«Оптика атмосферы и океана», **11**, № 6 (1998)

УДК 551.51+519.6

В.В. Пененко, Е.А. Цветова

СТРУКТУРА КОМПЛЕКСА МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В СИСТЕМЕ «ОЗЕРО БАЙКАЛ–АТМОСФЕРА РЕГИОНА»

Сформулированы концепция и основные принципы построения комплекса моделей системы «озеро–атмосфера региона». Следуя этой концепции, определена структура комплекса моделей, в котором участвуют базовые модели трех типов: модель озера, мезорегиональная и полусферная модели атмосферы, а также модель непосредственного взаимодействия озера и атмосферы. Согласование описаний всех моделей и процессов по функциональному содержанию и построение численных схем и вычислительных алгоритмов осуществляются на базе вариационного принципа в сочетании с методами расщепления и декомпозиции.

Специфика Байкальского региона состоит в том, что озеро Байкал является мощным климатообразующим фактором на юге Сибири. Действие этого фактора усиливается тем, что регион находится в зоне влияния летнего Саяно-Алтайского циклогенеза и зимнего азиатского антициклона. Во взимодействии с этими фоновыми атмосферными процессами под влиянием озера формируются уникальные «байкальские» мезоклиматы, которые, в свою очередь, оказывают определяющее воздействие на формирование мезоклиматов и качество атмосферы в индустриальных районах региона.

Постоянно действующий контраст температуры вода–суша в период открытой воды с сезонным изменением потоков тепла является источником неустойчивости в климатической системе и приводит к тому, что зона непосредственного влияния Байкала, которую мы предварительно оценили масштабами, приблизительно 100–200 км от береговой линии [1], в особенности в приводных слоях атмосферы, является потенциальным аккумулятором загрязнений, распространяющихся не только с территории региона, но и с обширных территорий Северного полушария: Сибири, Китая, Монголии. Все эти процессы необходимо исследовать для понимания экологической перспективы региона и озера. Поэтому, формируя концепцию исследования климатических изменений в системе «озеро–атмосфера», мы не ограничиваемся масштабами непосредственного взаимодействия воды и атмосферы. Мы рассматриваем мезорегиональные процессы совместно с полусферными, а гидротермодинамику системы не отделяем от процессов переноса загрязняющих примесей. Это необходимо для оценок роли трансграничных переносов и внешних по отношению к региону процессов и источников.

Данная работа является развитием выполненного временным научным коллективом по заданию президиума СО АН СССР комплекса работ по оценке антропогенного влияния на озеро Байкал и окружающий его регион [1] и в идейном плане продолжает цикл исследований [2–9].

1. Система координат и декомпозиция областей

Сначала опишем область решения и системы координат для представления базовых моделей. По горизонтальным направлениям будем использовать универсальную систему координат (x, y) с задаваемыми параметрически масштабными множителями m, n, чтобы в зависимости от целей исследований можно было получать сферические, полярные, декартовы координаты или координаты картографических проекций. Для атмосферных моделей будем рассматривать два типа областей: Северное полушарие и ограниченную территорию региона. Область, занимаемая озером на территории региона, описывается параметрически в выбранной системе горизонтальных координат.

Для описания моделей по вертикали воспользуемся принципом декомпозиции по областям и условно разобъем атмосферу на два слоя: «свободная атмосфера» D_1 $(p_T \le p \le p_B)$ и «пограничный слой» D_2 $(p_B \le p \le p_s)$, где p – давление; $p_s = p_s(\mathbf{x}, t)$, p_T, p_B – давление на поверхности Земли, верхней границе атмосферы и границе раздела слоев, $\mathbf{x} = (x, y)$. Введем гибридную систему координат, позволяющую объединить преимущества в реализации изобарических координат в свободной атмосфере (в случае постоянных p_T и p_B) с удобствами сигма-координат для учета рельефа Земли:

$$\text{в } D_1\ \sigma = \varepsilon \frac{p - p_T}{p_B - p_T},$$

$$\text{в } D_2\ \sigma = (1 - \varepsilon) \frac{p - p_B}{p_s - p_B} + \varepsilon;\ \ 0 \le \varepsilon \le 1. \qquad (1)$$

Параметр ε вводится так, чтобы поверхность $\sigma = \varepsilon$ была выше уровня «модельного» рельефа поверхности Земли. В соответствии с определением (1) запишем соотношения для вертикальных скоростей $\omega = dp/dt$ и $\dot{\sigma} = d\sigma/dt$ в областях D_{it} ($i = 1, 2$) и условия для них на границах

$$\omega = \alpha_i \left(\frac{d_s \chi_i}{dt} + \pi_i \dot{\sigma} \right),$$

$$\frac{d_s}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + mu \frac{\partial}{\partial x} + nv \frac{\partial}{\partial y},$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{d_s}{dt} + \dot{\sigma} \frac{\partial}{\partial \sigma}; \tag{2}$$

$$\chi_1 = \sigma\pi_1 + \varepsilon\, p_T,\ \ \pi_1 = p_B - p_T,\ \ \alpha_1 = 1/\varepsilon,$$

$$\chi_2 = \sigma\pi_2 + p_B - \varepsilon\, p_s,\ \pi_2 = p_s - p_B,$$

$$\alpha_2 = 1/(1 - \varepsilon);$$

$$\dot{\sigma} = 0 \quad \text{при} \quad \sigma = 0 \ \text{ и } \ \sigma = 1; \tag{3}$$

$$\omega \big|_{\varepsilon^-} = \omega \big|_{\varepsilon^+},\ \ \alpha_1\, \pi_1\, \dot{\sigma} \big|_{\varepsilon^-} = \alpha_2\, \pi_2\, \dot{\sigma} \big|_{\varepsilon^+} \ \text{ при } \ \sigma = \varepsilon. \tag{4}$$

Модели будем определять в пространственно-временной области $D_t \equiv D\times[0, t_k]$, где $[0, t_k]$ – интервал изменения времени t, а $D = \cup_{i=1}^{4} D_i$ – область изменения пространственных координат,

$$D_1 = S\,[0 \le \sigma \le \varepsilon],\ D_2 = S\,[\varepsilon \le \sigma \le 1],$$

$$D_1 \cup D_2 = D_a,$$

$$D_3 = \{\mathbf{x} \subset S_c,\ 0 \le z \le h_c(\mathbf{x})\}$$

$$\text{и } D_4 = \{\mathbf{x} \subset S_b,\ 0 \le z \le h_w(\mathbf{x})\};$$

$$S = \{0 \le a \le x \le b \le 2\pi,\ 0 \le c \le y \le d \le \pi\},$$

где S – область на поверхности Земли; a, b, c, d – параметры, определяющие горизонтальные размеры области S, $S = S_c \cup S_б$, где S_c, $S_б$ – части поверхности областей, занятых сушей и водой; $h_c(\mathbf{x})$, $h_w(\mathbf{x})$ – функции, описывающие глубину деятельного слоя почвы и рельеф дна водного объекта соответственно. Ось z направлена вниз. Боковые границы областей D_i обозначим через Ω_i, а через $\overline{\Omega}_i$ их полные границы в трехмерном пространстве. Добавление индекса t везде обозначает добавление временной изменчивости.

Функции состояния обозначим через

$$\varphi = \{\varphi_i\ (i = \overline{1, n}\ \} \in Q(D_t),$$

где $Q(D_t)$ – соответствующее функциональное пространство на D_t; φ_i – компоненты вектор-функции состояния; n – число компонент. Структура этих объектов определяется функциональным содержанием базовых моделей. Аналогично конструируется пространство сопряженных функций $\{\varphi^* \in Q^*(D_t)\}$.

Введем в области D_t скалярное произведение для функций состояния

$$(\varphi_1, \varphi_2) = \sum_{k=1}^{4} \alpha_k \int_{D_{kt}} \left(\sum_{i=1}^{n} \varphi_{1i}\, \varphi_{2i}\, æ_i \right) \gamma_k\, dD_k\, dt, \tag{5}$$

где $dD_k = dz_k\, dx\, dy/(mn)$; $dz_1 = dz_2 \equiv d\sigma$; $dz_3 = dz_4 \equiv dz$; $\gamma_1 = \pi_1$, $\gamma_2 = \pi_2$, $\alpha_3 = \alpha_4 = 1$; $\gamma_3 = \rho_n$, $\gamma_4 = \rho_0$; α_k – весовые параметры декомпозиции; γ_k – параметры метрики в декомпозированных областях; ρ_n и ρ_0 – плотности почвы и воды соответственно. Размерные множители $æ_i$ выбираются с учетом физического смысла соответствующих компонент, а α_k и γ_k, $k = \overline{1, 4}$ – в зависимости от системы координат и от способа декомпозиции области D_t на подобласти D_{kt}.

2. Базовые модели атмосферы и озера

Рассмотрим базовые модели гидротермодинамических процессов и переноса примесей в системе «атмосфера–озеро». Для исследования процессов в атмосфере требуются модели трех типов, различающихся пространственно-временными масштабами процессов и размерами областей: А1 – модель с характерными горизонтальными масштабами порядка 100 км для исследования мезоклиматов промышленных районов и городов; А2 – мезорегиональная модель с характерными горизонтальными масштабами 100–1000 км; А3 – модель атмосферы для Северного полушария, предназначенная для изучения долговременных взаимодействий озера и атмосферы. По вертикали модель А1 работает преимущественно в области D_{2t}, а модели А2 и А3 – в области $D_{at} = D_{1t} \cup D_{2t}$ в режиме декомпозиции.

Для озера вводятся модели двух типов: Б1 – модель общей циркуляции озера; Б2 – модели для частей озера и локальных зон. Они имеют одинаковую структуру, но различаются краевыми условиями и пространственно-временным разрешением дискретных аппроксимаций. Модели непосредственного взаимодействия атмосферы и озера организуются на базе моделей А2 и Б1.

2.1. Модели гидротермодинамики атмосферных процессов

Основные уравнения записываются с учетом декомпозиции области D_{at} по вертикальной координате на D_{it} ($i = 1, 2$):

$$\frac{du}{dt} - lv + m \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{1}{\pi_i} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \frac{\partial \chi_i}{\partial x} \right] - F_u = 0, \tag{6}$$

$$\frac{dv}{dt} + lu + n \left[\frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{1}{\pi_i} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \frac{\partial \chi_i}{\partial y} \right] - F_v = 0, \tag{7}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} + \frac{RT\pi_i}{\chi_i} = 0, \tag{8}$$

$$\frac{dT}{dt} - \omega A_i - F_T = Q_T;$$

$$A_i = -\frac{1}{c_p\,\pi_i\,\alpha_i}\frac{\partial\Phi}{\partial\sigma} = \frac{RT\,\pi_i}{\alpha_i\,\chi_i\,c_{pm}}, \tag{9}$$

$$\frac{\partial\pi_i}{\partial t} + L(\pi_i) = 0. \tag{10}$$

Здесь u, v, $\dot{\sigma}$ – компоненты вектора скорости $\mathbf{u}$ в направлениях x, y, σ соответственно; Φ – геопотенциал; T – виртуальная температура; c_{pm} – удельная теплоемкость влажного воздуха при постоянном давлении; R – универсальная газовая постоянная; l – параметр Кориолиса; Q_T – источники тепла.

Оператор переноса субстанций η по траекториям частиц воздуха в дивергентной форме имеет вид

$$L(\pi_i\,\eta) = mn\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\pi_i\,\eta\,u}{n}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\pi_i\,\eta\,v}{m}\right)\right] + \frac{\pi_i\,\eta\,\dot{\sigma}}{\partial\sigma}, \tag{11}$$

а операторы турбулентного обмена $F_\eta \equiv F_\eta^s + F_\eta^v$:

$$F_\eta^s = \frac{mn}{\gamma_i}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\gamma_i\,\mu_{hx}}{n}\frac{\partial\eta}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\gamma_i\,\mu_{hy}}{n}\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)\right],$$

$$F_\eta^v = \frac{1}{\gamma_i}\frac{\partial}{\partial\sigma}\left(\gamma_i\,\nu_h\frac{\partial\eta}{\partial\sigma}\right). \tag{12}$$

При $\sigma = 1$ $\Phi = \Phi_s \equiv gZ_s$, где g – ускорение свободного падения; Z_s – рельеф поверхности Земли. Для замыкания моделей кроме условий (3)–(4) на верхней границе предполагается отсутствие турбулентных потоков субстанций. На нижней границе задаются параметрические значения потоков тепла, момента количества движения и уравнение баланса тепла на поверхности Земли. На боковых границах на ограниченной территории задаются условия выхода на фоновые процессы, а на сфере – условия периодичности.

2.2. Модели переноса и трансформации влаги в атмосфере

В процессах энергомассообмена в системе «атмосфера–озеро» существенную роль играет гидрологический цикл. Для атмосферы озеро служит мощным аккумулятором и источником влаги и тепла с сезонными и суточными изменениями знака температурных контрастов «вода–воздух–суша» и с резкими перестройками температуры поверхности воды под влиянием сильных ветров. Поэтому чрезвычайно важно изучить характер отклика атмосферы на воздействия озера в различных ситуациях и проследить режимы обратной связи от атмосферы к озеру и релаксации последствий интенсивных воздействий. Для таких целей требуется достаточно полное воспроизведение гидрологического цикла в атмосфере. Наличие влажности необходимо также учитывать в уравнениях переноса тепла в атмосфере и баланса тепла на подстилающей поверхности, при расчетах радиационных потоков тепла и удаления примесей из атмосферы.

Определим составляющие функции состояния φ, участвующие в моделях гидрологического цикла. Чтобы удобнее было воспринимать функциональное содержание соотвествующих субстанций, обозначим их $\mathbf{q} = \{\mathbf{q}_k, k = \overline{1, 6}\} \equiv \{q_v, q_c, q_r, q_{ic}, q_c, q_g\}$, где q_k – отношения смеси для водяного пара (q_v), облачной воды (q_c), дождевой воды (q_r), облачного льда (q_{ic}), снега (q_s), ледовых кристаллов (q_g).

В качестве базовой модели возьмем модель с первыми тремя составляющими гидрологического цикла q_v, q_c, q_r:

$$\frac{\partial\pi_i\,q_k}{\partial t} + \tilde{L}(\pi_i\,q_k) - R_{qk} - Q_{qk} = 0, \tag{13}$$

где $k = \overline{1, 3}$, $i = 1, 2$; R_{qk} – скорости изменения концентраций q_k за счет микрофизических процессов трансформации влаги;

$R_{q1} = \pi_i\,(P_{re} - P_{\text{con}})$,

$R_{q2} = -\,\pi_i\,(P_{ra} + P_{re} - P_{\text{con}})$,

$R_{q3} = \pi_i(P_{ra} + P_{rc} - P_{re}) - g\partial(\rho\omega_T q_k)/\partial\sigma$;

P_{ra} – скорость нарастания дождевых капель за счет облачных частиц; P_{rc} – скорость автоконверсии облачных частиц в дождевые капли; P_{re} – скорость испарения дождевой воды; P_{con} – скорость конденсации водяного пара или испарения облачных частиц; Q_{qk} – функции, описывающие источники; ω_T – средняя скорость падения дождевых капель; $\tilde{L}(\pi_i\,q_k)$ – адвективно-диффузионный оператор,

$$\tilde{L}(\pi_i\,q_k) = L(\pi_i\,q_k) - \pi_i\,F_{qk} + \pi_i\,DF_{qk}, \tag{14}$$

где $DF_{qk} = g\partial(\rho\omega_T\,q_k\,q_3)/(\pi_i\,\partial\sigma)$ – диффузионный поток для компонент влажного воздуха, обусловленный движением влажного воздуха относительно сухого, а первые два выражения имеют вид (11) и (12).

Для замыкания модели на верхней границе предполагается отсутствие потоков, а на нижней задается поток водяного пара в зависимости от «влажностной способности» различных участков поверхности Земли. Эта модель применима для исследований ситуаций, в которых реализуется гидрологический цикл с «теплой» дождевой водой. Для описания процессов с низкими температурами, связанных с образованием льда и снега, в состав базовой модели вводятся дополнительные уравнения для описания переноса и трансформации соответствующих компонент [12].

2.3. Модели переноса примесей в атмосфере

Модели переноса примесей и основные задачи, решаемые с их помощью, формулируются по аналогии с [3]. В комплексе участвуют модификации этих моделей с учетом специфики объектов исследования. Основные уравнения формально имеют ту же структуру, что и модели переноса влаги (13)–(14):

$$\frac{\partial \pi_i c_k}{\partial t} + \widetilde{L}(\pi_i c_k) - R_{ck} - Q_{ck} = 0, \qquad (15)$$

где $i = 1, 2$; $k = \overline{1, n_a}$; c_k – концентрации примесей; n_a – число различных веществ; R_{ck} – скорости изменения концентраций c_k за счет химической трансформации примесей; Q_{ck} – источники примесей. Рассматриваются газообразные и аэрозольные субстанции. Адвективно-диффузионный оператор $\widetilde{L}$ определяются выражением вида (14), в котором в вертикальную скорость $\dot{\sigma}$ добавляется скорость гравитационного осаждения частиц. В отличие от [3] здесь учитывается диффузионный поток примесей с дождевой водой. В качестве краевых условий на верхней границе предполагается отсутствие потоков примесей, на боковых границах – выход на фоновые концентрации. На нижней границе используется уравнение баланса примесей для различных категорий землепользования с учетом сухого и влажного осаждения частиц, турбулентного потока, аэродинамического подъема частиц с поверхности Земли и источников примесей естественного и антропогенного происхождения.

2.4. Модели гидротермодинамики и переноса примесей в озере Байкал

Запишем основные уравнения моделей:

$$\frac{du}{dt} - lv + \frac{m}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} - F_u = 0, \qquad (16)$$

$$\frac{dv}{dt} + lu + \frac{n}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial y} - F_v = 0; \qquad (17)$$

$$\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial p}{\partial z} + g\rho\right) = 0; \qquad (18)$$

$$\frac{mn}{\rho_0}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho_0 u}{n}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho_0 v}{m}\right)\right] + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0; \qquad (19)$$

$$\frac{d\eta_k}{dt} - F_{\eta k} - Q_{\eta k} = 0, \;\; k = \overline{1, 2 + n_w} \; ; \qquad (20)$$

$$\rho = \rho\,(p, T, S_l). \qquad (21)$$

Здесь $\{\eta_k\} = \{T, S_l, c_i \;(i = \overline{1, n_w}\,)\}$; T – температура; S_l – соленость; c_i – концентрации примесей в воде; n_w – их количество; u, v, w – компоненты вектора скорости $\mathbf{u}$ в направлениях x, y и z соответственно; p – давление; ρ – плотность; ρ_0 – заданное распределение относительной плотности; $Q_{\eta k}$ – источники тепла, соли и примесей. Операторы переноса и турбулентного обмена определяются выражениями:

$$\frac{d}{dt} = \frac{d_s}{dt} + w\,\frac{\partial}{dz}\,; \; F_{\eta k} = F^s_{\mathrm{h}k} + F^v_{\mathrm{h}k}.$$

Операторы $F^s_{\eta k}$ имеют представление (12) при $i = 4$, а

$$F^v_{\eta k} = \frac{1}{\gamma_4}\frac{\partial}{\partial z}\left(\gamma_4\, \nu_{\eta k}\frac{\partial \eta_k}{dz}\right); \; \eta_k = u, v, T, S_l, c_i; \qquad (22)$$

ν_η – коэффициенты турбулентного обмена в вертикальном направлении. В функции w в уравнении переноса примесей учитывается дополнительно скорость гравитационного осаждения или всплывания примесей. На свободной поверхности $z = \zeta$, представляющей собой границу раздела «вода – воздух»,

$$\nu\rho_0\frac{\partial u}{\partial z} = -\,\tau_x, \; \nu\rho_0\frac{\partial v}{\partial z} = -\,\tau_y,$$

$$\nu_\eta\, \rho_0\, c_p\frac{\partial \eta_k}{\partial z} = -\,H^s_{\eta k}; \qquad (23)$$

$$w = \frac{d_s\zeta}{dt}\,; \;\; p = p_s. \qquad (24)$$

На дне $z = h_w(x, y)$: $u = 0$, $v = 0$, $w = 0$, $\partial\eta_k/\partial N = H^N_{\eta k}$. На твердых боковых границах: $u = 0$, $v = 0$, $\partial\eta_k/\partial N = H^N_{\eta k}$; в местах, где впадают реки: $u = u_{\mathrm{riv}}$, $v = v_{\mathrm{riv}}$, $\partial\eta_k/\partial N = U_{\mathrm{riv}}(\eta_k - (\eta_k\rho)_{\mathrm{riv}}/\rho)$; в местах вытекания рек: $u = u_{\mathrm{riv}}$, $v = v_{\mathrm{riv}}$, $\partial\eta_k/\partial N = 0$. Здесь τ_x, τ_y – компоненты напряжения ветра на поверхности; $H^s_{\eta k}$, $H^N_{\eta k}$ – потоки тепла, соли и примесей на границе раздела и твердых границах; c_p – теплоемкость воды при постоянном давлении; индексом riv отмечены значения функций, относящиеся к рекам; $\partial/\partial N$ – производная по конормали. При решении задач для частей озера формируются условия выхода функций состояния на их фоновые значения со стороны «открытой воды».

2.5. Параметризация турбулентного обмена

В базовых вариантах моделей атмосферы и воды вводятся операторы турбулентного обмена с частными производными второго порядка. Коэффициенты турбулентного обмена по горизонтальным направлениям μ_x, μ_y рассчитываются по нелинейной параметризационной схеме, аналогичной используемой в [3], с учетом горизонтальной деформации поля скорости, стратификации атмосферы и воды и характеристик размеров ячеек сеточных областей.

Для расчета вертикальных коэффициентов турбулентности в зависимости от ситуаций используется одна из двух схем. Первая – упрощенная: коэффициент рассчитывается как функция локального числа Ричардсона и характерного масштаба вихрей по вертикали. Эта схема очень удобна и эффективна в реализации, но не обладает «памятью» при переходах от одной пространственно-временной точки области к другой. Этот недостаток становится существенным при резких перестройках полей.

Вторая схема основана на решении двух уравнений для кинетической энергии турбулентности E и диссипации ε в атмосфере и в воде [10, 11]. Состыковка $E-\varepsilon$ уравнений для атмосферы и воды осуществляется в предположении непрерывности потоков энергии и диссипации на границе раздела сред.

2.6. Уравнение баланса тепла на поверхности

Для замыкания и объединения моделей для различных сред на границах раздела «атмосфера–вода–суша» запишем условие теплового баланса

$$c_{pm}\,\rho_a \frac{\partial T}{\partial t} = R_n - H_m - H_s - L_v E_s, \qquad (25)$$

где R_n – радиационный баланс на поверхности; H_m – молекулярный поток тепла в почву или турбулентный поток тепла в воде; H_s, $L_v E_s$ – потоки явного и скрытого тепла в атмосферу; L_v – скрытая теплота испарения; $H_s = \rho_a c_{pm} C_u C_\Theta (T_s - T_\Theta)V$, $E_s = \rho_a C_u C_\Theta M(q_{vs}(T_s) - q_{va})V$, где C_u, C_Θ – коэффициенты обмена; T_s – температура поверхности; $V = (v_a^2 + v_c^2)^{1/2}$, v_c – конвективная скорость; ρ_a, v_a, T_a, q_{ca} – значения метеоэлементов на первом расчетном уровне; $q_{vs}(T_s)$ – насыщающее отношение смеси для водяного пара на поверхности при температуре T_s. Коэффициенты обмена рассчитываются с помощью параметризационных моделей приземного слоя с учетом стратификации атмосферы и свойств подстилающей поверхности. Радиационный баланс тепла представляет собой сумму длинноволновой и коротковолновой радиации. Исходя из требований эффективности реализации модели, величина R_n вычисляется в зависимости от состояния атмосферы в двух вариантах: для «ясного неба» без учета облачности и для облачного неба. В обоих вариантах предусматривается учет влияния загрязняющих примесей на радиационный баланс поверхности.

Вертикальное распределение притока тепла в атмосфере моделируется с учетом солнечной радиации и реализации скрытого тепла за счет фазовых превращений влаги. Модель для расчета радиационных потоков тепла основана на системе уравнений переноса излучения в двухпотоковом приближении Эддингтона [13]. Структура радиационного блока подробно описана в [9].

3. Вариационная формулировка моделей

Определим функционал основного тождества, представляющий вариационную формулировку модели атмосферы (6)–(15):

$$I_a(\varphi, \varphi^*) = \sum_{i=1}^{2} \Bigg\{ \alpha_i \int_{D_{it}} \Bigg[\left(\frac{du}{dt} - F_u\right) u^* + \left(\frac{dv}{dt} - F_v\right) v^* +$$

$$+ c_{pm}\left(\frac{dT}{dt} - F_T\right) T^* + l(u^*v - v^*u) +$$

$$+ (\mathbf{u}^* \operatorname{grad} \Phi - \mathbf{u} \operatorname{grad} \Phi^*) - \frac{1}{\gamma_i}\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma}\left(\frac{d_s^* \chi_i}{dt} - T^* \frac{d_s \chi_i}{dt}\right) -$$

$$- \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma}(T^* \dot{\sigma} - \dot{\sigma}^*) - c_p Q_T T^* + \frac{1}{\pi_i}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma}\sigma + \Phi^*\right)\frac{\partial \pi_i}{\partial t} +$$

$$+ \sum_{j=1}^{3+n_c} \frac{1}{\gamma_i}\left(\frac{\partial \pi_i \phi_j}{\partial t} + \widetilde{L}(\pi_i \phi_j) - R_{\phi j} - Q_{\phi j}\right)\phi_j^* æ_j \Bigg] \gamma_i \, dD_i \, dt +$$

$$+ \int_{\Omega_{it}} u_n \Phi^* \, d\Omega_i \, dt \Bigg\} + \alpha_1 \int_{D_{1t}} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma}\varepsilon \frac{\partial p_T}{\partial t} dD_1 \, dt +$$

$$+ \alpha_2 \int_{D_{2t}} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma}\frac{\partial}{\partial t}(p_B - \varepsilon p_s)\, dD_2 \, dt = 0, \qquad (26)$$

где $\varphi = (u, v, \dot{\sigma}, T, \Phi, \phi_j)$; $\varphi^* = (u^*, v^*, \dot{\sigma}^*, T^*, \Phi^*, \phi_j^*)$; $\{\phi_j\} \equiv \{q_k, k = \overline{1, 3}, c_i, i = \overline{1, n_a}\}$; u_n – нормальная составляющая вектора скорости $\mathbf{u}$ к границам области;

$$\frac{d_s^* \chi_i}{dt} \equiv \frac{\partial \chi}{\partial t} + mu^* \frac{\partial \chi}{\partial x} + nv^* \frac{\partial \chi}{\partial y};$$

φ^* – вектор-функции с произвольными достаточно гладкими компонентами, принадлежащими пространству $Q^*(D_t)$.

Интегральное тождество для моделей озера (16)–(24)

$$I_w(\varphi, \varphi^*) = \int_{D_{4t}} \Bigg\{ \left(\frac{du}{dt} - F_u\right) u^* + \left(\frac{dv}{dt} - F_v\right) v^* + l(u^*v - v^*u) +$$

$$+ \frac{1}{\gamma_4}[(\mathbf{u}^* \operatorname{grad} p - \mathbf{u} \operatorname{grad} p^*) + g\rho w^*] +$$

$$+ \sum_{j=1}^{2+n_w}\left(\frac{d\phi_j}{dt} - F_{\phi j} - Q_{\phi j}\right)\phi_j^* æ_j \Bigg\} + \gamma_4 \, dD_4 \, dt +$$

$$+ \int_{\Omega_{4t}} u_n p^* \gamma_4 \, d\bar{\Omega}_4 \, dt = 0, \qquad (27)$$

где $\varphi = (u, v, w, p, \phi_j)$, $\varphi^* = (u^*, v^*, w^*, p^*, \phi_j^*)$, $\{\phi_j\} \equiv \{T, S_l, c_i, i = \overline{1, n_w}\}$; u_n – нормальная составляющая вектора скорости к границе $\bar{\Omega}$ области D_{4t}; $d\bar{\Omega}_i = \{dxdy/(mn), dydz_i/n, dxdz_i/m\}$, $i = \overline{1, 4}$.

Интегральное тождество для модели теплообмена в почве

$$I_n(T, T^*) = \int_{D_{3t}} \left(\frac{\partial T}{\partial t} - F_T^n\right) T^* æ \, \gamma_3 \, dD_3 \, dt. \qquad (28)$$

Оператор F_T^n описывает процессы теплообмена в почве и имеет структуру, аналогичную (22) с масштабным множителем γ_3. Структура функционалов в (26)–(28) выбрана в соответствии с определением скалярного произведения (5) и уравнения баланса полной энергии системы.

Для всей системы в целом получаем

$$I(\varphi, \varphi^*) = I_a(\varphi, \varphi^*) + I_w(\varphi, \varphi^*) + I_n(\varphi, \varphi^*) = 0. \qquad (29)$$

Все условия замыкания учитываются и контролируются через интегралы по границам соответствующих областей. Модели непосредственного взаимодействия сред входят в состав тождества (29) через интегралы по внутренним границам раздела. Их конкретные представления получаются после преобразования с помощью интегрирования по частям выражений

$$\int_{D_{kt}} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} - F_\varphi \right) \varphi^* \, dD_k \, dt,$$

$$\int_{D_{kt}} \left(\frac{\partial \pi_i \varphi}{\partial t} - \widetilde{L}(\pi_i \, \varphi) \right) \varphi^* \, dD_k \, dt \qquad (30)$$

в предположении непрерывности соответствующих компонент функции φ^* и потоков функций состояния на границах раздела. Собирая все интегралы по поверхности S_t при $\sigma = 1$, с учетом уравнений баланса тепла (25) и примесей на этой поверхности получаем соотношения для потоков на границе «атмосфера – вода» и «атмосфера – почва». Аналогичным образом из интегралов по границе Ω_3 между областями D_3 и D_4 получаем условия взаимодействия озера и континента.

Исходя из целей исследований, к тождествам (26)–(29) добавляется совокупность дифференцируемых по φ функционалов на $Q(D_t)$ и для них формулируется ряд сопряженных задач [4,6]. С помощью тождеств строятся дискретные аналоги основных и сопряженных уравнений в виде схем расщепления, формулы для расчета функций чувствительности и соотношений теории чувствительности для базовых моделей по отдельности и для всей системы в целом. Техника таких построений и на их основе организация вычислительных алгоритмов прямого и обратного моделирования хорошо отработаны [1–9].

Заключение

Представленная концепция формирования комплекса моделей системы «атмосфера – озеро» основана на плодотворной идее использования вариационной формулировки для всей системы в целом. Она позволяет обеспечить построение численных схем и алгоритмических конструкций с единых позиций, взаимно согласованных на всех этапах моделирования, с автоматическим контролем процессов энергомассообмена в системе. Кроме того, на базе вариационного подхода естественным образом организуется взаимодействие моделей с данными наблюдений.

В последнее время озеро Байкал становится объектом международных исследований с позиций глобальных изменений природы и климата. Совместная модель «озеро – атмосфера» должна стать инструментом исследований, помочь в проверке справедливости выдвигаемых гипотез, постановке натурных экспериментов и в интерпретации их результатов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ(грант N 97-05-96511) и интеграционного гранта ИГ СО РАН-97 N 30.

1. *Пененко В.В., Алоян А.Е., Бажин Н.М.* и др. // Метеорология и гидрология. 1989. N 7. С. 78–84.
2. *Пененко В.В.* Методы численного моделирования атмосферных процессов. Л.: Гидрометеоиздат, 1981. 351 с.
3. *Пененко В.В., Алоян А.Е.* Модели и методы для задач охраны окружающей среды. Новосибирск: Наука, 1985. 256 с.
4. *Penenko V.V., Tsvetova E.A.* // Bull. NCC. Num. Model. in Atmosph. 1995. N 2. P. 53–74.
5. *Penenko V.V.* // Bull. NCC. Num. Model. in Atmosph. 1993. N 1. P. 69–90.
6. *Penenko V.V.* // Bull. NCC. Num. Model. in Atmosph. 1996. N 4. P. 32–51.
7. *Цветова Е.А.* // Течения Байкала. Новосибирск: Наука, 1977. С. 64–82.
8. *Tsvetova E.A.* // Bull. NCC. Num. Model. in Atmosph. 1993. N 1. P. 91–103.
9. *Пененко В.В., Курбацкая Л.И.* // Оптика атмосферы и океана. 1998. Т. 11. № 6. С. 581–585.
10. *Методы* расчета турбулентных течений / Под ред. В. Кольмана. М.: Мир, 1984. 464 с.
11. *Langland R.H., Liou C.* // Mon. Wea. Rew. 1996. V. 124. N 5. P. 905–918.
12. *Pielke R.A.* Mesoscale Meteorological Modeling. New York: Academic Press, 1984. 612 p.
13. *Geleyn J.F., Hollingworth A.* // Beitr. Phys. Atmosph. 1979. V. 52. N 1.P. 1–16.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
г. Новосибирск

Поступила в редакцию
4 февраля 1998 г.

V.V. Penenko, E.A. Tsvetova. **Structure of a Set of Models for Investigation of Interaction in «Lake Baikal–Regional Atmosphere» System.**

Concept and basic principles of construction of the model set for the system «lake–atmosphere» are formulated. Following the concept, the structure of the model set is given. There are four basic kinds of models: lake model, mesoregional and hemispheric models of the atmosphere, and model of interaction between the lake and the atmosphere. An agreement of the description of all models as well as the construction of numerical schemes and algorithms are made with the help of variational principle together with splitting and decomposition techniques.