.
3. Мишин И.В. // Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. N 12. С. 94 – 101.
4. Мишин И.В. // Изв. РАН. Сер. ФАО. 1992. Т. 28. N 8. С. 890 – 891.
5. Мишин И.В. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. N 11. С. 1154 – 1164.
6. Иолтуховский А.А. Моделирование переноса излучения в атмосфере с неоднородной и неортотропной подстилающей поверхностью. М., 1991. 23 с. (Препринт / ИПМ АН СССР, N 84.)
7. Martonchik J.V., Diner D.J. // IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 1992. V. 30. N 2. P. 223 – 230.
8. Золотухин В.Г., Мишин И.В., Усиков Д.А. // Исследование Земли из космоса. 1984. №4. С. 14–22.
9. Мишин И.В. // Исследование Земли из космоса. 1982. N 6. С. 80 – 85.
10. Ioltukhovski A.A. Atmospheric Correction of Angular Measurements Above an Inhomogeneous and Non – Lambertian Surface. Int. Archives of Potogrammetry and Remote Sens. 1992. V. XXIX. P. 919 – 925.



Московский институт инженерной геодезии и картографии



Поступила в редакцию 12 августа 1993 г.



I.V. Mishin. **Scalar Model of the Radiation Transfer in the Atmosphere over a Rough Nonlambertian Surface.**

In this paper we present a general solution of scalar integro-differential equation for solar radiation transfer in the atmosphere over nonuniform, nonlambertian surface in the visible and IR regions. In this approach we consider the atmosphere to be plane parallel with standard height distributions of the scattering and extinction coefficients. This solution is valid irregardless of the type of the surface reflectivity dependence on horizontal coordinates and angles of light incidence and reflection, of course within physically justifiable limits. Based on the general solution a model of the brightness field is proposed. This model makes it possible to achieve high accuracy of calculations using numerical algorithms of the radiation transfer theory.