

Ю.В. Богданова

Нелинейные резонансы в сигналах магнитного и частотного сканирования трехуровневых Λ - и V-систем

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 28.03.2003 г.

Для моделирования сигналов магнитного и частотного сканирования разреженного газа в полуклассическом приближении методом матрицы плотности решается задача о резонансном взаимодействии двух встречных монохроматических волн и частиц с активным переходом $J = 0 \leftrightarrow J = 1$, помещенных в постоянное магнитное поле. Для систем с расщепленным основным состоянием обнаружен резонанс, знак которого зависит от давления газа, интенсивности волн и величины магнитного поля.

Введение

Известно, что интерференция смежных переходов может привести к существенной деформации контура линии резонансной флуоресценции [1], в том числе и полностью подавить поглощение [2]. Степень реализации квантовых интерференционных эффектов резонансно зависит от параметров излучения и среды. Поэтому можно предположить, что, подбирая модель, частоту и интенсивность лазерного излучения и добиваясь максимальных интерференционных особенностей в контуре линии, можно с высокой точностью восстанавливать характеристики среды или излучения по спектроскопическим данным.

Ближайшим аналогом предполагаемого метода исследований является метод пересечения уровней, который основан на зависимости интерференции от величины расщепления подуровней. По сигналу магнитного сканирования определяются атомные константы и константы взаимодействия или решается обратная задача: при известных параметрах среды измеряется величина внешнего магнитного поля [3].

В случае классического метода пересечения уровней предполагается, что сигнал сканирования линейно зависит от слабой интенсивности воздействующего излучения. Современная техника предоставляет возможность проводить исследования сигналов магнитного сканирования при существенных мощностях накачки и изучать нелинейные эффекты. В работе [4] экспериментально исследован нелинейный эффект Фарадея в гелии. Отмечено, что существующие теории дают хорошее согласие с экспериментом по ненасыщенному поглощению, но не предсказывают просветление среды в нулевом магнитном поле, которое наблюдалось в эксперименте при сильных полях.

Спектроскопические нелинейные резонансы можно наблюдать при интенсивностях, близких к насыщению. Для выделения резонансов на доплеровской подложке обычно используют метод пробного

поля или метод селективной по скорости оптической накачки [5]. Например, контур линии поглощения слабой волны в неоне, возбуждаемый мощной встречной волной, имеет вид узкого резонанса на фоне широкой доплеровской подложки [6], причем увеличение мощности накачки приводит к уширению и расщеплению резонанса.

В данной статье аналитически и с помощью числовых расчетов исследуются спектры резонансной флуоресценции и сигналы магнитного сканирования ансамбля трехуровневых систем с расщепленными магнитным полем верхним или нижним уровнями, находящегося в поле встречных бегущих волн произвольной интенсивности.

1. Постановка задачи и общее решение

Предполагаем, что кювета с атомами или молекулами разреженного газа помещается в постоянное магнитное поле H , направленное вдоль оси z . Поляризованные вдоль оси x монохроматические бегущие волны с частотами ω_{\pm} и амплитудами E_{\pm} распространяются навстречу друг другу вдоль оси y :

$$E = E_- \cos(\omega_- t - k_- y) + E_+ \cos(\omega_+ t + k_+ y + \varphi),$$

где t — время; k_{\pm} — модули волновых векторов соответствующих волн; φ — фазовый сдвиг. В случае равных амплитуд и частот бегущие волны образуют стоячую волну.

Считаем, что частоты волн резонансны переходам между основным и возбужденным состоянием частицы газа, причем для Λ -системы угловой момент основного состояния равен 1, возбужденного — 0, для V-системы соответственно угловой момент основного состояния — 0 и возбужденного — 1. Постоянное магнитное поле расщепляет состояние с $J = 1$ на 3 подуровня $m = 0, \pm 1$, обозначаемые в дальнейшем как 0-й, 1-й и 2-й подуровни соответственно.

С учетом геометрии предполагаемого эксперимента оптическое излучение активирует переходы с $\Delta m = \pm 1$, и далее будем рассматривать атомы или молекулы газа как трехуровневые Λ -системы, считая, что переходы между верхним и двумя нижними подуровнями являются разрешенными с дипольным моментом d , а переход между нижними подуровнями — запрещенный переход с нулевым дипольным моментом, или V-системы с тем же дипольным моментом переходов из основного состояния в расщепленное возбужденное.

Введем обозначения: у диагональных элементов матрицы плотности опустим второй индекс, недиагональные элементы матрицы плотности представим в виде суммы двух слагаемых, которые пропорциональны быстро осциллирующей периодической составляющей с комплексными коэффициентами $R_{j\pm}$ ($j = 1, 2$), не зависящими от времени и координаты:

$$\begin{aligned}\rho_{jj} &= \rho_j \quad (j = 1, 2, 3); \quad \rho_{21} = r, \\ \rho_{31} &= R_{1-} e^{-i(\omega_- t - k_- y)} + R_{1+} e^{-i(\omega_+ t + k_+ y + \varphi)}, \\ \rho_{32} &= R_{2-} e^{-i(\omega_- t - k_- y)} + R_{2+} e^{-i(\omega_+ t + k_+ y + \varphi)}.\end{aligned}$$

Стационарные уравнения для элементов матрицы плотности симметричной Λ -системы (разрешенные переходы имеют равные скорости спонтанного распада, $A_1 = A_2 = A$ и константы уширения $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$, константа уширения запрещенного перехода равна Γ_3) в стандартных приближениях вращающейся волны, однородного уширения контура линии, представления взаимодействия и в модели релаксационных констант [7] с учетом введенных обозначений имеют вид

$$\begin{aligned}A\rho_3 + \gamma(\rho_2 - \rho_1) &= 2\text{Im}(V_- R_{1-} + V_+ R_{1+}), \\ A\rho_3 - \gamma(\rho_2 - \rho_1) &= 2\text{Im}(V_- R_{2-} + V_+ R_{2+}); \\ (\delta_{1-} - i\Gamma)R_{1-} &= V_- (r + \rho_1 - \rho_3), \\ (-\delta_{1+} - i\Gamma)R_{1+} &= V_+ (r + \rho_1 - \rho_3), \\ (\delta_{2-} - i\Gamma)R_{2-} &= V_- (r^* + \rho_2 - \rho_3), \\ (-\delta_{2+} - i\Gamma)R_{2+} &= V_+ (r^* + \rho_2 - \rho_3); \\ (2\Delta - i\Gamma_3)r &= V_- (R_{1-} - R_{2-}^*) + V_+ (R_{1+} - R_{2+}^*),\end{aligned}\quad (1)$$

где «*» означает комплексное сопряжение; γ — константа столкновительной релаксации; $2\Delta = 2g\mu_0 H/\hbar$ — величина расщепления нижнего состояния; g — фактор Ландэ; μ_0 — магнетон Бора; V_{\pm} — частота Раби соответствующей волны. Поскольку решение зависит от квадрата частоты Раби, в дальнейшем будем использовать величину $W_{\pm} = V_{\pm}^2$, пропорциональную интенсивности бегущей волны I_{\pm} . В единицах СГСЭ получим

$$W_{\pm} = (dE_{\pm}/2\hbar)^2 = \frac{d^2}{4\hbar^2} \frac{8\pi I_{\pm}}{c} = \frac{2\pi d^2}{c\hbar^2} I_{\pm}.$$

Частотные сдвиги δ_j зависят от величины расщепления, точности резонанса и от скорости конкретной частицы:

$$\begin{aligned}\delta_{1-} &= k_- v + \Omega_- + \Delta; \quad \delta_{1+} = -k_+ v + \Omega_+ + \Delta, \\ \delta_{2-} &= -k_- v - \Omega_- + \Delta; \quad \delta_{2+} = k_+ v - \Omega_+ + \Delta,\end{aligned}$$

где $\Omega_{\pm} = \omega_{30} - \omega_{\pm}$ — отстройка частоты соответствующей бегущей волны от собственной частоты нерасщепленного перехода ω_{30} ; v — скорость взаимодействующей с излучением частицы.

В условии нормировки для матрицы плотности

$$\rho_1 + \rho_2 + \rho_3 \equiv F(v)$$

входит функция $F(v)$, определяющая плотность распределения частиц ансамбля по скоростям в отсутствие внешних воздействий, которую будем считать максвелловской [5]:

$$F(v) = \exp(-v^2/\bar{v}^2) / (\sqrt{\pi}\bar{v}), \quad \bar{v}^2 = 2k_B T/m_a,$$

где \bar{v} — среднеквадратическая скорость частиц, зависящая от k_B — константы Больцмана; T — температуры ансамбля и m_a — массы частиц.

Решение задачи (1) относительно заселенностей уровней можно представить в виде

$$\begin{aligned}\rho_2^{\Lambda}(v) &= F(v) \left[3 - \frac{A(\omega + 2q_1 - q_2)}{A(\omega + q_1) + \omega(q_1 + q_2) + 2q_1 q_2} \right]^{-1}, \\ \rho_3^{\Lambda}(v) &= F(v) \left[3 + \frac{A(2\omega + q_1 + q_2)}{\omega(q_1 + q_2) + 2q_1 q_2} \right]^{-1}, \\ \rho_j &= \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_j(v) dv, \quad j = 1 - 3,\end{aligned}\quad (2)$$

где

$$q_1 = \text{Im}[(\zeta_{1-} + \zeta_{1+})\vartheta_{\zeta}], \quad q_2 = \text{Im}[(\zeta_{2-} + \zeta_{2+})\vartheta_{\zeta}];$$

$$\omega = 2\text{Im}[(\zeta_{1-} + \zeta_{1+})(\zeta_{2-} + \zeta_{2+})\vartheta] + \gamma;$$

$$\vartheta = (\zeta + s)^{-1}; \quad \zeta = i\Gamma_3 - 2\Delta; \quad s = \zeta_{1-} + \zeta_{1+} + \zeta_{2-} + \zeta_{2+}; \quad (3)$$

$$\zeta_{1-} = \frac{W_-}{-i\Gamma + \delta_{1-}}, \quad \zeta_{1+} = \frac{W_+}{-i\Gamma + \delta_{1+}},$$

$$\zeta_{2-} = \frac{W_-}{-i\Gamma + \delta_{2-}}, \quad \zeta_{2+} = \frac{W_+}{-i\Gamma + \delta_{2+}}.$$

Суммарная работа полей P пропорциональна заселенности верхнего уровня и сумме коэффициентов Эйнштейна разрешенных переходов:

$$P^{\Lambda} = 2V_- \text{Im}(R_{1-} + R_{2-}) + 2V_+ \text{Im}(R_{1+} + R_{2+}) = 2A\rho_3^{\Lambda}, \quad (4)$$

работа поля одной волны зависит от всех заселенностей:

$$P_{\pm}^{\Lambda}(v) = -2\text{Im}\left[(\Theta^{\Lambda} - \rho_{2\pm}^{\Lambda})\zeta_{2\pm} + (\Theta^{\Lambda} - \rho_{1\pm}^{\Lambda})\zeta_{1\pm}\right],$$

$$P_{\pm} = \int_{-\infty}^{+\infty} P_{\pm}(v)dv, \quad (5)$$

где $\Theta^{\Lambda} = [(\zeta_{1-} + \zeta_{1+})\rho_1^{\Lambda} + (\zeta_{2-} + \zeta_{2+})\rho_2^{\Lambda} + \zeta_3\rho_3^{\Lambda}]\mathfrak{g}$. Поскольку параметры $\zeta_{j\pm}$ пропорциональны квадрату частоты Раби, то и работа поля прямо пропорциональна W_{\pm} , т.е. интенсивности волны.

Для аналогичного случая V-системы в обозначениях (3) получим

$$\rho_2^V(v) = F(v) \left[3 + \frac{A(2w - 2q_2 + 4q_1 + A)}{2[w(q_1 + q_2) + 2q_1q_2 + Aq_2]} \right]^{-1},$$

$$\rho_3^V(v) = F(v) \left[3 + \frac{A(2w + 4q_2 - 2q_1 + A)}{2[w(q_1 + q_2) + 2q_1q_2 + Aq_1]} \right]^{-1},$$

$$P^V = 2V_- \text{Im}(R_{1-} + R_{2-}) + \quad (6)$$

$$+ 2V_+ \text{Im}(R_{1+} + R_{2+}) = A(\rho_2^V + \rho_3^V),$$

$$P_{\pm}^V(v) = 2\text{Im}\left[(\Theta^V - \rho_{2\pm}^V)\zeta_{2\pm} + (\Theta^V - \rho_{3\pm}^V)\zeta_{1\pm}\right],$$

где $\Theta^V = [\zeta_3\rho_1^V + (\zeta_{2-} + \zeta_{2+})\rho_2^V + (\zeta_{1-} + \zeta_{1+})\rho_3^V]\mathfrak{g}$. Отметим, что для V-системы суммарная работа поля пропорциональна сумме заселенностей верхних уровней.

Полученные выражения не удается проинтегрировать в представленном виде. С учетом того, что зависимость работы полей и заселенностей от скоростей частиц ансамбля представляет отдельный интерес, во втором разделе исследуются распределения заселенностей по скоростям, в третьем разделе проведено интегрирование и рассчитаны сигналы магнитного сканирования и спектральные линии, а в четвертом — построены спектры магнитного и частотного сканирования для слабого пробного поля.

2. Распределение по скоростям

При отсутствии электромагнитных волн вся заселенность квантовой системы сосредоточена на нижнем уровне, причем заселенность зависит от скоростей частиц:

$$\rho_1^{\Lambda}(v) = \rho_2^{\Lambda}(v) = F(v)/2, \quad \rho_3^{\Lambda} = 0,$$

$$\rho_1^V(v) = F(v), \quad \rho_2^V = \rho_3^V = 0.$$

При взаимодействии частиц с бегущей электромагнитной волной резонансно возбуждаются те из них, которые в силу эффекта Доплера попадают в точный резонанс с волной, т.е. для которых выполняется условие

$$\delta_{j\pm} = 0, \quad j = 1, 2, \quad (7)$$

и на фоне максвелловского распределения нижних уровней появляются провалы, а заселенности верхнего уровня отличны от нуля только вблизи резонансов, амплитуда которых пропорциональна $F(v)$. При нулевом расщеплении или при точном резонансе одного из переходов системы число резонансов уменьшается до трех, двух или одного согласно вырождению условий (7). При линейном возбуждении (учитываем только первый порядок по интенсивности волн) заселенность верхних уровней Λ - и V-систем можно представить в виде суммы четырех лоренцевских контуров $L^{kv}(x, \Gamma) = \Gamma^2 / [\Gamma^2 + (kv - x)]^2$, центрированных на скорости x/k ($k_+ = k_- = k$):

$$P^{\Lambda} = 2A\rho_3^{\Lambda} \cong s''; \quad P^V = A(\rho_2^V + \rho_3^V) \cong 2s'';$$

$$\Gamma s'' = W_- [L^{kv}(-\Omega_- - \Delta, \Gamma) + L^{kv}(-\Omega_- + \Delta, \Gamma)] +$$

$$+ W_+ [L^{kv}(\Omega_+ + \Delta, \Gamma) + L^{kv}(\Omega_+ - \Delta, \Gamma)].$$

Заселенность верхнего уровня и, соответственно, суммарная работа поля V-системы точно в 2 раза выше, чем аналогичные характеристики Λ -системы, так как в общее условие нормировки матрицы плотности (6) расщепленные уровни входят с двойным весом. Таким образом, при малых интенсивностях бегущих волн распределение по скоростям верхних уровней Λ - и V-систем состоит из четырех отдельных пиков (рис. 1, а, е).

Учет второго порядка малости по интенсивности волн приводит к произведениям лоренцевских и дисперсионных контуров с различными центрами, но одинаковыми полуширинами, которые можно привести к сумме лоренцевских и доплеровских контуров с различными амплитудами:

$$P^{\Lambda} \cong \Phi(2\gamma); \quad P^V \cong \Phi(A + 2\gamma);$$

$$\Phi(x) = s'' - \frac{3s''^2}{2A} + \frac{(s'^2 - s''^2)\Gamma_3 + s's''4\Delta}{(\Gamma_3^2 + 4\Delta^2)} - \frac{d''^2}{x}, \quad (8)$$

где $d = \zeta_{1-} + \zeta_{1+} - \zeta_{2-} - \zeta_{2+}$ и одним штрихом обозначены действительные, а двумя — мнимые части комплексных величин s , d [ζ и s определены в (3)]. Действительным частям указанных переменных соответствуют суммы дисперсионных контуров, а мнимым частям — суммы лоренцевских контуров. Сумма лоренцевского и дисперсионного контуров с одинаковыми центрами и ширинами приводит к сдвигу максимума результирующего контура и несимметричной форме его крыльев. Таким образом, увеличение интенсивности волн приводит к полевому уширению отдельных контуров и к формированию широкого нелинейного пика на доплеровской подложке (рис. 1, а, е).

В условиях насыщения заселенность верхнего уровня $\rho_{3\text{нас}}(v)$ зависит только от констант релаксации:

$$\rho_{3\text{нас}}(v) = F(v)/(3 + 2A/\Gamma_3).$$

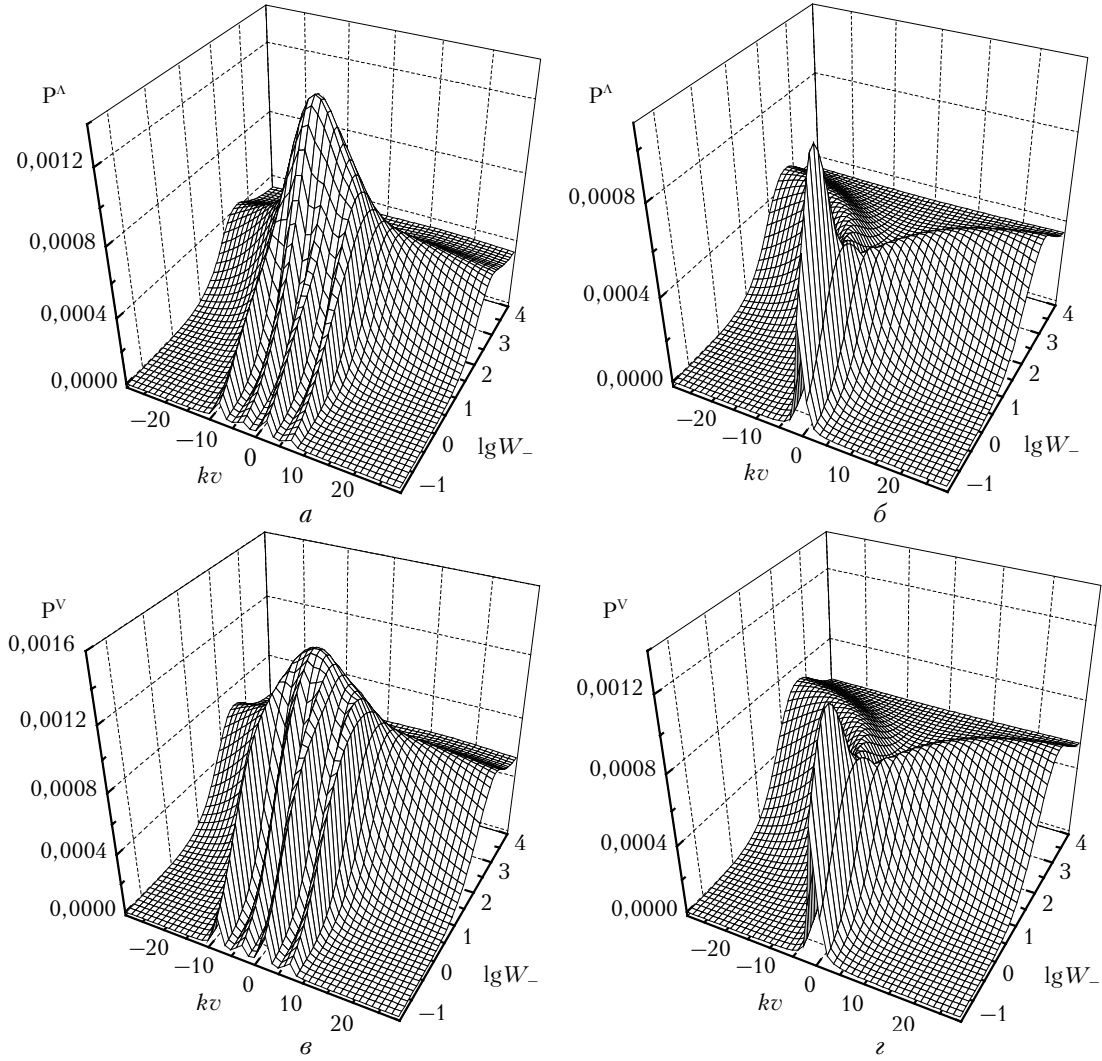


Рис. 1. Распределение заселенности верхних уровней Λ - (а, б) и V - (в, г) систем по скоростям в зависимости от интенсивностей бегущих волн при $A = 1/2$, $\gamma = 0,1$, $\Gamma_3 = \gamma$, $\Gamma = A/2 + \gamma$, $kv = 130$ и $W_+ = W_-/3$, $\Delta = 5$, $\Omega_- = 3$, $\Omega_+ = 2$ (а, в); $W_+ = W_-$, $\Delta = 0,5$, $\Omega_- = 0,3$, $\Omega_+ = 0,2$ (б, г)

Если отстройки от резонанса малы ($\Delta, \Omega < \Gamma$), то и при линейном возбуждении отдельные линии сливаются в один контур (рис. 1, б, г), амплитуда которого максимальна в области средних полей. Аналогичный резонанс по интенсивности наблюдается и для одной бегущей волны, взаимодействующей с трехуровневой системой. Увеличение интенсивности волн приводит к уменьшению пиковой амплитуды контура и его уширению, а для случая стоячей волны в центре контура появляется провал. При отличии интенсивностей более чем на треть провал исчезает. Увеличение интенсивности стоячей волны приводит к возбуждению частиц с большими скоростями. Этот эффект ограничивается доплеровским контуром. Интерференционный сдвиг резонансной частоты для покоящейся квантовой системы рассмотрен в работе [1] и назван гигантским интерференционным сдвигом. При одной бегущей волне и нулевых коэффициентах уширения аналитические выражения для $\rho_3^{\Lambda}(0)$ из (6) совпадают с результатами [1].

Для случая точного резонанса стоячей волны ($W_- = W_+ = W$; $\Omega_{\pm} = 0$) выражения для работы полей $P(v)$ (4), (6) можно привести к сумме условно лоренцевского и условно дисперсионного контуров относительно квадрата скоростей частиц:

$$P^{\Lambda, V}(v) = \frac{F(v)a_L^{\Lambda}}{(k^2v^2 - \Omega_{\Lambda V}^2)^2 + \Gamma_{\Lambda, V}^4} + \frac{F(v)a_D^{\Lambda}k^2v^2}{(k^2v^2 - \Omega_{\Lambda V}^2)^2 + \Gamma_{\Lambda, V}^4}, \quad (9)$$

где

$$a_L^{\Lambda} = \frac{4W}{A} \left(\Gamma^2 + \Delta^2 \right) \left(\Gamma + \frac{4W\Gamma_3}{\Gamma_3^2 + 4\Delta^2} \right); \quad a_L^V = 2a_L^{\Lambda};$$

$$a_D^{\Lambda} = \frac{4W\Gamma}{A}; \quad a_D^V = 2a_D^{\Lambda};$$

$$\Omega_{\Lambda V}^2 = \Delta^2 - \Gamma^2 - 2W \left(1 + \frac{3\Gamma}{2A} + \frac{(2\Gamma - \Gamma_3)\Gamma_3}{\Gamma_3^2 + 4\Delta^2} \right);$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{\Lambda}^4 &= 4\Delta^2 \left(2\Gamma + \frac{3W}{A} \right) \left(\Gamma - \frac{2W(2\Gamma - \Gamma_3)}{\Gamma_3^2 + 4\Delta^2} \right) + \\ &+ W^2 \left(\frac{16(2\Gamma - \Gamma_3)^2 \Delta^2}{(\Gamma_3^2 + 4\Delta^2)^2} - \frac{9\Gamma^2}{A^2} \right) - 4\Gamma^2 \Delta^2, \\ \Gamma_V^4 &= 4\Delta^2 \left(\Gamma + \frac{3W}{A} \right) \left(\Gamma - \frac{4W(2\Gamma - \Gamma_3)}{\Gamma_3^2 + 4\Delta^2} \right) + \\ &+ W^2 \left(\frac{16(2\Gamma - \Gamma_3)^2 \Delta^2}{(\Gamma_3^2 + 4\Delta^2)^2} - \frac{36\Gamma^2}{A^2} \right) + \frac{12W\Gamma\Delta^2}{A}. \end{aligned}$$

Параметры $\Gamma_{\Lambda, V}^4$ и $\Omega_{\Lambda, V}^2$ могут иметь как положительное, так и отрицательное значения, но $\Omega_{\Lambda V}^4 > \Gamma_{\Lambda, V}^4$, и знаменатель (9) всегда больше нуля. Полученное выражение полностью согласуется с результатами численного решения, представленного на рис. 1, б, г.

Первое слагаемое (9) представляет собой контур с амплитудой $F(0)a_L / (\Omega_{\Lambda V}^4 + \Gamma_{\Lambda, V}^4)$ и полушириной $k^2 v_{1/2}^2 = \sqrt{2\Omega_{\Lambda V}^4 + \Gamma_{\Lambda, V}^4} - \Omega_{\Lambda V}^2$. Второе слагаемое имеет нулевой минимум в центре и два максимума на скоростях $\pm \sqrt{2\Omega_{\Lambda V}^4 + \Gamma_{\Lambda, V}^4} / k$ с амплитудой $F(0)a_D / \left[2 \left(\sqrt{2\Omega_{\Lambda V}^4 + \Gamma_{\Lambda, V}^4} + \Omega_{\Lambda V}^2 \right) \right]$. В итоге распределение имеет провал в центре и два боковых максимума с равной амплитудой a_{\max} на скорости v_{\max} :

$$\begin{aligned} 2\Gamma_{\Lambda, V}^4 a_{\max} &= a_D^{\Lambda, V} \Omega_{\Lambda V}^2 + a_L^{\Lambda, V} + \sqrt{\left(\Omega_{\Lambda V}^2 + \frac{a_L^{\Lambda, V}}{a_D^{\Lambda, V}} \right)^2 + \Gamma_{\Lambda, V}^4}; \\ k^2 v_{\max}^2 &= \sqrt{\left(\Omega_{\Lambda V}^2 + \frac{a_L^{\Lambda, V}}{a_D^{\Lambda, V}} \right)^2 + \Gamma_{\Lambda, V}^4} - \frac{a_L^{\Lambda, V}}{a_D^{\Lambda, V}}. \end{aligned}$$

При малых интенсивностях стоячей волны ширина центрального провала определяется расщеплением Δ и шириной переходов Γ (провал на рис. 1, б, г отсутствует, так как $\Delta < 2\Gamma$). В области сильных полей ширина провала линейно зависит от интенсивности — на приведенных графиках максимумы экспоненциально «разбегаются» с ростом десятичного логарифма W .

Определим значение интенсивности стоячей волны w_{\max} , при которой населенность верхних уровней будет максимальна, и вычислим суммарную работу полей в найденной точке:

$$\begin{aligned} 4W_{\max}(v) &= \\ &= \frac{\Gamma(\Gamma_3^2 + 4\Delta^2)(\Gamma^2 + \Delta^2 + k^2 v^2)}{Z \Delta \sqrt{\Gamma^2 + \Delta^2}}; \\ &\frac{\sqrt{(\Gamma^2 + \Delta^2)^2 + 2(\Gamma^2 - \Delta^2)k^2 v^2 + k^4 v^4}}{\Gamma_3(\Gamma^2 + \Delta^2)} \end{aligned}$$

$$P^{\Lambda}(W_{\max}) = \frac{2AF(v)}{3 - 2\theta}, \quad P^V(W_{\max}) = \frac{2AF(v)}{3 - \theta},$$

где

$$\theta = \frac{2A\Delta}{\Gamma^2} \frac{Z \left[\Delta(\Gamma^2 + \Delta^2 - k^2 v^2) - \sqrt{u} \right]}{(\Gamma_3^2 + 4\Delta^2)(\Gamma^2 + \Delta^2 + k^2 v^2)^2};$$

$$u = \left[\Gamma^2 + (\Delta - kv)^2 \right] \left[\Gamma^2 + (\Delta + kv)^2 \right] (\Gamma^2 + \Delta^2);$$

$$Z = \left[(2\Gamma + \Gamma_3)(\Gamma^2 + \Delta^2) + (2\Gamma - \Gamma_3)k^2 v^2 \right].$$

Поскольку параметр θ пропорционален Δ , то с уменьшением расщепления уровней до нуля максимальные заселенности верхних уровней зависят только от скоростей частиц $\rho_j \equiv F(v)/3$.

Полевое уширение распределения заселенностей от скоростей при $W > 1$ становится существенным: полуширина отдельной линии становится сравнимой с полушириной доплеровского контура, что необходимо учитывать при выборе способа интегрирования по скоростям в области сильных полей.

3. Спектр резонансной флуоресценции и сигнал магнитного сканирования

При суммировании сигналов от разных частиц ансамбля отдельные спектральные линии складываются в неоднородно уширенный доплеровский контур. Сигнал магнитного сканирования также имеет доплеровскую форму и характерный провал при нулевом магнитном поле. На фоне широкого спектрального контура и характерного контура магнитного сканирования можно выделить некоторые особенности — нелинейные резонансы, центры, амплитуды и полуширины которых определяются параметрами системы, величиной магнитного поля, а также интенсивностью и частотой бегущих волн.

Проинтегрируем выражение (8), предполагая, что ширина каждой линии много меньше среднеквадратической скорости частиц ансамбля, и найдем приближенное выражение для интеграла (2), выделим отдельные безразмерные лоренцевские $L(x, y) = 1/(1 + x^2/y^2)$ и дисперсионные $D(x, y) = x/y/(1 + x^2/y^2)$ контуры на фоне широких доплеровских ($\exp(-\Delta^2/\bar{v}^2) \cong \exp(-\Omega_0^2/\bar{v}^2) \cong \exp[-(\Delta \pm \Omega_0)^2/\bar{v}^2] \cong 1$):

$$\begin{aligned} \frac{k\bar{v}}{\sqrt{\pi}}(P^{\Lambda} - P_1^{\Lambda}) &= \frac{A - 3\gamma}{4A\Gamma\gamma} X_1 - \frac{A + 3\gamma}{4A\Gamma\gamma} X_2 + \\ &+ \frac{L(2\Delta, \Gamma_3)}{\Gamma_3} X_3 + \frac{D(2\Delta, \Gamma_3)}{\Gamma_3} X_4, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{k\bar{v}}{4\sqrt{\pi}}(P^V - P_1^V) = \frac{-A - 3\gamma}{A(A + 2\gamma)\Gamma} X_1 - \frac{2A + 3\gamma}{A(A + 2\gamma)\Gamma} X_2 +$$

$$+ \frac{L(2\Delta, \Gamma_3)}{\Gamma_3} X_3 + \frac{D(2\Delta, \Gamma_3)}{\Gamma_3} X_4,$$

где

$$\begin{aligned}
X1 &= (W_-^2 + W_+^2)L(\Delta, \Gamma) + 2W_-W_+L(\Omega_- + \Omega_+, \Gamma), \\
X2 &= W_-W_+[L(2\Delta - \Omega_- - \Omega_+, 2\Gamma) + L(2\Delta + \Omega_- + \Omega_+, 2\Gamma)], \\
X3 &= (W_-^2 + W_+^2)L(\Delta, \Gamma) + W_-W_+[L(2\Delta - \Omega_- - \Omega_+, 2\Gamma) + \\
&\quad + L(2\Delta + \Omega_- + \Omega_+, 2\Gamma)], \\
X4 &= (W_-^2 + W_+^2)D(\Delta, \Gamma) + W_-W_+[D(2\Delta - \Omega_- - \Omega_+, 2\Gamma) + \\
&\quad + D(2\Delta + \Omega_- + \Omega_+, 2\Gamma)].
\end{aligned}$$

Выражение (10) описывает нелинейные резонансы, выделяемые на фоне доплеровского контура в области слабых полей. Очевидно, что резонансы с центрами, зависящими только от Δ , реализуются при магнитном сканировании, а только от Ω_{\pm} — при частотном. Резонансы, зависящие и от частотных расстроек, и от величины расщепления уровней, наблюдаются в обоих вариантах постановки эксперимента, причем их центры определяются соответственно величиной магнитного поля или частотами бегущих

волн. Резонансы на Λ - и V -системах имеют одинаковые центры и полуширины, их амплитуды существенно отличаются только при малых значениях γ . В случае V -системы слагаемые с $X1$ и $X2$ описывают нелинейные провалы, амплитуда которых обратно пропорциональна $A + \gamma$. Для случая Λ -системы первые два слагаемых (10) обратно пропорциональны коэффициенту уширения γ , и первое слагаемое изменяет знак при $\gamma = A/3$. При $\gamma, \Gamma_3 \rightarrow 0$ приближение малых интенсивностей в виде (10) неверно, но точные выражения (2), (4) для малых γ и Γ_3 аналитически не интегрируются, поэтому предельный случай рассмотрим численно. На рис. 2 представлены зависимости сигналов магнитного и частотного сканирования газа Λ -систем от давления при интенсивности стоячей волны $W = 0,1$ (рис. 2, *a, в*) и от интенсивности при $\gamma = 0,01$ (рис. 2, *б, з*), полученные путем численного решения и интегрирования задачи (1). Сравним особенности построенных контуров с резонансами, выделенными в (10).

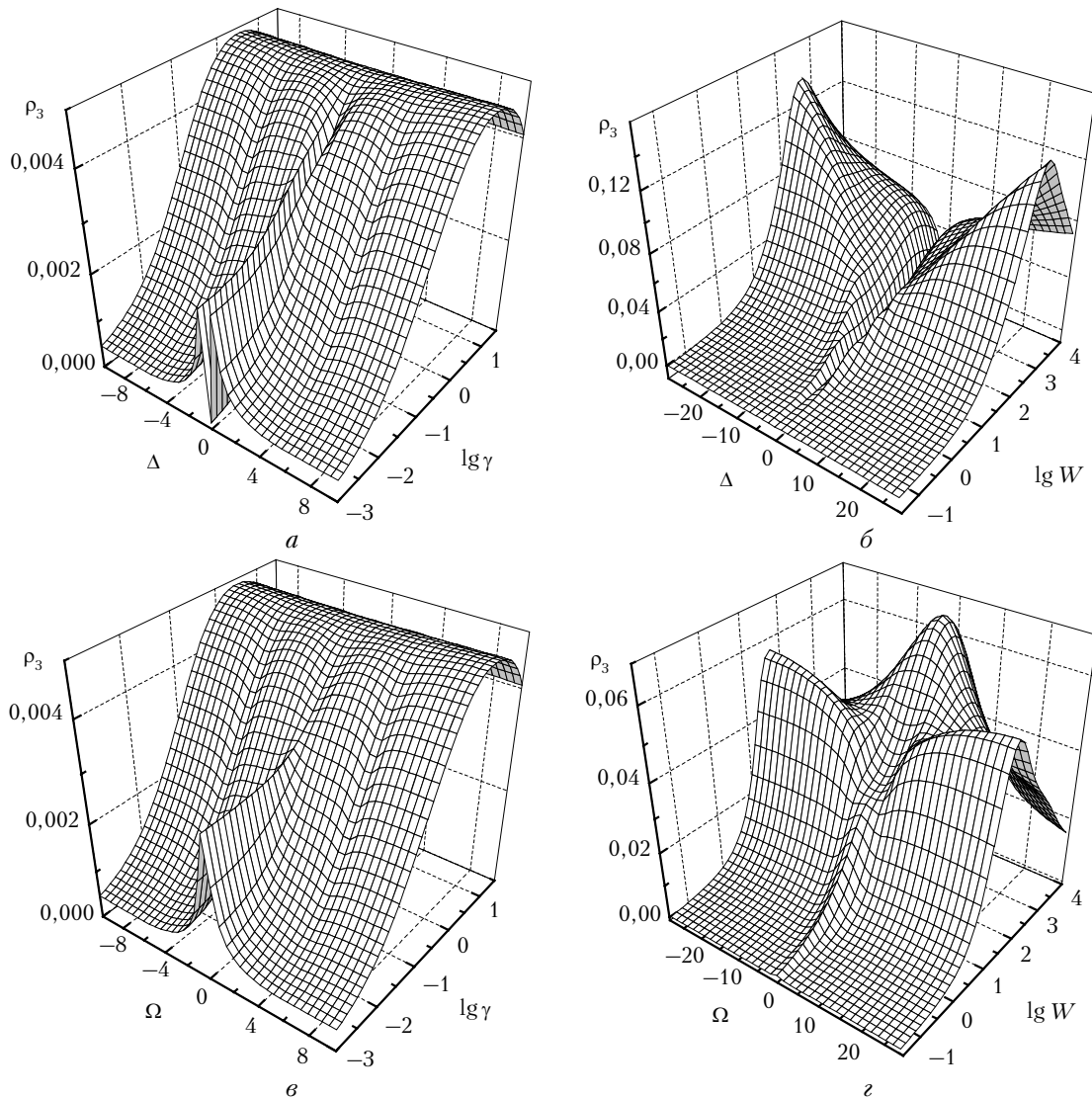


Рис. 2. Сигнал магнитного сканирования (*a, б*) и контур линии (*в, з*) в зависимости от давления (*a, в*) и интенсивности стоячей волны (*б, з*) при $A = 1/2$, $\Gamma_3 = \gamma$, $\Gamma = A/2 + \gamma$, $k\bar{v} = 130$, $\Omega_{\pm} = 5$ (*a, б*) и $\Delta = 5$ (*в, з*) и $W_{\pm} = 0,1$ (*a*), $\gamma = 0,01$ (*б*)

График сигнала частотного сканирования (рис. 2, *в*) содержит три резонанса в области малых давлений. Центральный пик при $\Omega = 0$ с ростом давления трансформируется в провал, как и следует из выражения (10). При нулевых давлениях этот резонанс возрастает до конечной величины, а боковые провалы, выделенные во втором слагаемом (10), практически не заметны на графике. Сигнал магнитного сканирования имеет более сложную форму (см. рис. 1, *а*). При нулевом расщеплении 1-е и 3-е слагаемые (10) имеют наибольшее значение. Первое соответствует пику при малых давлениях, третье — провалу. С ростом γ амплитуды резонансов уменьшаются. Увеличение интенсивности стоячей волны (см. рис. 1, *б, з*) приводит к увеличению амплитуды доплеровской подложки и трансформации резонансов, причем центральный резонанс на контуре линии дважды изменяет знак.

С помощью теории вычетов проинтегрируем выражение (9) и получим значение работы поля, пропорциональной заселенности верхних уровней Λ - и V -систем при нулевой отстройке стоячей волны:

$$2\sqrt{\pi}k\bar{v}P^{\Lambda,V} = \operatorname{Re} \left[\frac{\exp(Z_- / k^2 \bar{v}^2)}{\pm \Gamma_{\Lambda,V}^2} \left(\frac{a_L^{\Lambda,V}}{Z_-} - a_D^{\Lambda,V} Z_- \right) - \frac{\exp(Z_+ / k^2 \bar{v}^2)}{\Gamma_{\Lambda,V}^2} \left(\frac{a_L^{\Lambda,V}}{Z_+} - a_D^{\Lambda,V} Z_+ \right) \right], \quad (11)$$

$$Z_{\pm}^2 = \Omega_{\Lambda V}^2 \pm i\Gamma_{\Lambda V}^2.$$

В знаменателе первого слагаемого (11) берется «+» при $\Gamma_{\Lambda,V}^4 > 0$, или «-» при $\Gamma_{\Lambda,V}^4 < 0$, а при $\Gamma_{\Lambda,V}^4 = 0$ суммарная работа полей равна

$$\left(\frac{a_L^{\Lambda,V}}{2\Omega_{\Lambda V}^2} - \frac{a_L^{\Lambda,V}}{k^2 \bar{v}^2} + \frac{a_D^{\Lambda,V}}{2} + \frac{a_D^{\Lambda,V}}{k^2 \bar{v}^2} \right) \exp \frac{\Omega_{\Lambda V}^2}{k^2 \bar{v}^2} / \left(\sqrt{\pi} k \bar{v} \Omega_{\Lambda V} \right).$$

Выражение для экстремумов (11) от Δ и W можно получить численно.

Графики для контура линии при нулевом расщеплении и сигнала магнитного сканирования при точном резонансе представлены на рис. 3, *а, б* при различных интенсивностях стоячей волны.

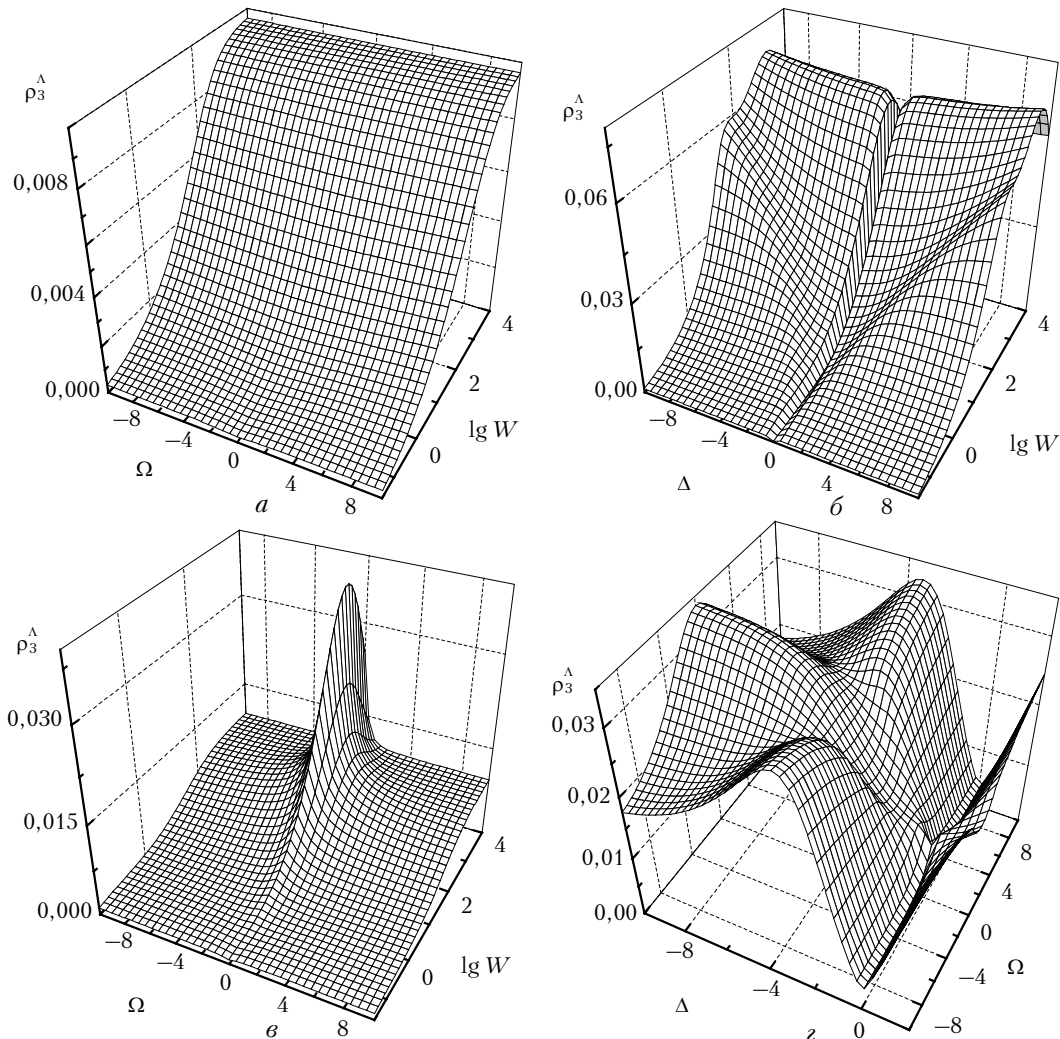


Рис. 3. Зависимость контура линии (*а, в*) и сигнала магнитного сканирования (*б, г*) от интенсивности стоячей волны и заселенности верхнего уровня от величины расщепления и отстройки от резонанса (z) при $A = 1/2$, $\Gamma_3 = \gamma$, $\Gamma = A/2 + \gamma$, $\gamma = 0,01$, $k\bar{v} = 130$ и $\Delta = 0$ (*а*), $\Omega_z = 0$ (*б*), $\Delta = 0,1$ (*в*), $W = 10$ (*г*)

Контур линии не имеет никаких особенностей и обнаруживает лишь равномерное усиление и выход на насыщение. В данном случае доплеровское уширение выравняет нелинейные эффекты. В сигнале магнитного сканирования, описываемом выражением (11), один провал при нулевом расщеплении с ростом поля уширяется (аналогично случаю возбуждения одной бегущей волной), а второй имеет постоянную ширину.

Небольшое увеличение расщепления существенно изменяет сигналы частотного сканирования (рис. 3,б) – в области средних полей появляется нелинейный резонанс в 2 раза большей амплитуды, чем доплеровская подложка. Отметим, что максимальное значение заселенности на этом графике приблизительно в 2 раза меньше максимума заселенности при $\Delta = 5$ (см. рис. 2,з). Форма сигнала магнитного сканирования не изменяется при малых отклонениях стоячей волны от резонанса.

На рис. 3,з представлен график зависимости заселенности верхнего уровня Λ -системы от отстройки частоты от резонанса и величины расщепления при интенсивности стоячей волны $W = 10$, позволяющий оценить зависимость контура линии от величины расщепления и зависимость контура магнитного сканирования от отстройки. При изменении величины расщепления существенно меняется форма контура линии, а именно, при $\Delta = 1 - 8$ в центре контура наблюдается провал в отличие от пика при остальных значениях Δ . Провал в сигнале магнитного сканирования дополнительно сужается в области нулевых отстроек.

4. Метод пробного поля

Предполагая, что интенсивность волны W_- много меньше интенсивности волны W_+ , исследуем спектры частотного и магнитного сканирования слабой пробной волны. Во втором приближении по интенсивности выделим нелинейные резонансы в работе поля одной волны:

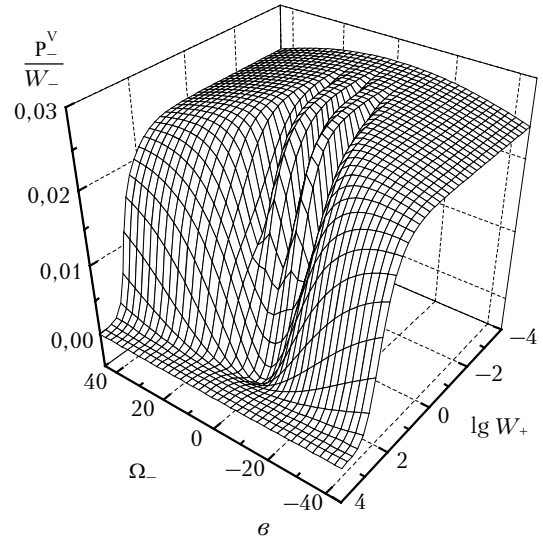
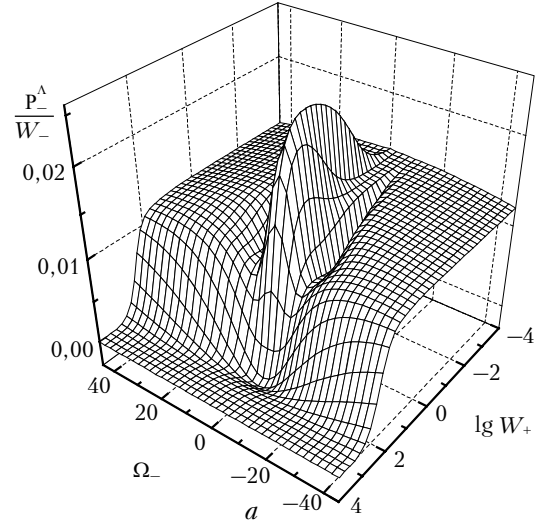
$$\begin{aligned} \frac{k\bar{v}(P_-^\Lambda - P_{1-}^\Lambda)}{\sqrt{\pi} W_+ W_-} &= \frac{A - 3\gamma}{2A\Gamma_\gamma} Y1 - \\ &- \left[\frac{A + 3\gamma}{4A\Gamma_\gamma} + \frac{L(2\Delta, \Gamma_3)}{\Gamma_3} \right] Y2 + \frac{D(2\Delta, \Gamma_3)}{\Gamma_3} Y3, \\ \frac{k\bar{v}(P_-^V - P_{1-}^V)}{\sqrt{\pi} 2W_+ W_-} &= -\frac{2(A + 3\gamma)}{A(A + 2\gamma)\Gamma} Y1 - \\ &- \left[\frac{2A + 3\gamma}{A(A + 2\gamma)\Gamma} + \frac{L(2\Delta, \Gamma_3)}{\Gamma_3} \right] Y2 + \frac{D(2\Delta, \Gamma_3)}{\Gamma_3} Y3, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$Y1 = L(\Omega_- + \Omega_+, \Gamma),$$

$$Y2 = L(2\Delta - \Omega_- - \Omega_+, 2\Gamma) + L(2\Delta + \Omega_- + \Omega_+, 2\Gamma),$$

$$Y3 = D(2\Delta - \Omega_- - \Omega_+, 2\Gamma) + D(2\Delta + \Omega_- + \Omega_+, 2\Gamma).$$



Все выделенные резонансы зависят от произведения интенсивностей двух волн. Резонанс первого слагаемого (12) центрирован на частоте нулевой отстройки и для Λ -системы меняет знак с ростом давления, резонансы второго слагаемого ($Y2$) максимальны при совпадении частоты бегущих волн с частотами разрешенных переходов 1 и 2, третье слагаемое (12) пропорционально произведению дисперсионных контуров с различными центрами и полуширинами.

На рис. 4 представлены графики работы пробного поля для Λ - и V -систем при точном резонансе волны накачки ($\Omega_+ = 0$). Условия расчета соответствуют ситуации, при которой первое слагаемое для Λ -системы положительно, а для V -системы – отрицательно. На графиках, соответствующих частотному сканированию Λ -системы (рис. 4,а), наблюдаются пик ($\Omega = 0$) и два боковых провала ($\Omega = \pm 5$), а для случая V -системы – три провала в тех же точках (рис. 4,б). Боковым резонансам соответствует сумма лоренцевских контуров $Y2$. Эти же резонансы на графиках, соответствующих магнитному сканированию ($\Delta = \pm 5$, рис. 4,б,з), попадают на провал нулевого расщепления.

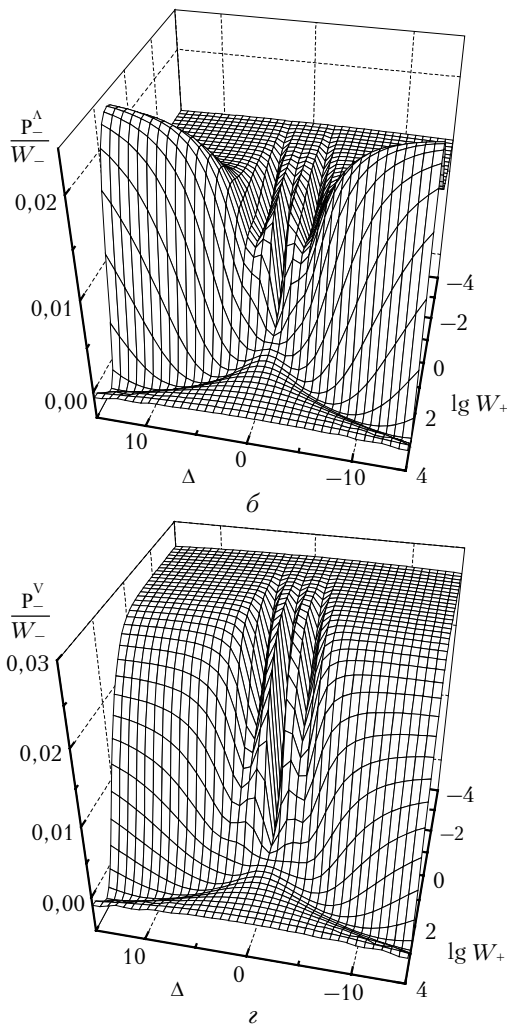


Рис. 4. Зависимость работы пробного поля от частоты отстройки (а, в) и величины расщепления (б, г) при различных интенсивностях волны накачки и при $A = 1/2$, $\Gamma_3 = \gamma$, $\Gamma = A/2 + \gamma$, $\gamma = 0,01$, $W_- = 10^{-7}$, $\Omega_+ = 0$, $k\bar{v} = 150$ и $\Delta = 5$ (а, в), $\Omega = 5$ (б, г)

Отметим, что в области нелинейного взаимодействия пробной волны и встречной волны накачки увеличение интенсивности последней приводит к уменьшению работы пробного поля. На графиках рис. 4 при $W > 100$ существуют области, в которых работа пробного поля имеет отрицательное значение, т.е. происходит усиление пробной волны.

Заключение

Использование для резонансного возбуждения атомов стоячей волны или двух бегущих встречных

волн одинаковой частоты, близких по интенсивности, позволяет получить провал при нулевом магнитном поле, ширина которого определяется давлением газа в кювете и не зависит от мощности возбуждения. Причем увеличение отстройки от резонанса возбуждающего излучения приводит к уменьшению амплитуды сигнала.

Нелинейные интерференционные эффекты подавляются хаотическим движением атомов и молекул газа, поэтому для выделения нелинейных резонансов на фоне доплеровского контура необходимо бигармоническое возбуждение, например встречными бегущими волнами. В этом случае контур линии резонансной флуоресценции более чувствителен к параметрам излучения и атома, чем сигнал магнитного сканирования.

Теоретически рассмотренная в работе проблема взаимодействия атомов газа, помещенного в магнитное поле, со встречными бегущими волнами может быть реализована на практике в задачах спектроскопии нелинейных резонансов и физики газовых лазеров, перестраиваемых магнитным полем. Необходимые условия: давление газа 1–5 торр, интенсивность излучения 0,5–5 Вт/см² и напряженность магнитного поля 0–20 Гс. Особенно следует выделить эффект смены знака нелинейного резонанса с ростом давления для систем с расщепленным основным состоянием, который может использоваться для решения обратной задачи спектроскопии.

1. *Зубова М.С., Кочанов В.П.* Гигантский интерференционный сдвиг линии поглощения при переходе из основного расщепленного состояния // Ж. эксперим. и теор. физ. 1992. Т. 101. № 6. С. 1772–1786.
2. *Агапов Б.Д., Горный М.Б., Матисов Б.Г., Рождественский Ю.В.* Когерентное пленение населенностей в квантовых системах // Успехи физ. наук. 1993. Т. 163. № 9. С. 1–36.
3. *Чайка М.П.* Интерференция вырожденных атомных состояний (пересечение уровней). Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1975. 192 с.
4. *Лукомский Н.Г., Полищук В.А., Чайка М.П., Алишьева Е.А.* Особенности резонансного рассеяния вперед в гелии на переходе $2^3P - 3^3D$ // Оптика и спектроскопия. 1997. Т. 83. № 3. С. 420–426.
5. *Летохов В.С., Чеботаев В.П.* Принципы нелинейной лазерной спектроскопии. М.: Наука, 1975. 280 с.
6. *Карташов И.А., Шишаев А.В.* Радиационный перенос неравновесного распределения атомов по скоростям по вырожденным подуровням основного состояния атома в условиях оптической накачки в интенсивном монохроматическом поле // Письма в ЖЭТФ. 1993. Т. 58. Вып. 7. С. 501–504.
7. *Раутиан С.Г., Смирнов Г.И., Шалагин А.М.* Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул. Новосибирск: Наука, 1979. 312 с.

Ju.V. Bogdanova. Nonlinear resonances in the signals of magnetic and frequency scanning of three-level Λ - and V-systems.

To model the signals of magnetic and frequency scanning of the rarefied gas, the problem of resonant interaction of two monochromatic waves and particles with the active transition $J = 0 \leftrightarrow J = 1$ in stationary magnetic field is solved in semiclassical approximation by the method of density matrix. The resonance with the sign depending on gas pressure, waves' intensity and magnetic field strength was found for systems with a split ground state.