

С.В. Буцев

СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ АДАПТИВНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ ФАЗОВОГО СОПРЯЖЕНИЯ

Применительно к задаче коррекции искажений волнового фронта от удаленного точечного источника синтезирован алгоритм управления корректором волнового фронта адаптивной оптической системы, минимизирующий квадратичный функционал качества.

Введение

Одной из серьезных проблем при создании адаптивных оптических систем (АОС) является разработка эффективных алгоритмов управления исполнительными элементами данных систем — корректорами волнового фронта (КВФ). В настоящее время отыскание оптимального решения, удовлетворяющего некоторому статистическому критерию, задачи коррекции искажений волнового фронта АОС фазового сопряжения подменяются эвристическим конструированием работоспособных алгоритмов [1, 2], которые, по существу, не учитывают динамику изменения статистических характеристик атмосферных искажений и динамические свойства исполнительных элементов системы коррекции.

В этой связи перспективным направлением проектирования высокоточных АОС является использование алгоритмов стохастической теории оптимального управления, которые позволяют сформировать закон управления исполнительным элементом АОС, оптимальный по минимуму интегрального квадратичного функционала качества.

Поэтому научный и практический интерес представляет постановка и решение задачи синтеза закона управления АОС, оптимального по минимуму функционала качества, учитывающего ошибки коррекции искажений волнового фронта и затраты на управление.

1. Постановка задачи

Пусть АОС фазового сопряжения с заданной частью (корректором волнового фронта)

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = A\mathbf{z}(t) + B\mathbf{u}(t), \quad (1)$$

$$\tilde{\alpha}(t) = C\mathbf{z}(t), \quad (2)$$

$$(\alpha = \psi, \theta)$$

предназначена для отслеживания обусловленных атмосферной турбулентностью флуктуаций общего наклона волнового фронта $\alpha(t)$ от удаленного точечного источника

$$\dot{\alpha}(t) = -\beta\alpha(t) + \sqrt{2\beta d} v(t) \quad (3)$$

$$(\alpha = \psi, \theta)$$

при наличии наблюдений с выходов датчика искажений волнового фронта

$$\mathbf{u}_n(t) = k[\gamma(t) - \tilde{\gamma}(t)] + \mathbf{u}_f(t), \quad (4)$$

где $\mathbf{z}(t)$ — κ -камерный вектор состояния объекта управления; A — матрица размерности $(\kappa \times \kappa)$; B — вектор-столбец размерности $(\kappa \times 1)$; C — вектор-строка размерности $(1 \times \kappa)$; $\tilde{\alpha}(t)$ — управляемая величина соответствующая углам наклона КВФ относительно плоскости входного зрачка оптической системы в двух ортогональных направлениях ($\alpha = \psi, \theta$); $u(t)$ — напряжение, подаваемое на приводы КВФ; $\beta = 1/\tau_0$, τ_0 — постоянная времени корреляции случайного процесса $\alpha(t)$; $v(t)$ — «белый» шум, имеющий нулевое среднее и матрицу спектральных плотностей $S_v = 1$; d — дисперсия флуктуаций случайных величин $\alpha(t)$; k — крутизна характеристики датчика относительно величины наклона волнового фронта,

$\gamma(t) = \begin{bmatrix} \psi(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix}$ — объединенный вектор-столбец наклонов волнового фронта, падающего на приемную

апертуру; $\tilde{\gamma}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{\psi}(t) \\ \tilde{\theta}(t) \end{bmatrix}$ – объединенный вектор смещений волнового фронта, вносимых корректором;

$\mathbf{u}_f(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{fv}(t) \\ \mathbf{u}_{f\theta}(t) \end{bmatrix}$ – вектор-столбец шумов измерений (предполагается, что шумы «белые»).

Необходимо найти закон управления КВФАОС $u^*(t)$, оптимальный по минимуму функционала качества

$$J = M \left\{ \int_{t_0}^{t_k} \left[\frac{\Delta\alpha^2(\tau)}{\Delta\alpha_d^2} + \frac{u^2(\tau)}{\Delta u_d^2} \right] d\tau \right\}, \quad (5)$$

где $M\{\cdot\}$ – оператор математического ожидания; $\Delta\alpha(t) = \alpha(t) - \tilde{\alpha}(t)$ – ошибка коррекции общего наклона волнового фронта АОС; $\Delta\alpha_d^2$ – допустимая дисперсия ошибки коррекции; Δu_d^2 – квадрат допустимого напряжения, подаваемого на привод общего наклона волнового фронта.

2. Решение задачи

Согласно теореме разделения теории оптимального управления [3] в системах, синтезируемых в соответствии с критерием качества (5), оптимальные управляющие воздействия линейным объектом являются линейными комбинациями оптимальных оценок векторов параметров, определяющих состояние падающего на апертуру волнового фронта. Поэтому задача формирования оптимальных управляющих воздействий включает в себя задачу оптимального оценивания состояния волнового фронта, решение которой приведено в [4], и задачу формирования управляющих воздействий КВФ на основании данных оценок.

Используя уравнение, описывающее изменение общего наклона волнового фронта (3), и уравнения функционирования КВФ (1)–(2), введем расширенные уравнения состояния и ошибки коррекции общего наклона

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_p(t) &= A_p \mathbf{z}_p(t) + B_p u(t) + F_p v(t); \\ \Delta\alpha(t) &= \alpha(t) - \tilde{\alpha}(t) = C_p \mathbf{z}_p(t); \quad (\alpha = \psi, \theta) \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} A_p &= \begin{bmatrix} -\beta & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix}; \quad B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix}; \quad F_p = \begin{bmatrix} \sqrt{2\beta d} \\ 0 \end{bmatrix}; \\ C_p &= [1 - C]; \quad \mathbf{z}_p(t) = \begin{bmatrix} \alpha(t) \\ \mathbf{z}(t) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Применяя принцип максимума Л.С. Понтрягина [3], можно показать, что в этом случае оптимальное управляющее напряжение $u^*(t)$, минимизирующее функционал (5), будет удовлетворять условию

$$u^*(t) = -K^*(t) \hat{\mathbf{z}}_p(t), \quad (7)$$

где $K^*(t)$ – матрица (вектор-строка) оптимальных коэффициентов усиления, а $\hat{\mathbf{z}}_p(t)$ – вектор-столбец, компоненты которого представляют собой оценку задающего воздействия $\hat{\alpha}(t)$, поступающую с выхода оценщика состояния [4], и вектор состояния объекта управления $\mathbf{z}(t)$, информация о котором снимается с датчика состояния привода КВФ.

Матрица $K^*(t)$ рассчитывается в соответствии с соотношением [3]

$$K^*(t) = B_p^T \Gamma_p(t) / u_d^2, \quad (8)$$

в котором $\Gamma_p(t)$ – матрица, удовлетворяющая матричному дифференциальному уравнению Риккати, (τ – верхний индекс – операция транспонирования).

$$\Gamma_p(t) = -\Gamma_p(t) A_p(t) - A_p^T \Gamma_p(t) + \Gamma_p(t) B_p B_p^T \Gamma_p(t) / u_d^2 - C_p C_p^T / \Delta\alpha_d^2. \quad (9)$$

При реализации данного алгоритма основная трудность заключается в решении уравнения (9) в обратном времени, так как для него граничное условие накладывается на значение $\Gamma_p(t)$ в момент окончания управления t_k . Известно, что при $t_k \rightarrow \infty$ решение уравнения (9) не зависит от граничного условия, а при постоянных матрицах A_p , B_p и C_p , Γ_p становится матрицей с постоянными элементами, отыскиваемой из алгебраического уравнения, получаемого из (9) при $\dot{\Gamma}_p(t) = 0$. Таким образом, данное решение может быть найдено заранее, а значит, и заранее могут быть установлены необходимые коэффициенты усиления сумматоров сигналов, поступающих с выходов оценителя состояния волнового фронта и датчика состояния приводов КВФ, и электронных усилителей.

Заключение

Предложенный подход позволяет формализовать задачу функционирования АОС фазового сопряжения с учетом динамических характеристик фазовых флуктуаций, обусловленных атмосферной турбулентностью, и исполнительных элементов системы коррекции на основе теории оптимального управления динамическими системами. Синтезированный алгоритм обеспечивает наилучшее качество функционирования АОС фазового сопряжения в рамках формализованного описания качества, определенного функционалом (5), который характеризует точность работы системы коррекции и энергетические затраты на управление КВФ.

1. Fried D. L. // J. Opt. Soc. Amer. 1977. V. 67, № 3. P. 370–375.
2. Hudgin R. H. // J. Opt. Soc. Amer. 1977. V. 67, № 3. P. 375–380.
3. Сейдж Э.П., Уайт Ч.С. Оптимальное управление системами / Пер. с англ. под ред. Б.Р. Левина. М.: Радио и связь, 1982. 392 с.
4. Буцев С.В., Хисматулин В.Ш. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 2. С. 222–224.

Поступила в редакцию
18 сентября 1990 г.

S. V. Butsev. **Synthesis of an Optimum Control Algorithm for the Phase Conjugation Adaptive Optical System.**

The paper is concerned with the problem of compensation of the distortions of the wave front from a remote point source. Control algorithms of the wave-front corrector which minimizes the quadratic function of quality is synthesized.