«Оптика атмосферы», **1**, № 6 (1988) УДК 551.521:551.576

К.Я. Кондратьев, М.В. Овчинников, В.И. Хворостьянов

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА СОЛНЕЧНОЙ И ДЛИННОВОЛНОВОЙ РАДИАЦИИ В СМЕШАННЫХ И КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ОБЛАКАХ. I: ФОРМУЛИРОВКА МОДЕЛИ

Излагается метод расчета характеристик солнечной и длинноволновой радиации в облачной атмосфере, основанный на решении уравнений переноса в двухпотоковом приближении с детальным учетом микроструктуры капельной и кристаллической фаз в облаках. Получен приближенный, но достаточно точный вариант уравнений переноса, выведены простые аналитические выражения для сечений рассеяния и поглощения полидисперсной системой капель, кристаллов и аэрозольных частиц, разработан экономичный алгоритм, позволяющий использовать этот метод в эволюционных численных моделях.

1. Введение

В последнее время все большую актуальность приобретают развитие методов расчета и исследование радиационных характеристик облаков, содержащих кристаллическую фазу. Это обусловлено несколькими причинами.

Во-первых, развитие численных моделей общей циркуляции атмосферы и прогноза погоды достигло достаточно высокого уровня, когда учитываются такие тонкие эффекты, как, например, поглощение дилерами или испарение с листьев (см. обзор моделей, например, в [21]). Однако при расчете радиационных характеристик облаков их фазовое состояние (наличие кристаллов) либо полностью игнорируется, либо учитывается лишь косвенно, например, уменьшением оптической толщины или излучательной способности перистых облаков. В то же время известно [9, 19, 26, 29], что облака среднего и нижнего ярусов очень часто (особенно зимой) существуют в смешанном и чисто кристаллическом состоянии.

Во-вторых, интенсивно развиваются мезомасштабные численные модели облакообразования [9, 21], в том числе с детальным учетом микроструктуры капельной и кристаллической фаз. Но лишь в немногих из них учитывается длинноволновая радиация, еще в меньшей мере — солнечная, и в основном для капельных облаков [9, 16, 19, 21]. Численные эксперименты показывают, что учет радиационного притока приводит к существенному увеличению или уменьшению водности, горизонтальных и вертикальных размеров облаков, существенно изменяет мезо-масштабную циркуляцию (см. [9, 14, 15, 21]). Поэтому пренебрежение радиационными процессами или их расчет только для капельной фазы могут привести к существенным погрешностям.

В-третьих, учет кристаллов важен при дистанционном зондировании облаков. Как показывают измерения и численные эксперименты [6, 7], корректный учет кристаллической фазы важен для разделения влияния фона многократного рассеяния каплями и наличия кристаллов на характеристики деполяризации эхо-сигнала. Влияние кристаллической фазы может быть существенным при интерпретации спутниковых наблюдений облачности [21].

Эти и другие причины обусловили в последние годы проведение многочисленных исследований радиационных характеристик кристаллических и смешанных облаков [4, 5, 11, 13, 17, 21, 22, 26—31]. В численных экспериментах [11, 28, 30, 31] исследовалось влияние микроструктуры перистых облаков на альбедо, пропускание и поглощение солнечной радиации. Форма кристаллов задавалась в виде цилиндров, эквивалентных сфер, гамма-распределений с определенным соотношением осей и т. д. Специфика перистых облаков учитывалась путем задания достаточно крупных размеров кристаллов (50—200 мкм).

Из современной физики облаков известно, что в облаках достаточно часто встречаются кристаллы до 80 различных форм [9, 19, 26, 29]. Типизация форм в зависимости от температуры и влажности описывается схемой Магоно и Ли {19, 29]. Ситуация осложняется еще тем, что в облаке обычно присутствуют одновременно кристаллы нескольких форм, их ориентация (в пространстве и размеры различны и зависят от стадии развития облака. Соотношение длин большой L и малой b осей кристаллов описывается для кристаллов простых форм (столбиков, игл, пластинок, пулек, призм и т. п.) соотношением вида $b=cL^{\alpha}$, но параметры c, α различны для кристаллов разных форм [9, 19, 29]. Учет влияния всех этих факторов на радиационные характеристики облаков требует проведения специальных исследований. Следует отметить, что расчеты, проведенные в [28, 30, 31] с использованием упрощающих предположений о форме кристаллов, тем не менее достаточно трудоемки, что не позволяет непосредственно включить эти методики в численные модели.

В данной статье излагается достаточно экономичный, быстрый и точный метод расчета солнечной и длинноволновой радиации в облаках, содержащих капли, кристаллы и аэрозольные частицы. При этом учитывается изменение коэффициентов рассеяния и поглощения в процессе эволюции микроструктуры облака. Примеры применения этого метода в двумерных и трехмерных моделях эволюции капельных облаков описаны в [9, 14, 15, 21].

2. Двухпотоковое приближение для расчета солнечной радиации

Используем уравнение переноса для интенсивности поля излучения при наличии нескольких рассеивающих и поглощающих субстанций [10, 28]:

$$\mu \frac{dI_\lambda(R)}{dz} = \sum_i \alpha_{\lambda i} E_\lambda + \sum_i \sigma_{\lambda i} \int \frac{d\Phi'}{4\pi} I_\lambda(R')\, \gamma_{\lambda i}(R,\ R') - \sum_i (\sigma_{\lambda i} + \alpha_{\lambda i})\, I_\lambda(R), \tag{1}$$

где $I_\lambda(R)$ — интенсивность излучения на длине волны λ в направлении R; μ — косинус угла между направлением луча и вертикалью; E_λ — интенсивность излучения черного тела при температуре среды; $\gamma_{\lambda i}(R,\ R')$ — индикатрисса рассеяния i-й субстанции; $\sigma_{\lambda i}$, $\alpha_{\lambda I}$ — коэффициенты рассеяния и поглощения; Φ' — телесный угол. Вводя τ_λ — оптическую толщину столба атмосферы от высоты z до верхней границы z_∞, уравнение (1) можно переписать в виде:

$$\mu \frac{dI_\lambda}{d\tau_\lambda} = I_\lambda - \frac{\sum_i \alpha_{\lambda i}}{\sum_i (\sigma_{\lambda i} + \alpha_{\lambda i})} E_\lambda - \int \frac{d\Phi'}{4\pi}\ I_\lambda \frac{\sum_i \sigma_{\lambda i}\gamma_{\lambda i}}{\sum_i (\sigma_{\lambda i} + \alpha_{\lambda i})}; \tag{2}$$

$$\tau_\lambda = \sum_i \int_z^{z_\infty} (\sigma_{\lambda i} + \alpha_{\lambda i})\, dz. \tag{3}$$

Воспользуемся разложением индикатриссы рассеяния в ряд по полиномам Лежандра

$$\gamma_{\lambda i}(\theta) = 1 + \sum_\kappa c_{\lambda i}^{(\kappa)} P_\kappa(\cos\theta),\ c_{\lambda i}^{(1)} = 3\bar{\mu}_i, \tag{4}$$

$\bar{\mu}_i$ — средний косинус индикатриссы i-й субстанции. Подставим (4) в (2), умножим обе части уравнения (2) на $d\Phi$ и на $\mu d\Phi$ и проинтегрируем оба раза по всему телесному углу Φ. Используя определение и вспомогательные соотношения, основанные на ортонормированности полиномов Лежандра:

$$F_{s\lambda}^{\uparrow} = \int d\Phi^{\uparrow} \mu I_\lambda,\ F_{s\lambda}^{\downarrow} = \int d\Phi^{\downarrow} \mu I_\lambda,\ \int d\Phi I_\lambda \approx \frac{1}{\bar{\mu}} (F_{s\lambda}^{\uparrow} + F_{s\lambda}^{\downarrow}); \tag{5}$$

$$\frac{1}{4\pi} \int \Phi_1 \gamma_{\lambda i}(\mu_1,\ \mu_2) = 1,\ \frac{1}{4\pi} \int d\Phi_1 \mu_1 \gamma_{\lambda i}(\mu_1,\ \mu_2) = \bar{\mu}_i \mu_2 \tag{6}$$

($\bar{\mu}^{-1} = \sqrt{3}$ — средний секанс рассеяния), в «приближении Чандрасекара первого порядка» [28] после несложных, но громоздких преобразований получаем:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{d}{d\tau_\lambda} (F_{s\lambda}^{\uparrow} + F_{s\lambda}^{\downarrow}) = (F_{s\lambda}^{\uparrow} - F_{s\lambda}^{\downarrow}) \left(1 - \frac{P_\lambda}{Q_\lambda}\right); \tag{7}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{d}{d\tau_\lambda} (F_{s\lambda}^{\uparrow} - F_{s\lambda}^{\downarrow}) = (F_{s\lambda}^{\uparrow} + F_{s\lambda}^{\downarrow})(1 - \omega_\lambda) - (1 - \omega_\lambda) \frac{4\pi}{\sqrt{3}} E_\lambda, \tag{8}$$

где

$$P_\lambda = \sum_i \sigma_{\lambda i} \bar{\mu}_i;\ Q_\lambda = \sum_i (\sigma_{\lambda i} + \alpha_{\lambda i});\ \text{а}\ \omega_\lambda = \left(\sum_i \sigma_{\lambda i}\right) \Big/ \left(\sum_i (\sigma_{\lambda i} + \alpha_{\lambda i})\right)$$

— вероятность выживания кванта (альбедо однократного рассеяния). Полусферические потоки и интенсивности связаны соотношением $F_{s\ \lambda}^{\uparrow\downarrow} = (2\pi/\sqrt{3}) J_\lambda^{\uparrow\downarrow}$. Складывая и вычитая (7) и (8), приходим к системе уравнений:

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{dF_{s\lambda}^{\uparrow}}{d\tau_\lambda} = F_{s\lambda}^{\uparrow} - \frac{\omega_\lambda}{2}(F_{s\lambda}^{\uparrow} + F_{s\lambda}^{\downarrow}) - \frac{\Omega_\lambda}{2}(F_{s\lambda}^{\uparrow} - F_{s\lambda}^{\downarrow}) - \frac{2\pi}{\sqrt{3}}E_\lambda(1-\omega_\lambda); \tag{9}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{dF_{s\lambda}^{\downarrow}}{d\tau_\lambda} = F_{s\lambda}^{\downarrow} - \frac{\omega_\lambda}{2}(F_{s\lambda}^{\uparrow} + F_{s\lambda}^{\downarrow}) + \frac{\Omega_\lambda}{2}(F_{s\lambda}^{\uparrow} - F_{s\lambda}^{\downarrow}) - \frac{2\pi}{\sqrt{3}}E_\lambda(1-\omega_\lambda), \tag{10}$$

где

$$\Omega_\lambda = \Big(\sum_i \sigma_{\lambda i}\bar{\mu}_i\Big)\Big/\Big(\sum_i(\sigma_{\lambda i} + \alpha_{\lambda i})\Big).$$

Уравнения (9), (10) являются обобщением и модификацией двухпотоковых приближений [22, 23, 27, 28] на случай наличия в атмосфере рассеяния и поглощения несколькими субстанциями, например, в присутствии одновременно пара, капель, кристаллов, аэрозолей и газов. Они эквивалентны приближению Чандрасекара первого порядка или одному из вариантов метода дискретных ординат [28]. Каждая из субстанций в атмосфере характеризуется своими $\sigma_{\lambda i}$, $\alpha_{\lambda i}$, μ_i. Для решения этой системы введем эффективный поток коротковолновой радиации (КВР) $F_{s\lambda} = F_{s\lambda}^{\uparrow} - F_{s\lambda}^{\downarrow}$. Дифференцируя (9) по τ_λ, исключая комбинацию $F_{s\lambda}^{\uparrow} + F_{s\lambda}^{\downarrow}$ с помощью (10) и вводя новую переменную $d\tilde{\tau}_\lambda = d\tau_\lambda(1-\omega_\lambda)$ (далее тильду опускаем), получаем уравнение

$$d^2F_{s\lambda}/d\tau_\lambda^2 = \beta_\lambda^2 F_{s\lambda} - 4\pi dE_\lambda/d\tau_\lambda, \tag{11}$$

где $\beta_\lambda^2 = 3(1-\Omega_\lambda)(1-\omega_\lambda)^{-1}$. Для КВР последним членом в (11) можно пренебречь. Граничные условия для потоков: на верхней границе ($\tau_\lambda = 0$) — равенство нисходящего потока солнечной постоянной, на нижней границе ($\tau_\lambda = \tau_\lambda^*$) — условие отражения:

$$F_{s\lambda}^{\downarrow}(0) = \mu_0(t)I_{\lambda 0},\ F_{s\lambda}^{\uparrow}(\tau^*) = A_\lambda F_{s\lambda}^{\downarrow}(\tau^*), \tag{12}$$

где $I_{\lambda 0}$ — спектральная солнечная постоянная; A_λ — спектральное альбедо поверхности; $\mu_0(t)$ — косинус зенитного угла солнца в момент времени t. С учетом (9), (10), (12) граничные условия для потока можно записать в виде:

$$\frac{dF_{s\lambda}}{d\tau_\lambda} - \sqrt{3}(1-\omega_\lambda)F_{s\lambda} = 2\sqrt{3}\mu_0(t)(1-\omega_\lambda)I_{\lambda 0},\ \tau_\lambda = 0; \tag{13}$$

$$\frac{dF_{s\lambda}}{d\tau_\lambda} + \sqrt{3}(1-\omega_\lambda)\frac{1+A_\lambda}{1-A_\lambda}F_{s\lambda} = 0,\ \tau_\lambda = \tau_\lambda^*. \tag{14}$$

3. Метод расчета коэффициентов рассеяния и поглощения

При расчете КВР несколько участков спектра дают сравнимый вклад. Как показали численные эксперименты, достаточную точность обеспечивает учет 31 длины волны. При этом необходимо рассчитать коэффициенты рассеяния $\sigma_{\lambda i}$ и поглощения $\lambda_{\lambda I}$ для каждой длины волны в каждой точке разностной сетки модели. Обычный метод расчета $\sigma_{\lambda i}$, $\lambda_{\lambda i}$ для полидисперсной среды с помощью формул Ми требует много компьютерного времени и весьма трудоемок, поэтому необходимо развитие приближенного и быстрого точного метода расчета $\sigma_{\lambda i}$, $\alpha_{\lambda i}$. Такие методы развивались в работах [5, 18, 24]. Следуя [24], для фактора эффективности ослабления используем формулу Ван де Хюлста [3], полученную в приближении «мягких» частиц и с хорошей точностью описывающую ослабление радиации сферическими аэрозольными частицами, каплями и кристаллами:

$$K_{at} = 2 - 4\frac{\cos z}{\delta}e^{-y}\sin(\delta - z) + 4\left(\frac{\cos z}{\delta}\right)^2[\cos 2z - e^{-y}\cos(\delta - 2z)], \tag{15}$$

для фактора эффективности поглощения — формулу К. С. Шифрина:

$$K_{abs} = 1 - \exp(-4\psi), \tag{16}$$

где $n_{\lambda i} = m_{\lambda i} - i\kappa_{\lambda i}$ — комплексный показатель преломления воды и льда; $\delta = \frac{4\pi r_i}{\lambda}(m_{\lambda i} - 1)$; $\psi = \frac{2\pi r_i \kappa_{\lambda i}}{\lambda}$; r_i — радиус частиц; λ — длина волны; $z = \mathrm{arctg}\frac{\kappa_{\lambda i}}{m_{\lambda i} - 1}$; $y = \delta\frac{\kappa_{\lambda i}}{m_{\lambda i} - 1}$. Спектр капель, кристаллов или аэрозольных частиц будем описывать гамма–распределением с показателем p (аналогичные распределения для облачных или аэрозольных частиц использовались при расчетах по формулам Ми в [5, 7, 22, 23, 30]):

$$f(r_i) = N_i \frac{a^{p_i+1} r_i^{p_i}}{\Gamma(p_i+1)} e^{-ar_i}, \quad a = \frac{p_i+1}{\bar{r}_i}, \tag{17}$$

где N_i, $\bar{r}_i$ — концентрация и средний радиус капель или кристаллов.

Как и в [22], будем называть распределение (17) при p=6, a=1,5 мкм$^{-1}$ «узким спектром», при p=2, a=0,4 мкм$^{-1}$ — «широким» (формула Хргиана – Мазина [19]).

Объемные показатели ослабления $\tilde{\sigma}_{\lambda i}^{at}$, рассеяния $\tilde{\sigma}_{\lambda i}$ и поглощения $\tilde{\alpha}_{\lambda i}$ могут быть рассчитаны по формулам:

$$\tilde{\sigma}_{\lambda i}^{at} = \int_0^\infty dr_i \pi r_i^2 K_{at}\left(\frac{\pi 2r_i}{\lambda}\right) f(r_i); \tag{18}$$

$$\tilde{\alpha}_{\lambda i} = \int_0^\infty dr_i \pi r_i^2 K_{abs}\left(\frac{2\pi r_i}{\lambda}\right) f(r_i); \quad \tilde{\sigma}_{\lambda i} = \tilde{\alpha}_{\lambda i}^{at} - \tilde{\alpha}_{\lambda i}.$$

Подставляя (15)–(17) в (18), интегрируя и используя свойство гамма–функций $\Gamma(x+1) = x\,\Gamma(x)$, получаем:

$$\tilde{\sigma}_{\lambda i}^{at} = 2\pi \bar{r}_i^2 N_i \left\{ \frac{p_i+2}{p_i+1} - \frac{2\cos z}{(p_i+1)\bar{\delta}\beta^{(p_i+2)/2}} \cdot \sin\left[(p_i+2)\cdot \mathrm{arctg}\frac{\bar{\delta}}{p_i+1+\bar{\gamma}} - z\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{2\cos^2 z \cdot \cos 2z}{\bar{\delta}^2} - \frac{2\cos^2 z}{\bar{\delta}^2 \beta^{(p_i+1)/2}} \cos\left[(p_i+1)\cdot \mathrm{arctg}\frac{\bar{\delta}}{p_i+1+\bar{\gamma}} - 2z\right] \right\}, \tag{19}$$

$$\tilde{\alpha}_{\lambda i} = \pi N_i \bar{r}_i^2 \frac{p_i+2}{p_i+1}\left[1 - \left(1 + \frac{4\varkappa_{\lambda i}\bar{\psi}}{p_i+1}\right)^{-(p_i+3)}\right], \tag{20}$$

где

$$\bar{\delta} = \frac{4\pi \bar{r}_i (m_{\lambda i} - 1)}{\lambda}, \quad \bar{\gamma} = \frac{4\pi\varkappa_{\lambda i}\bar{r}_i}{\lambda}, \quad \bar{\psi} = \frac{2\pi \bar{r}_i \varkappa_{\lambda i}}{\lambda}, \quad \beta = \left(1 + \frac{\bar{\gamma}}{p_i+1}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\delta}}{p_i+1}\right)^2.$$

Выражения (19), (20) могут быть использованы для расчета коэффициентов ослабления, рассеяния и поглощения для всех длин волн. Особенно простой вид эти формулы приобретают для коротковолновой солнечной радиации 0,4–4 мкм, которая приводит к нагреванию облаков. Действительно, первый член в (19) будет максимальным при минимальных $\bar{\delta}, \beta$, или если фиксирован $\bar{r}_i$, то при максимальном λ. При λ = 3,8 мкм для узкого спектра $\bar{\delta}$ = 4,6, β = 1,6 и вклад 3-го члена составляет 9,4%. Коэффициенты при sin и cos равны 0,9 и 1,5%. Для широкого спектра $\bar{\delta}$ = 7,4, β = 3,3, вклад второго члена в (19) равен 3,6%, а соответствующие коэффициенты при sin и cos — 0,56 и 0,45%. При меньших λ вклады этих членов еще меньше. Таким образом, для коротковолновой радиации с достаточно хорошей точностью в (19) можно оставить лишь первый и третий члены и записать, выразив z через $m_{\lambda i}$ и $\varkappa_{\lambda i}$:

$$\tilde{\sigma}_{\lambda i}^{at} = 2\pi N_i \bar{r}_i^2 \left[\frac{p_i+2}{p_i+1} + \frac{\lambda^2}{8\pi \bar{r}_i^2} \frac{(m_{\lambda i}-1)^2 - \varkappa_{\lambda i}^2}{[(m_{\lambda i}-1)^2 + \varkappa_{\lambda i}^2]^2}\right]. \tag{21}$$

Отметим, что для длинноволновой радиации $\lambda > 4$ мкм при $\delta < 1$ все члены в (19) могут давать сравнимый вклад. Как видно из (21), в коротковолновом интервале 0,4–3,8 мкм коэффициент ослабления обладает аномальной дисперсией, пропорциональной λ^2, но она незначительна (около 10%), что согласуется с результатами [18] и данными наблюдений.

Объемный коэффициент рассеяния из (20), (21) равен

$$\tilde{\sigma}_{\lambda i} = \pi N_i \bar{r}_i^2 \left[\frac{p_i+2}{p_i+1} + \frac{\lambda^2}{4\pi^2 \bar{r}_i^2} \frac{(m_{\lambda i}-1)^2 - \varkappa_{\lambda i}^2}{[(m_{\lambda i}-1)^2 + \varkappa_{\lambda i}^2]^2} + \frac{p_i+2}{p_i+1} \left(1 + \frac{8\pi \varkappa_{\lambda i} \bar{r}_i}{\lambda (p_i+1)}\right)^{-(p_i+3)} \right]. \tag{22}$$

Сравнение коэффициентов поглощения и рассеяния $\alpha'_{\lambda 1}$, $\sigma'_{\lambda 1}$ [23], рассчитанных по теории Ми; $\alpha_{\lambda 1}$, $\sigma_{\lambda 1}$ — по приближенным формулам (23), (24) и относительные погрешности δ_α, δ_σ

Коэффициенты	Длина волны, мкм									
	0,633	1,03	1,2	1,4	1,7	2,0	2,6	3,0	3,4	3,8
Узкое распределение капель										
$\alpha'_{\lambda 1}$ см²/г				39,03		91,07	338,1	1340	923,7	273,2
$\alpha_{\lambda 1}$ см²/г		0,57	1,77	39,02	11,08	91,05	340,3	1250	810	263
δ_α %				0,03	—	0,02	0,64	6,7	12,2	3,6
$\sigma'_{\lambda 1}$ см²/г	2472	2511	2537	2537	—	2550	2537	1314	1899	2667
$\sigma_{\lambda 1}$ см²/г	2482	2494	2500	2467	2509	2455	2382	1317	1732	2427
δ_σ %	0,4	0,7	1,4	2,7	—	3,7	6,1	0,2	8,9	9,0
Широкое распределение капель										
$\alpha'_{\lambda 1}$ см²/г				34,18	—	80,78	270,3	658,7	556,2	214,4
$\alpha_{\lambda 1}$ см²/г		0,57	1,77	35,02	11,08	82,02	281,2	600	510,2	210,2
δ_α %				2,4	—	1,5	4,03	8,9	8,2	1,9
$\sigma'_{\lambda 1}$ см²/г	1283	1292	1314	1277	—	1274	1122	696	851	1202
$\sigma_{\lambda 1}$ см²/г	1286	1288	1289	1255	1293	1214	1055	703	795	1100
δ_σ %	0,2	0,3	1,9	1,7	—	4,7	6,0	0,8	6,5	8,4

Более универсальными величинами, не зависящими от концентрации частиц, являются массовые коэффициенты, т. е. отнесенные к водности или ледности

$$q_{Li} = \frac{4}{3}\pi N_i \bar{r}_i^3 \rho_i \frac{(p_i+2)(p_i+3)}{(p_i+1)^2}:$$

$$\sigma_{\lambda i} = \frac{3}{4\rho_i \bar{r}_i}\frac{p_i+1}{p_i+3}\left[1+\frac{p_i+1}{p_i+2}\frac{\lambda^2}{4\pi^2\bar{r}_i^2}\frac{(m_{\lambda i}-1)-\varkappa_{\lambda i}^2}{[(m_{\lambda i}-1)^2+\varkappa_{\lambda i}^2]^2}+\left(1+\frac{8\pi\varkappa_{\lambda i}\bar{r}_i}{\lambda(p_i+1)}\right)^{-(p_i+3)}\right]; \quad (23)$$

$$\alpha_{\lambda i} = \frac{3}{4\rho_i \bar{r}_i}\frac{p_i+1}{p_i+3}\left[1-\left(1+\frac{8\pi\varkappa_{\lambda i}\bar{r}_i}{\lambda(p_i+1)}\right)^{-(p_i+3)}\right]. \quad (24)$$

Сравнение $\sigma_{\lambda 1}$ и $\alpha_{\lambda 1}$ рассчитанных по формулам (23), (24), с точными расчетами по формулам Ми [23] приведено в таблице.

4. Алгоритм расчета солнечной радиации

При решении (11) вводится конечноразностная сетка по τ_λ с шагом $\Delta\tau_\kappa$, уравнение записывается .в виде трехточечного разностного:

$$A_\kappa F_{\kappa+1} - B_\kappa F_\kappa + C_\kappa F_{\kappa-1} = 0, \quad \kappa = 1,\ 2,\ ...,\ N-1, \quad (25)$$

где κ — номер узла по вертикали. Коэффициенты выражаются в виде

$$A_\kappa = \frac{2}{\Delta\tau_\kappa(\Delta\tau_\kappa+\Delta\tau_{\kappa+1})};\ C_\kappa = \frac{2}{\Delta\tau_{\kappa+1}(\Delta\tau_\kappa+\Delta\tau_{\kappa+1})};\ B_\kappa = A_\kappa + C_\kappa + \beta_\kappa^2. \quad (26)$$

Уравнение (25) решается прогонкой [20], что приводит к большой экономии машинного времени по сравнению с другими методами (например, использующими интегральную функцию пропускания). Решение ищется в виде

$$F_{\kappa-1} = \xi_\kappa F_\kappa + \eta_\kappa, \quad \kappa = 1,\ 2,\ ...,\ N, \quad (27)$$

прогоночные коэффициенты определяются из формул:

$$\xi_{\kappa+1} = A_\kappa/(B_\kappa - \xi_\kappa C_\kappa),\ \eta_{\kappa+1} = C_\kappa \eta_\kappa/(B_\kappa - \xi_\kappa C_\kappa). \quad (28)$$

Как видно из (26), $A_\kappa > 0$, $C_\kappa > 0$, $A_\kappa + C_\kappa < B_\kappa$, т.е. прогонка устойчива при любых $\Delta\tau_\kappa$ [20]. Граничные условия для (25) можно записать в виде:

$$F_0 = \varkappa_1 F_1 + \nu_1,\ F_N = \varkappa_2 F_{N-1} + \nu_2. \quad (29)$$

Заменяя в (13), (14) дифференциальные операторы конечноразностными, получаем для $\varkappa_1$, ν_1, $\varkappa_2$, ν_2:

$$\varkappa_1 = \left(1 - \sqrt{3}\Delta\tau_1(1-\omega_0)\frac{1+A_\lambda}{1-A_\lambda}\right)^{-1},\ \nu_1 = 0; \quad (30)$$

$$\varkappa_2 = (1-\sqrt{3}\Delta\tau_N)^{-1},\ \nu_2 = 2\sqrt{3}\Delta\tau_N(1-\sqrt{3}\Delta\tau_N)^{-1}\mu_0(t) I_{\lambda 0}. \quad (31)$$

Первое из условий (29) вместе е (27) дает $\xi_1 = \varkappa_1$, $\eta_1 = \nu_1$. После этого из (28) прямой прогонкой определяются все ξ_κ, η_κ. Второе из условий (29) вместе с (27) дает

$$F_N = \varkappa_2 \eta_N/(1 - \varkappa_2 \xi_N), \quad (32)$$

после чего определяются обратной прогонкой все F_κ, что и дает решение задачи. Зная F_κ, с помощью (9), (10) можно рассчитать односторонние потоки и приток:

$$F_\lambda^{\uparrow} = \frac{1}{2}\left(-F_\lambda - \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{dF_\lambda}{d\tau_\lambda}\right); \; F_\lambda^{\uparrow} = \frac{1}{2}\left(F_\lambda - \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{dF_\lambda}{d\tau_\lambda}\right); \tag{33}$$

$$c_p\rho_a\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_\lambda = \frac{F_{\lambda,\kappa+1} - F_{\lambda,\kappa-1}}{\Delta\tau_\kappa + \Delta\tau_{\kappa+1}}, \tag{34}$$

после чего определить альбедо $A_\lambda(z) = F_\lambda^{\uparrow}(z)/F_\lambda^{\downarrow}(z)$ и пропускание $T_\lambda(z) = F_\lambda^{\downarrow}(z)/F_\lambda^{\downarrow}(z_B)$ на высоте z. Поскольку спектры поглощения жидкой воды и льда непрерывны, а пара — линейчатый, то при расчетах выбирались 31 длина волны в интервале 0,4—4 мкм с шагами от сотых до десятых долей микрона так, чтобы разрешить 8 основных полос поглощения пара: a; 0,8; $\rho\sigma_\tau$; Ф; Ψ; Ω; X; 3,2. Каждая полоса разбивалась на три участка с большим коэффициентом поглощения пара в центре и с меньшими — на крыльях полосы. Коэффициенты подбирались из условия наилучшего согласия рассчитанных потоков с данными спектральных измерений, в полосах поглощения пара и между ними [1, 2], при этом различие расчетов данным методом с аналогичными расчетами по методу Монте-Карло [8, 21, 22, 23] не превосходит 5—7%. Разностная сетка по вертикали включала 64 узла: 31 в ППС с шагом 20—50 м и 33 до тропопаузы (z_∞= 11 км) с шагом 330 м. Высота солнца над горизонтом рассчитывалась по формуле $\sin h_s(t) = \sin\delta\cdot\sin\varphi - \cos\delta\cdot\cos\varphi\cdot\cos\omega t$ (φ — широта местности; δ — астрономический угол склонения солнца; ω — частота суточного вращения Земли; t — время после полуночи).

5. Расчет длинноволновой радиации

Для расчета скорости радиационного выхолаживания в облачном слое R_l и эффективного излучения поверхности R_0 использовалась идея схематизации спектра К.Я. Кондратьева [10] и решались уравнения переноса длинноволновой радиации (ДВР) в двухпотоковом приближении. На основе спектральных расчетов с высоким разрешением по частоте ($\Delta\nu$ = 25 см$^{-1}$) [12, 25] учитывалось, что 90—95% вклада в R_l в нижних 1—2 км и в R_0 дает центральная часть окна 8—13 мкм, составляющая p_w = 0,27—0,3 от потока излучения черного тела $B(T)$ и решались уравнения переноса для потоков в окне:

$$\frac{dF_w^{\uparrow}}{dz} = \beta_l\rho_a\left(\alpha_v q + \sum_{i=1}^{N}\alpha_{Li}q_{Li}\right)(p_w B - F_w^{\uparrow}); \tag{35}$$

$$\frac{dF_w^{\downarrow}}{dz} = \beta_l\rho_a\left(\alpha_v q + \sum_{i=1}^{N}\alpha_{Li}q_{Li}\right)(F_w^{\downarrow} - p_w B); \tag{36}$$

$$R_l = (F_l^{\uparrow} + F_l^{\downarrow} - 2B)/c_p\rho_a, \; F_l^{\uparrow,\downarrow} = F_w^{\uparrow,\downarrow} + (1 - p_w)B; \tag{37}$$

$$\alpha_{Li} = \alpha_0\left[1 - \frac{p_i+4}{p_i+1}\bar{r}_i c_1 + \frac{(p_i+4)(p_i+5)}{(p_i+1)^2}\bar{r}_i^2 c_2\right], \tag{38}$$

где $F_\omega^{\downarrow,\uparrow}$ — потоки в окне 8—13 мкм; $F_l^{\downarrow,\uparrow}$ — интегральные потоки радиации; α_v, α_{Li} — массовые коэффициенты поглощения пара, капель, кристаллов и аэрозольных частиц; число субстанций (кроме пара) N равно 2; индекс i = 1 соответствует каплям; i = 2— кристаллам; α_0 = 550 см^2/г; c_1 = 2,26 · 10^{-2} мкм$^{-1}$; c_2 = 8,44 · 10^{-4} мкм$^{-2}$. Эти коэффициенты определялись путем сравнения с данными спектральных расчетов [12, 25]. Отметим, что массовый коэффициент поглощения капель и кристаллов α_{Li}, рассчитанный по (38), равен 500÷550 см^2/г. Обычно применяемые процедуры расчета α_{Li} осреднением спектральных коэффициентов $\alpha_{\lambda L}$ по ПК спектру с весом в виде функции Планка $B_\lambda(T)$ приводят к значениям α_{L1} равным 1100—1700 см^2/г [22, 26, 27, 28], т. е. существенно их завышают. Это .происходит потому, что при таком осреднении большой вклад дают области вне окна 8—13 мкм, где $\alpha_{\lambda L}$ ~ 2000—3000 см^2/г, хотя в приток ДВР в облаке область вне окна вклада почти не дает (5—10%), поскольку вне окна восходящие и нисходящие потоки близки к потокам излучения черного тела. В окне спектральные $\alpha_{\lambda L}$ равны ~ 500—600 см^2/г, что и определяет указанное значение интегрального α_{Li} в пограничном слое атмосферы (1—2 км), т.е. в облаках нижнего яруса [25]. Выше, в облаках среднего и верхнего ярусов, α_{Li}, очевидно, возрастает вместе с вкладом в приток области вне окна; для точного определения α_{Li} в этих ситуациях нужны спектральные расчеты для облаков среднего и верхнего ярусов, аналогичные проведенным в [12].

Алгоритмы, изложенные в данной статье, могут непосредственно использоваться в эволюционных численных моделях, как в [9, 14, 15, 21], или являться основой для исследования влияния микроструктуры облаков на их радиационные характеристики, а также для разработки параметризационных формул.

1. Биненко В.И., Кондратьев К.Я. — Тр. ГГО, 1973, вып. 317, с. 8—16.
2. Биненко В.И., Кондратьев К.Я. — Тр. ГГО, 1975, вып. 331, с. 3—46.
3. Ван де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами. — М: ИЛ, 1961. — 356 с.
4. Волковицкий О.А., Павлова Л.Н., Петрушин А.Г. Оптические свойства облаков. — Л.: Гидрометеоиздат, 1984. — 198 с.
5. Зеге Э.П., Иванов А.П., Кацев И.Л. Перенос изображений в рассеивающей среде. — Минск: Наука, 1985. — 376 с.
6. Зуев В.Е., Креков Г.М., Самохвалов И.В. и др. — Метеорология и гидрология, 1984, № 4, с. 38—45.
7. Зуев В.Е., Креков Г.М. Оптические модели атмосферы. — Л.: Гидрометеоиздат, 1986. — 256 с.
8. Каргин Б.А., Тройников В.С. — Изв. АН СССР. ФАО, 1983, т. 19, № 4, с. 382—389.
9. Коган Е.Л., Мазин И.П., Сергеев Б.Н., Хворостьянов В.И. Численное моделирование облаков. — Гидрометеоиздат, 1984. — 165 с.
10. Кондратьев К.Я. Актинометрия. — Л.: Гидрометеоиздат, 1965. — 691 с.
11. Кондратьев К.Я., Биненко В.И. Влияние облачности на радиацию и климат. — Л.: Гидрометеоиздат, 984. — 210 с.
12. Кондратьев К.Я., Нийлиск Х.Ю., Ноорма Р.О. — Тр. ГГО, 1972, вып. 275, с. 49—62.
13. Кондратьев К.Я., Овчинников М.В., Хворостьянов В.И. — ДАН СССР, 1988, т. 298, № 3, с. 95—98.
14. Кондратьев К.Я., Хворостьянов В.И. — Изв. АН СССР. ФАО, 1986, № 11, с. 1238—1246.
15. Кондратьев К.Я., Хворостьянов В.И. — Изв. АН СССР. ФАО, 1987, № 9, с. 906—914.
16. Куценко Б.Я. — Метеорология и гидрология, 1984, № 9, с. 40—46.
17. Косарев А.Л., Мазин И.П., Невзоров А.Н., Шугаев В.Ф. — В кн.: Вопросы физики облаков. — Л.: Гидрометеоиздат, 1986, с. 160—186.
18. Левин Л.М. Исследование по физике грубодисперсных аэрозолей. — М.: Изд АН СССР, 1961. — 267 с.
19. Мазин И.П., Шметер С.М. Облака. Строение и физика образования. — Л.: Гидрометеоиздат, 1983. — 280 с.
20. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1980. — 535 с.
21. Марчук Г.И., Кондратьев К.Я., Козодеров В.В., Хворостьянов В.И. Облака и климат. — Л.: Гидрометеоиздат, 1986. — 512 с.
22. Радиация в облачной атмосфере/Под редакцией Е.М. Фейгельсон. — Л.: Гидрометеоиздат, 1981. — 280 с.
23. Фейгельсон Е.М., Краснокутская Л.Д. Потоки солнечного излучения и облака. — Л.: Гидрометеоиздат, 1978. — 157 с.
24. Хворостьянов В.И. — Тр. УкрНИГМИ, 1980, вып. 178, с. 86—91.
25. Хворостьянов В.И. — Изв. АН СССР. ФАО, 1981, № 10, с. 1022—1029.
26. Clouds, their formation, optical properties and effects./Ed. by P.V. Hobbs and A. Deepak. — N.Y.: Academic Press, 1981, 512 p.
27. Herman G., Goody R. — J. Atmos. Sci., 1976, v. 33, № 8, pp. 1537—1553.
28. Lion K.-N. An introduction to atmospheric radiation. — N.Y.: Academic Press, 1980, 404 p.
29. Pruppacher H.R., Klett J.D. Microphysics of clouds and precipitation. — D. Reidel. Publ. Comp., Dordrecht, 1978, 714 p.
30. Welch R.M., Cox S.K, Davis J.M. Solar radiation and clouds. — AMS Met. Monogr., 1980, v. 17, № 39.
31. Wendling P. — J. Recti. Atmos., 1980, v. 14, № 3, pp. 339—407.

Институт озероведения
АН СССР, Ленинград
Центральная аэрологическая обсерватория,
Долгопрудный

Поступила в редакцию
1 декабря 1987 г.

K.Ya. Kondratyev, M.V. Ovshinnikov, V.I. Khvorostyanov. **Numerical Simulation of Solar and Long-Wave Radiation Transfer through Mixed and Ice Crystal Clouds. Part I: Model Formulation.**

A computing technique for calculating characteristics of solar and long—wave radiation propagating through the atmosphere is stated. It is based on the solution of the transfer equation for the two—stream approximation taking a detailed account of the droplet and crystal phase microstructure in clouds. An approximated but fairly exact modification of the transfer equation was obtained. Simple analytic expressions for scattering and absorption cross—sections by polydisperse droplet, crystal and aerosol system were derived. A time—saving algorithm allowing for the use of the proposed method in the numerical evolution models was developed.