

О.И. Алдошина, А.В. Мамаева, А.В. Фабриков

ОЦЕНИВАНИЕ ВРЕМЕН ЗАДЕРЖЕК ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ПРИ СПУТНИКОВОЙ ЛОКАЦИИ НАЗЕМНЫХ ИСТОЧНИКОВ: МЕТОД УСЛОВНОГО НУЛЯ

Применительно к задаче локализации наземных источников импульсного оптического излучения при наблюдении из космоса описан метод оценивания времен запаздывания сигналов с отдельной обработкой данных от различных космических аппаратов сетевой спутниковой системы. Метод основан на регистрации условной реперной точки сигнала, искусственно конструируемой бортовым вычислительным устройством по конечному набору зашумленных выборочных значений сигнальной функции и однозначно определяемой этими значениями. Теоретический анализ и результаты численного эксперимента по проверке точностных характеристик метода приводят к выводу о практической его полезности для тех применений, где существуют жесткие требования к объему передаваемой по каналам связи информации.

1. Локация источников излучения с помощью спутниковой информационно-измерительной системы типа НАВСТАР или ГЛОНАСС [1] осуществляется разностно-дальномерным методом. Метод этот, в его приспособленном к спутниковым наблюдениям варианте, хорошо известен в радионавигации [2]; последнее время его стали применять и для локации оптических источников (см., например, [3]). Он основан на обработке и сравнении данных от нескольких зарегистрировавших сигнал приемных устройств, расположенных в разных точках пространства, на борту различных космических аппаратов (КА) системы. Исходными величинами для расчета координат источника здесь служат запаздывания, в простейшем случае определяемые как разности моментов начала регистрации сигнала различными КА.

Эффективность метода в большой степени зависит от точности оценивания этих величин по данным наблюдений. В случае сигналов с растянутым во времени фронтом, наблюдаемых на фоне аддитивного шума, понятие «начало регистрации» становится неоднозначным, а основанный на нем алгоритм оценивания времен запаздывания – неточным. Возникает задача разработки точных алгоритмов оценивания времен запаздывания сигналов, в которых указанная неоднозначность исключается. Задача эта важна не только для спутниковой локации, но и для ряда других применений; ее решению посвящено большое количество работ [4].

Возможны два подхода к оцениванию времен запаздывания сигналов при спутниковой локации источников излучения. Один из них связан с совместной, а другой – с независимой обработкой данных от различных КА. В обоих случаях исходят из того, что образуемые этими данными временные ряды представляют собой выборочные значения из измененных по масштабу и сдвинутых во времени слабозмущенных шумом копий одного и того же сигнала.

При первом подходе временные ряды попарно сравниваются между собой с варьируемым сдвигом во времени и ищется величина сдвига, при которой после соответствующего масштабирования достигается их наилучшее по критерию наименьших квадратов (НК) или какому-либо другому критерию совмещение. Эта величина и служит оценкой времени относительно запаздывания сигналов в рассматриваемой паре. Соответствующие методы реализуются с помощью коррелометров [5] или же с помощью адаптивного фильтра, работающего в режиме идентификации подключенной к нему неизвестной системы [6] (см. также [7]). «Неизвестной системой» здесь является оператор преобразования одной из сравниваемых между собой последовательностей выборочных данных в другую. Эти методы дают хорошие результаты, но их реализация связана с дополнительной нагрузкой на каналы связи между КА и наземным вычислительным центром. При ограниченной пропускной способности информационных каналов интерес представляют методы «реперной точки» с отдельной обработкой информации от каждого из КА, что соответствует второму из указанных выше подходов.

В методах «реперной точки» определяются моменты времени $t_i, i = 1, \dots, N$, в которые каждым из N , ведущих наблюдение за источником КА, была зарегистрирована некоторая характерная точка (структурный элемент исчезающе малой протяженности во времени) сигнала. Оценками запаздываний служат тогда разности времен $\Delta t_{ij} = t_i - t_j$.

Такого типа подход широко используется в радионавигации, где сигналы на выходе датчиков имеют четко выраженный максимум. Труднее реализовать такой подход для сигналов сложной заранее неизвестной формы. «Реперную точку» таких сигналов приходится конструировать искусственно на основе зарегистрированных на фоне шума выборок. Но и здесь можно добиться хороших результатов, если положение искусственно созданного (условного) репера на временной оси однозначно определяется набором выборочных данных и мало чувствительно к случайным сдвигам точек считывания внутри общего для всех КА интервала наблюдений. Именно такой подход к оцениванию временных задержек сигналов реализуется в рассматриваемом ниже методе условного нуля. Особенность метода – простота алгоритмической реализации при относительно малой величине погрешностей.

2. Любой метод с искусственно конструируемой реперной точкой включает в себя две различные операции – сглаживание и экстраполирование зашумленных данных, выбранных из сигнала в конечном числе точек на интервале наблюдений. Обе операции могут производиться одновременно с помощью единого математического формализма, опирающегося на метод экстраполяции сегментов частотно ограниченных функций и последовательностей производимых с частотой Найквиста выборок из них [8]. Такой подход изыщен и в ряде случаев эффективен; однако в вычислительном отношении все известные алгоритмы его реализации сложны (см., например, [9]). Эта сложность оправдана в задачах полного восстановления формы сигнала. Но для построения реперной точки с точностью, диктуемой требованиями той или иной прикладной задачи, она избыточна. Объем вычислений можно сократить, разделив эти две операции и осуществив экстраполирование уже сглаженных данных путем подгонки к ним моделирующей сигнал функции. Именно так строится метод условного нуля. Название метода обусловлено тем, что в качестве реперной точки выбирается нуль модельной функции, аппроксимирующей сигнал на интервале наблюдений, но, возможно, расходящейся с ним за пределами этого интервала.

При разработке метода было опробовано два варианта сглаживания данных – с помощью дискретных полиномов Лежандра и с помощью сплайнов. Погрешности аппроксимации для этих двух вариантов в численном эксперименте оказались близки между собой. Теоретический анализ погрешностей более разработан для процесса полиномиального сглаживания [10]; его мы и рассмотрим более подробно.

3. Задача сглаживания выборочных данных формулируется следующим образом. Имеется $L + 1$ чисел y_{n-L}, \dots, y_n , отражающих результаты наблюдений за сигналом $y(t)$ в момент времени t_n и в L предшествующих моментах времени. Задан класс допустимых (гладких) функций $f_n(t)$, из которых нужно выбрать такую $\hat{f}_n(t) \equiv \hat{y}_n(t)$, которая наилучшим образом согласуется с данными $(u_k, t_k), k = n - L, n - L + 1, \dots, n$, по НК-критерию. Ее мы будем называть аппроксимирующей и рассматривать как представление сигнала в интервале (t_{n-L}, t_n) . Индекс n в обозначении $\hat{y}_n(t)$ напоминает о зависимости аппроксимирующей функции от задаваемого моментом времени t_n окна данных. Выборки из $\hat{y}_n(t)$ в пределах этого окна будем называть сглаженными данными.

Примем условие равносмещенности отсчетов, полагая $t_k = k\tau, k = n - L, n - L + 1, \dots, n$, где τ – шаг наблюдения, и ограничимся полиномиальными функциями f_n . Последние будем представлять линейными комбинациями

$$f_n = \sum_{j=0}^m (\beta_j)_n \varphi_j(t) \quad (1)$$

нормированных дискретных полиномов Лежандра $\varphi_j(t)$, ортогональных на конечном множестве равносмещенных точек:

$$\sum_{k=0}^L \varphi_i(k) \varphi_j(k) = \delta_{ij}, \quad \varphi_i(k) \equiv \varphi_i(t_k), \quad t_k = k\tau. \quad (2)$$

В качестве функции стоимости выберем сумму квадратов невязок

$$e_n = \sum_{r=0}^L \left[y_{n-L+r} - \sum_{j=0}^m (\beta_j)_n \varphi_j(r) \right]^2. \quad (3)$$

Параметрами, подгоняемыми под значения y_k при вычислении аппроксимирующей функции $\hat{y}_n(t)$, являются коэффициенты $(\beta_j)_n$ в (1). Они выбираются из условия минимума функционала (3). Составляя и приравнивая нулю производные $\partial e_n / \partial \beta_j, j = 0, 1, \dots, m$, получаем для вычисления $(\beta_j)_n$ систему $m + 1$ уравнений, из которых с учетом соотношения ортонормированности (2) находим

$$(\hat{\beta}_i)_n = \sum_{k=0}^L y_{n-L+k} \beta_j(k), \quad i = 0, 1, \dots, m. \quad (4)$$

При этом

$$D^i \hat{y}_n(t) = \sum_{j=0}^m (\hat{\beta}_j)_n \frac{\partial^j}{\partial t^j} \varphi_j(t), \quad i = 0, 1, 2, \dots. \quad (5)$$

Мы получили аппроксимирующие зависимости для сигнала $y(t)$ и его производных $D^i y(t) \equiv d^i y(t)/dt^i, i = 1, 2, \dots$. Оценкой состояния системы в момент времени t_{n+h} будем называть получаемый из уравнений (5) набор чисел $D^i \hat{y}_n(t_{n+h}) \equiv D^i \hat{y}_{n, n+h}, i = 1, 2, \dots$.

Связь между вектором наблюдений $y_{(n)}$ и вектором оценок состояния системы $y_{(n, n+h)}$ устанавливается линейным соотношением

$$y_{(n, n+h)} = W(h; \tau) y_{(n)}. \quad (6)$$

Матричный оператор $W(h; \tau)$ факторизуется; его можно представить как произведение нескольких более простых матриц, легко вычисляемых с помощью математического формализма дискретного функционального анализа [10]. Зная $W(h; \tau)$, можно вычислить матрицу ковариации погрешностей оценивания $\hat{S}_{(n)}(h; \tau)$; при некоррелированном шуме измерений с нулевым средним и дисперсией σ_v^2 она рассчитывается по уравнению

$$\hat{S}_{(n)}(h; \tau) = \sigma_v^2 W(h; \tau) W^T(h; \tau). \quad (7)$$

Для больших выборок $L \gg m$ элементы матрицы (7) могут быть представлены как функции τ, L и σ_v соотношением

$$[\hat{S}_{(n)}(h; \tau)]_{ij} \approx \{ \alpha_{ij} / [\tau^{i+j} L^{i+j+1}] \} \sigma_v^2, \quad (8)$$

где α_{ij} – постоянные, зависящие от h и m . Рассмотрим более подробно с помощью приближенного равенства (8) диагональные элементы матрицы $\hat{S}_{(n)}$ с индексами (0, 0) и (1, 1); они соответствуют дисперсиям погрешностей оценивания сигнала σ_y^2 и его первой производной $\sigma_{y'}^2$. При $h = -L/2$, т.е. в середине окна, где точность оценивания $y(t)$ и $y'(t)$ максимальная, входящие в (8) коэффициенты принимают следующие значения:

$$\begin{aligned} \alpha_{00} &= 1,00, \quad \alpha_{11} = 12 \quad \text{для } m = 1; \\ \alpha_{00} &= 2,25, \quad \alpha_{11} = 12 \quad \text{для } m = 2; \\ \alpha_{00} &= 2,25, \quad \alpha_{11} = 75 \quad \text{для } m = 3; \end{aligned} \quad (9)$$

Для $m = 2$, таким образом, дисперсии соответствующих оценок равны

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y^2 &\approx \frac{2,25}{L} \sigma_v^2; \\ \sigma_{y'}^2 &\approx \frac{12}{\tau^2 L^3} \sigma_v^2. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

С удалением выборочной точки от центра окна значения α_{ij} , а следовательно, и дисперсии $\sigma_{\hat{y}}$, $\sigma_{\hat{y}'}$ увеличиваются сначала медленно, а затем, с выходом за пределы интервала наблюдений, с нарастающей быстротой. Оценки состояния системы (значений сигнала и его производных) при полиномиальном сглаживании для значений $h > 1$ и $h < -(L + 1)$ теряют смысл. Систематические погрешности оценивания, определяемые величиной первого из отброшенных членов разложения $y(t)$ в степенной ряд, также увеличиваются с удалением от центра окна. Но их зависимость от m и L противоположна той, что характерна для случайных погрешностей: смещения оценок уменьшаются с ростом m и увеличиваются с ростом L . В этом случае, когда полиномиальная модель

$$\hat{y}(t) = \sum_{k=0}^m a_k t^k \quad (11)$$

с не зависящими от h значениями коэффициентов a_k достаточно хорошо описывает фронт сигнала в диапазоне наблюдений, охватывающем все возможные окна оценивания при обработке данных различных КА, систематическими погрешностями сглаживания в методе условного нуля можно пренебречь.

4. Быстрое увеличение погрешностей аппроксимации сигнала полиномами при выходе за пределы окна оценивания делает целесообразным использование этой аппроксимации только для сглаживания, но не для экстраполяции данных. Во всех случаях, когда имеются необходимые априорные сведения, более эффективным оказывается использование для целей экстраполяции структурной модели сигнала с подгонкой ее параметров под сглаженные данные.

В рассматриваемом классе задач локации источников оптического излучения адекватной для многих применений моделью сигнала может служить функция γ -распределения вида

$$\hat{y}(t) = C(t - \tilde{t}) \exp[-(t - \tilde{t}) / T] U(t - \tilde{t}), \quad (t - \tilde{t}) \ll T, \quad (12)$$

$$U(t - \tilde{t}) = \begin{cases} 0, & t \geq \tilde{t}, \\ 1, & t < \tilde{t}; \end{cases}$$

ее можно рассматривать также как частный случай распределения Нейбула. Параметрами в этой модели служат «нуль» сигнала \tilde{t} и постоянные C и T . Подгонка параметров модели к экспериментальным данным достаточно просто производится как во временной, так и в частотной области. Проведем рассмотрение во временной области и определим ожидаемые погрешности экстраполяции данных к нулю для сигналов, допускающих модельное представление (12). Данными будут служить полученные выше оценки \hat{y}_k и \hat{y}'_k значений сигнала и его производной, а точнее – их отношения

$$A_k = \hat{y}'_k / \hat{y}_k, \quad k = 0, 1, \dots, n - 1, \quad (13)$$

найденные для средних точек окон сглаживания (рис. 1).

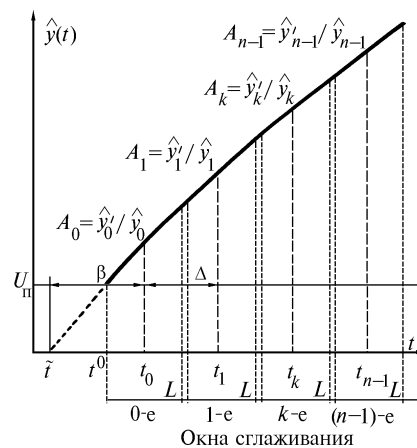


Рис. 1. К задаче определения реперной точки – условного «нуля» сигнала

Замена данных \hat{y}_k' и \hat{y}_k их отношениями A_k позволяет с помощью вытекающего из (13) равенства

$$\hat{y}'(t)/\hat{y}(t) = [1/(t - \tilde{t})] - 1/T \quad (14)$$

исключить из рассмотрения постоянную C . Расчетные соотношения для подгонки оставшихся параметров \tilde{t} и T запишутся тогда в виде

$$\begin{aligned} [1/(t_i - \tilde{t})] - 1/T &= A_i ; \\ [1/(t_j - \tilde{t})] - 1/T &= A_j , \end{aligned} \quad (15)$$

где t_i и t_j – моменты времени, относящиеся к произвольно выбранной паре окон i и j . Пусть $\Delta = t_j - t_i$ и $\beta = t_0 - \tilde{t}$. Тогда из (15) сразу же следует

$$\begin{aligned} \tilde{t} &= t_0 - \beta , \quad T = (\beta + i\Delta)/[1 - A_i(\beta + i\Delta)] ; \\ C &= \hat{y}_i / \{(t_i - \tilde{t}) \exp [-(t_i - \tilde{t})/T]\} , \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\beta = \Delta \left\{ -\frac{i+j}{2} + \frac{1}{2} \left[(i+j)^2 + \frac{4(j-i)}{(A_i - A_j)\Delta} - 4ij \right]^{1/2} \right\} . \quad (17)$$

Погрешности оценивания β , а следовательно, и $t_{\text{усл}} \equiv \tilde{t}$, определяются погрешностями оценивания входящих в (17) A_i и A_j , зависящих от \hat{y}_i, \hat{y}_i' и \hat{y}_j, \hat{y}_j' . Величины A_i и A_j статистически независимы, и корреляции между ними отсутствуют. Если оценка производится по точкам, расположенным в середине окон сглаживания i и j , корреляции между \tilde{y}_i' и \tilde{y}_i также отсутствуют; это видно из приведенных на рис. 2 зависимостей. В этих условиях дисперсия погрешностей оценивания $t_{\text{усл}}$ может быть легко рассчитана.

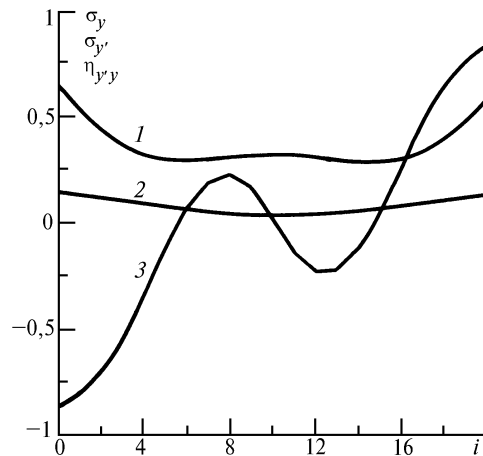


Рис. 2. Зависимость случайных погрешностей $\sigma_y, \sigma_{y'}$ и коэффициента корреляции $\eta_{y'y}$ (кривые 1, 2, 3 соответственно) от номера точки сетки i окна сглаживания ($L = 21$) дискретными ортогональными полиномами Лежандра

Пусть $m = 2, \Delta = L, i = 0$ и $j = 1$. Учитывая, что сигналы имеют значительный участок переднего фронта, близкий к линейному, принимаем

$$\bar{y}_0 \simeq C\bar{\beta} , \quad \bar{y}'_0 \simeq C , \quad \bar{y}_1 \simeq C(\bar{\beta} + L) , \quad \bar{y}'_1 \simeq C ,$$

черточка над \hat{y}_i и \hat{y}_i' обозначает, что эти величины относятся к точкам, лежащим в середине окон сглаживания. Тогда, с учетом полученных выше оценок (10) для погрешностей сглаженных выборочных данных, имеем

$$\sigma_{\text{усл}} \approx \frac{\sigma_v [\bar{\beta}(\bar{\beta} + L\tau)]^2}{C L(L\tau + 2\bar{\beta})} \left[\left(\frac{1}{\bar{\beta}^2} + \frac{1}{(\bar{\beta} + L\tau)^2} \right) \frac{12}{L^3} + \left(\frac{1}{\bar{\beta}^4} + \frac{1}{(\bar{\beta} + L\tau)^4} \right) \frac{2,25}{L} \right]. \quad (18)$$

Входящая в (18) величина σ_v/C соответствует времени t_v нарастания модельного сигнала (12) от нуля до уровня шума. Это время связано с длительностью сигнала T и с отношением сигнал-шум в максимуме S равенством $t_v = T/Se$, где $e \approx 2,7$ – основание натуральных логарифмов. Задаваясь различными значениями, близкими к 1, при $L = 21$ получаем $\sigma_{\text{усл}} \approx 1,5; 0,87; 0,35$ мкс, для $t_v = 1,4; 1,0; 0,5$ мкс.

Взятые значения t_v соответствуют сигналам с достаточно большим отношением сигнал-шум в максимуме – порядка 20 дБ и более. При $T = 500$ мкс, например, значение $t_v = 0,5$ мкс получается при $3S \approx 370$. При малых S погрешность оценивания $t_{\text{усл}}$ увеличивается.

5. Запаздывания определяются как разности двух независимых случайных величин – значений $t_{\text{усл}}$ для соответствующей пары сигналов. Поэтому для дисперсии оценивания запаздывания можно принять

$$\sigma_{\Delta t}^2 \approx 2\sigma_{t_{\text{усл}}}^2. \quad (19)$$

При $\sigma_{t_{\text{усл}}} = 0,35$ мкс неопределенность в значениях Δt составляет примерно 0,5 мкс, что дает возможность определять координаты источника с точностью до 100–150 м. Этого достаточно для ряда применений.

Приведенные значения погрешностей оценки времен запаздывания сигналов по методу условного нуля были проверены в численном эксперименте на 600 сериях модельных данных по 256 выборкам в каждой как для полиномиального, так и для сплайнового сглаживания. В обоих случаях получены близкие результаты, отличающиеся от теоретических оценок не более чем на 15–20%. Таким образом, для сигналов достаточно большой мощности точностные характеристики метода удовлетворяют средним по жесткости требованиям к разрешающей способности локационной системы. Метод прост в реализации и может оказаться полезным для применений, связанных с задачей спутниковой локации источников излучения, где требуется максимально ограничить объем передаваемой по каналам связи с землей информации, например с оперативным оцениванием параметров наземных самосветящихся объектов.

1. Савин А. И. // Исследование Земли из космоса. 1993. N. 1. С. 40–49.
2. Шабшаевич В. С., Дмитриев П. П., Иванцев Н. В. и др. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. М.: Радио и связь, 1993. 450 с.
3. Алдошина О. И., Фабриков А. В. // Оптика атмосферы и океана. 1994. Т. 7. N. 3. С. 414–418.
4. Time Delay Estimation // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process., 1981. Vol. ASSP-29, N. 29. Special issue.
5. Картер Г. К. Оценивание когерентности и временной задержки // ТИИЭР. 1987. Т. 87. N. 2. С. 64–85.
6. John D. H., Ahmed N., Carter G. C. On using the LMS algorithm for time-delay estimation // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process., 1982. Vol. ASSP-30, N. 5. P. 798–801.
7. Сталь Н. Л., Фабриков А. В., Фабриков В. А. // Алгоритмы и структуры систем отображения информации. Сб. науч. тр. ТулГУ, 1994. С. 37–46.
8. Sang J. L. C., Huang T. S. // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process., 1983. Vol. ASSP-31, N. 5. p. 1276–1285.
9. Diethorn E. J., Munson D. C. // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process., 1991. Vol. SP-39, N. 1. P. 55–68.
10. Morrison N. Introduction to sequential smoothing and prediction. N. Y.: McGraw-Hill, 1969. 645 p.

Научный центр оптико-физических исследований,
Москва

Поступила в редакцию
30 октября 1995 г.

O. I. Aldoshina, A. V. Mamaeva, A. V. Fabrikov. **Time Delay Estimation for Terrestrial Radiation Sources: Pseudozero Point Method.**

Method of time delay estimation for satellite location of terrestrial radiation sources with separate data processing for each satellite sensor output is described. Method is based on registration of conditional «bench-mark» point (pseudozero point) which is artificially constructed by board computer for noisy sampling values of signal and uniquely defined by these values. Theoretical analysis and numerical experiment suggest that the method may be useful in those applications where rigid restrictions on communication channel are superimposed.