«Оптика атмосферы и океана», **9**, N 7 (1996)

УДК 631.136+629.78+629.75

А.В. Фабриков

РСЧ-АЛГОРИТМ В ЗАДАЧЕ ЛОКАЦИИ НАЗЕМНЫХ ИСТОЧНИКОВ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ СПУТНИКОВОЙ СИСТЕМОЙ

В связи с задачей спутниковой локации наземных источников излучения рассмотрены современные подходы к решению переопределенных систем линейных уравнений со случайными погрешностями определения их левых и правых частей. В этих подходах широко используется алгоритм сингулярного разложения и основанный на нем полный метод наименьших квадратов (ПМНК), линеаризирующий норму Фробениуса корректирующей систему расширенной матрицы. Дано описание техники ПМНК, слабо освещенной в отечественной литературе, и очерчена область применения метода.

1. Процедура разложения линейного оператора по сингулярным (особым) числам, называемая SVD или РСЧ-алгоритмом [1], широко используется при обработке сигналов [1 – 4], обеспечивая в ряде случаев более высокую точность и робастность, чем все другие известные подходы к решению задач метода наименьших квадратов (МНК) [4]. Особенно эффективен РСЧ-алгоритм в тех случаях, когда погрешности присутствуют не только в правой, но и в левой части уравнений, и задача решается не обычным, а полным или расширенным методом наименьших квадратов (ПМНК) [5]. Именно этот случай рассматривается в данной статье в связи с локацией наземных или околоземных источников излучения спутниковой системой типа NAVSTAR или ГЛОНАСС [6].

Рассмотрение проводится здесь применительно к точечному изотропно излучающему световые импульсы источнику, но оно может быть распространено и на более широкий класс задач локации источников излучения, не обязательно оптического, достаточно большой мощности, когда локация производится по разностно-дальномерной схеме.

В разностно-дальномерной схеме локации координаты источника x, y, z определяются по разностям f_{ik} длин пути от источника до зарегистрировавших сигнал космических аппаратов:

$$f_{ik} \equiv f_{ik}(x, y, z) = r_i - r_k, \;\; k, i = 1, 2, ..., N;$$
$$r_l = \sqrt{(x_l - x)^2 + (y_l - y)^2 + (z_l - z)^2}, \;\; l = 1, 2, ..., N; \tag{1}$$

x_l, y_l, z_l – координаты l-го КА. В эксперименте определяются не сами f_{ik}, а связанные с этими величинами соотношением

$$c\Delta t_{ik} \approx f_{ik} \tag{2}$$

временные задержки Δt_{ik}, которые находят одним из двух способов: а) путем фиксирования моментов начала регистрации сигнала отдельно i-м и k-м КА с последующим вычислением $\Delta t_{ik} = t_i - t_k$, либо б) совместной обработкой зарегистрированных версий сигнала и нахождением сдвига во времени, при котором версии наилучшим образом совмещаются друг с другом. Последнее осуществляется с применением коррелометра, адаптивного фильтра или какого-либо другого устройства сравнения двух слабовозмущенных, сдвинутых во времени и измененных по масштабу копий одного и того же сигнала (см., например, [7])

$$s_1(t) = s(t) + n_1(t), s_2(t) = as(t - \tau) + n_2(t),$$

где τ – задержка; a – масштабный коэффициент; $n_1(t)$ и $n_2(t)$ – шумовые процессы. Первый подход дает $m = N - 1$ линейно и статистически независимых случайных величин Δt_{ik} (оценка на основе зашумленных данных всегда является случайной величиной); при втором подходе статистически независимы все величины Δt_{ik}, т.е. $m = N(N - 1)/2$.

Формализуем описанную схему удобным для дальнейшего рассмотрения способом. Введя однопараметрическую нумерацию всех пар индексов (i, k), которым соответствуют статистически независимые Δt_{ik}, исходные уравнения (2) разностно-дальномерной схемы запишем в виде

$$\mathbf{f} \simeq \Delta, \tag{3}$$

где $\mathbf{f} = [f_1 \ldots f_m]^{\mathrm{T}}$ и $\Delta = [\Delta_1 \ldots \Delta_m]^{\mathrm{T}}$ – вектор-столбцы размера $m{\times}1$ с элементами $f_l = f_{ik}$ и $\Delta_l = c\Delta_{ik}$, $l = 1, \ldots, m$ размера соответственно; l – индекс пары (i, k); Т – знак матричного транспонирования.

Вектор **f** является нелинейной функцией вектора параметров

$$\theta = [x, y, z]^{\mathrm{T}}, \tag{4}$$

т. е. $\mathbf{f} \equiv \mathbf{f}(\theta)$. Воспользовавшись разложением в ряд Тэйлора

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}(\theta_0) + A(\theta - \theta_0) + \ldots$$

и ограничившись в этом разложении первыми двумя членами, получаем линеаризованную версию уравнения (3)

$$A^{(0)}\,\mathbf{x}^{(0)} \simeq \mathbf{b}^{(0)}, \tag{5}$$

с помощью которой и производится оценивание θ. Здесь

$$\mathbf{x}^{(0)} = \theta - \theta_0, \quad \mathbf{b}^{(0)} = \Delta - \mathbf{f}(\theta_0); \tag{6}$$

$m \times 3$ матрица A – это матрица Якоби, $A = d\mathbf{f}/d\theta\,\big|_{\theta = \theta_0}$, элементами которой являются функционалы

$$A^{(0)}_{ik} = \left.\frac{\partial f_i}{\partial x_k}\right|_{\theta = \theta_0}, \quad i = 1, \ldots, m; \; k = 1, 2, 3; \tag{7}$$

$x_1 = x, \; x_2 = y, \; x_3 = z;$

θ_0 – номинальные значения θ.

Первоначально выбранное из априорных соображений номинальное значение θ_0 уточняется далее в ходе вычислений. На i-й итерации в качестве θ_0 используется оценка $\hat{\theta}^{(j-1)}$ вектора θ, полученная на предыдущей (j – 1)-й итерации. При этом

$$A^{(j)}\,\mathbf{x}^{(j)} \simeq \mathbf{b}^{(j)};$$

$$\mathbf{x}^{(j)} = \theta - \hat{\theta}^{(j-1)}, \quad \mathbf{b}^{(j)} = \Delta - \mathbf{f}(\theta^{(j-1)}); \tag{8}$$

$$A^{(j)}_{ik} = \left.\frac{\partial f_i}{\partial x_k}\right|_{\theta = \theta^{(j-1)}}, \tag{9}$$

$i = 1, \ldots, m; \; k = 1, 2, 3.$

2. В типичной ситуации $m > 3$ уравнения (3), а следовательно, и (5), (8) переопределены и, несовместны. Последнее обстоятельство отмечено знаком приближенного равенства «$\simeq$» в этих уравнениях. Они не имеют решения в обычном смысле, но допускают оценивание **x**, оптимальное по тому или другому критерию. МНК-оценкой $\hat{\mathbf{x}}$ вектора параметров **x**, такого, что

$$A\mathbf{x} \simeq \mathbf{b}, \tag{10а}$$

$$[A \,|\, \mathbf{b}]\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ -1 \end{bmatrix} \simeq 0, \tag{10б}$$

является, как известно [3], решение нормальных уравнений

$$A^{\mathrm{T}} A\, \mathbf{x} = A^{\mathrm{T}} \mathbf{b}. \tag{11}$$

Знак «≃» заменен на «=», поскольку умножение на A^{T} обратило в нуль составляющие вектора данных $\mathbf{b}$, ортогональные к пространству столбцов A, что сделало систему уравнений (10) совместной. Для $m \times n$ матрицы A полного ранга $r \equiv \operatorname{rank}(A) = n$ матрица $A^{\mathrm{T}} A$ имеет обратную матрицу; при этом существует единственное решение (11)

$$\hat{\mathbf{x}} = (A^{\mathrm{T}} A)^{-1} A^{\mathrm{T}} \mathbf{b}, \tag{12}$$

которое и является МНК-оценкой $\mathbf{x}$.

Если $r < n$, однозначное решение (11) можно получить, накладывая на $\mathbf{x}$ дополнительное требование минимальности нормы. Оценка, удовлетворяющая требованию МНК и обладающая минимальной евклидовой нормой по сравнению со всеми другими удовлетворяющими этому требованию оценками (МНМНК), дается формулой

$$\hat{\mathbf{x}} = A^{+} \mathbf{b} = (A^{\mathrm{T}} A)^{+} A^{\mathrm{T}} \mathbf{b}, \tag{13}$$

где A^{+} – соответствующая A обобщенная обратная или псевдообратная [8] матрица.

Явное выражение для A^{+} легко найти, вычислив РСЧ матрицы A:

$$A = U\Sigma V^{\mathrm{T}} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^{\mathrm{T}}, \quad \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_n, \tag{14}$$

где U и V – ортогональные матрицы; Σ – диагональная матрица; λ_i – сингулярные числа, а $\mathbf{u}_i$ и $\mathbf{v}_i$ **–** левые и правые сингулярные векторы A. РСЧ существует для любой матрицы, и оно единственно. Для его вычисления существуют хорошо разработанные алгоритмы (см., например, [8]). Из (14) сразу же следует формула для РСЧ обобщенной обратной матрицы

$$A^{+} = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i^{-1} \mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^{\mathrm{T}}. \tag{15}$$

Подстановка (15) в (13) дает решение задачи (10) в виде

$$\hat{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i^{-1} (\mathbf{u}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{b}_i) \mathbf{v}_i, \tag{16}$$

здесь $\mathbf{u}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{b}_i$ – скалярное произведение векторов $\mathbf{u}_i$ и $\mathbf{b}_i$; $r \leq n$ – ранг матрицы A, соответствующий числу отличных от нуля чисел λ_i в (14). Для $r = n$ (15) и (12) совпадают и

$$A^{+} = (A^{\mathrm{T}} A)^{-1} A^{\mathrm{T}}. \tag{17}$$

В этом нетрудно убедиться, подставив в (16) сингулярные разложения A и A^{T} и учтя равенства $A^{\mathrm{T}}A = V\Sigma^{-2}V^{\mathrm{T}}$, $(A^{\mathrm{T}}A)^{-1} = V\Sigma^{-2}V^{\mathrm{T}}$, $(A^{\mathrm{T}}A)^{-1}A^{\mathrm{T}} = V\Sigma^{-1}U^{\mathrm{T}}$.

3. Уравнения (10) и (11) не эквивалентны друг другу. Переход от (10) к (11) однозначен лишь в прямом направлении. Смысл этого перехода заключается в корректировке вектора данных $\mathbf{b}$ добавлением к нему некоторого поправочного вектора $\mathbf{r}$ такого, что уравнения

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{r}, \quad \mathbf{b} + \mathbf{r} \in \operatorname{range}(A) \tag{18}$$

становятся совместными, поскольку вектор $\mathbf{b} + \mathbf{r}$ лежит в пространстве столбцов матрицы A. На $\mathbf{r}$ при этом накладывается требование минимальности евклидовой нормы, т.е. решение (18) МНК есть решение (10) лишь в том случае, если одновременно с (18) выполняется условие

$$\|\mathbf{r}\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} r_i^2} = \min. \tag{19}$$

Нетрудно видеть, что

$$\mathbf{r} = A\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{b} = (AA^{+} - I)\mathbf{b} = (UU^{\mathrm{T}} - I)\mathbf{b}. \tag{19a}$$

Очень часто несовместность системы (10) вызывается «зашумлением» не только правой, но и левой части уравнения (10). Наряду с погрешностями измерений, являющимися источником возмущения элементов **b**, важную роль играют также погрешности моделирования, проявляющиеся в неточности задания элементов A. Учет этого обстоятельства приводит к обобщению классического метода наименьших квадратов – полному, или расширенному МНК (ПМНК) [2, 4].

В ПМНК исходное уравнение (10) заменяется аппроксимацией

$$(A + E)\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{r} \tag{20а}$$

или, что то же,

$$(B + D)\mathbf{z} = 0, \tag{20б}$$

где

$$B = [A \,|\, \mathbf{b}],\ D = [E \,|\, \mathbf{r}] = [d_{ij}],\ \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ -1 \end{bmatrix},$$

здесь предполагается нормировка, делающая элементы векторов **b** и **x** безразмерными величинами. На корректирующие члены E и **r** накладываются условия принадлежности вектора $\mathbf{b} + \mathbf{r}$ пространству столбцов матрицы $A + E$:

$$(\mathbf{b} + \mathbf{r}) \in \mathrm{range}(A + E), \tag{21а}$$

и минимальности нормы Фробениуса матрицы D [4]:

$$\| D \|_F^2 = \mathrm{trace} DD^{\mathrm{T}} = \left(\sum_i \sum_j d_{ij}^2 \right) = \min. \tag{21б}$$

С помощью уравнений (21) решается задача оптимального приближения исходной системы несовместных уравнений (10) совместной системой (20) с наименьшей нормой Фробениуса (суммой квадратов всех элементов) корректирующей матрицы D.

Уравнения (20б) допускают решение лишь в том случае, если ранг матрицы $B + D$ по крайней мере на единицу меньше числа ее столбцов $n + 1$. Согласно известной теореме Экарта–Юнга (см., например, [9]) из всех матриц ранга n наиболее близкой по норме Фробениуса к B является матрица B_1, получающаяся из сингулярного разложения B

$$B = \sum_{i=0}^{n+1} \sigma_i \xi_i \eta_i^{\mathrm{T}}, \quad \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \ldots \geq \sigma_n \geq \sigma_{n+1}, \tag{22}$$

отбрасыванием последнего члена $\sigma_{n+1} \xi_{n+1} \eta_{n+1}^{\mathrm{T}}$:

$$B_1 = \sum_{i=0}^{n} \sigma_i \xi_i \eta_i^{\mathrm{T}}, \quad \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \ldots \geq \sigma_n. \tag{23а}$$

При этом

$$\| D \|_F^2 = \| B - B_1 \|_F^2 = \mathrm{trace}\{\sigma_{n+1}^2 \xi_{n+1} \eta_{n+1}^{\mathrm{T}} \eta_{n+1} \xi_{n+1}^{\mathrm{T}}\} = \sigma_{n+1}^2. \tag{23б}$$

Если ранг B_1 меньше n (например, равен $r < n$), то

$$B_1 = \sum_{i=0}^{r} \sigma_i \xi_i \eta_i^{\mathrm{T}}, \quad \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \ldots \geq \sigma_r, \tag{24а}$$

$$\| D \|_F^2 = \sum_{i=1}^{n-r} \sigma_i^2. \tag{24б}$$

Решением уравнения (20б) должен быть $(n + 1)\times 1$ вектор, ортогональный к пространству столбцов B_1, а значит, параллельный вектору η_{n+1}. Представим последний в виде

$$\boldsymbol{\eta}_{n+1} = [\boldsymbol{\eta}'^{\mathrm{T}}_{n+1} \,|\, \eta_{n+1,\,n+1}\,]^{\mathrm{T}}. \tag{25}$$

Тогда

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ -1 \end{bmatrix} = -\frac{1}{\eta_{n+1,\,n+1}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}' \\ \eta_{n+1,\,n+1} \end{bmatrix}$$

и, следовательно,

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{ПМНК}} = -\frac{1}{\eta_{n+1,\,n+1}}\,\boldsymbol{\eta}'_{n+1} \equiv -\frac{1}{\eta_{n+1,\,n+1}} \begin{bmatrix} \eta_{n+1,\,1} \\ \eta_{n+1,\,2} \\ \cdots\cdots \\ \eta_{n+1,\,n} \end{bmatrix}. \tag{26а}$$

Это и есть ПМНК-решение задачи, полученное прямым применением РСЧ-алгоритма. В более общем случае, когда имеются кратные сингулярные числа $\sigma_{r+1} = ... = \sigma_{n+1}$, оно записывается в виде

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{ПМНК}} = -\frac{1}{\alpha}\sum_{k=r+1}^{n+1} \eta_{k,n+1}\,\boldsymbol{\eta}'_k \quad \alpha = \sum_{k=r+1}^{n+1} |\,\eta_{k,n+1}\,|^2. \tag{26б}$$

Здесь $\boldsymbol{\eta}'_k$ вектор, получающийся из $\boldsymbol{\eta}_k$ отбрасыванием последнего элемента при сохранении первых n элементов.

4. Для удобства сравнения с МНК-решением ПМНК-решение (26) можно переписать в другом виде, более похожем на (15) или (12). Нетрудно доказать прямой подстановкой $B = [A\,|\,\mathbf{b}]$ и $\boldsymbol{\eta}_i = [\eta'^{\mathrm{T}}_i \,|\, \eta_{i,n+1}]^{\mathrm{T}}$ в уравнение на собственные значения

$$B^{\mathrm{T}}B\boldsymbol{\eta}_i = \sigma_i^2\boldsymbol{\eta}_i, \quad i = r+1, ..., n+1,$$

что

$$\boldsymbol{\eta}'_i = -\eta_{i,n+1}(A^{\mathrm{T}}A - \sigma_i^2 I)^{+}A^{\mathrm{T}}\mathbf{b}.$$

Отсюда с учетом (26б) следует

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{ПМНК}} = -\frac{1}{\alpha}\sum_{k=r+1}^{n+1} |\,\eta_{k,n+1}\,|^2 (A^{\mathrm{T}}A - \sigma_i^2 I)^{+}A^{\mathrm{T}}\mathbf{b}.$$

Если все σ_i^2, $i = r+1, ..., n+1$, можно считать одинаковыми и равными некоторому $\sigma \in (\sigma_{n+1}, \sigma_{n+1} + \varepsilon)$, где ε – погрешность оценивания сингулярных чисел, то

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{ПМНК}} = (A^{\mathrm{T}}A - \sigma^2 I)^{+}A^{\mathrm{T}}\,\mathbf{b}, \tag{27}$$

что близко к (13). Будем считать, что σ не совпадает ни с одним λ_i. Тогда $(A^{\mathrm{T}}A - \sigma^2 I)^{+} = (A^{\mathrm{T}}A - \sigma^2 I)^{-1}$ и, учитывая равенство $A^{\mathrm{T}} = \sum^{r} \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^{\mathrm{T}}$, имеем

$$(A^{\mathrm{T}}A - \sigma^2 I)^{+}A^{\mathrm{T}} = \sum_{i=1}^{r} \frac{\lambda_i}{\lambda_i^2 - \sigma^2}\,\mathbf{v}_i\mathbf{u}_i^{\mathrm{T}}.$$

При этом (27) принимает вид

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{ПМНК}} = \sum_{i=1}^{r}\frac{1}{\lambda_i}\,\frac{1}{1 - \sigma^2/\lambda_i^2}\,(\mathbf{u}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{b})\mathbf{v}_i, \tag{28}$$

что близко к (16).

Для случая, когда $r = n$, используемый в ПМНК критерий оптимизации оценок (21б) можно записать в виде

$$\frac{\|A\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2}{\sqrt{\|\mathbf{x}\|_2^2 + 1}} = \min, \tag{29а}$$

более удобном для сравнения МНК- и ПМНК-оценок. Условия (29а) и (21а) при $r = n$ эквивалентны. Чтобы в этом убедиться, перепишем (29а) следующим образом:

$$\left(\max_{\mathbf{z}} \frac{\| D\mathbf{z} \|_2^2}{\| \mathbf{x} \|_2^2}\right) = \min. \tag{29б}$$

Но в левой части (29б) стоит не что иное, как операторная норма $m(n + 1)$ матрицы D, при $r = n$ совпадающая с ее нормой Фробениуса. Этим и доказывается эквивалентность условий (21б) и (29а). При переходе от (29а) к (29б) учтено вытекающее из (20) требование принадлежности вектора $\mathbf{z}$ пространству столбцов матрицы D, равносильное условию максимизации величины $\| D\mathbf{z} \|_2^2 / \| \mathbf{z} \|^2$. ПМНК-критерий (29а) отличается от МНК-критерия (19) дополнительным множителем $1/\sqrt{\| \mathbf{x} \|_2^2 + 1}$, который имеет простую геометрическую интерпретацию и соответствует косинусу угла между вектором невязки $\mathbf{r}$ и направлением нормали к ближайшему из подпространств

$$\left\{\begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ b \end{bmatrix} : \mathbf{a} \in R^n,\ b \in R,\ \ b = \mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{a}\right\}.$$

5. Локация наземных источников излучения с помощью космической информационно-измерительной системы (ИИС) приводит ко многим задачам статистического оценивания, наиболее эффективно решаемым с помощью РСЧ-алгоритма. Это следующие задачи: сглаживание и экстраполяция сигналов по конечному числу зашумленных выборочных данных [10]; оценивание импульсного отклика системы путем дискретной деконволюции [5]; оценивание местоположения нескольких одновременно действующих источников излучения, сигналы от которых накладываются друг на друга на входах сенсорной системы космической ИИС [3], гл. 10); оценивание координат источника по данным наблюдений через возмущающий трассу прохождения сигналов облачный слой [11] и др. Перефразируя название книги [4], можно сказать, что основной областью применения РСЧ-алгоритма являются задачи ПМНК, формулируемые обычно в виде переопределенной системы уравнений с большим числом строк и (или) столбцов с зашумленными левыми (коэффициенты уравнений) и правыми(данные измерений) частями. Точность и робастность ПМНК-решения таких задач во всех случаях (за исключением редких “патологий”) лучше или, во всяком случае, не хуже МНК-решения. Их преимущество перед МНК-решением возрастает с ухудшением обусловленности матрицы и уменьшением совместности системы.

Конкретным результатом применения РСЧ-алгоритма и ПМНК-метода к решению ряда встречающихся при локации источников задач статистического оценивания будет посвящена отдельная статья. Предварительные данные проведенного в этом направлении эксперимента опубликованы в [12].

1. Марпл С.Л.-мл. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.:Мир, 1990. 584 с.
2. Klema V.C., Laub A.J. The Singular Value Decomposition: Its Computation and Some Applications // IEEE Trans. Automat. Sontr. Apr. 1980. V. AC–25. P. 164–176.
3. SVD and SIGNAL PROCESSING Algorithms, Applications and Architectures. / Ed. by F. Deprettere. North–Holland, 1988. 477 p.
4. Лоусон Ч., Хенсон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов. М.: Наука, 1986. 232 с.
5. Golub G., Van Loan C.F. An analysis of the total least squares problem // SIAM J. Numer. Anal. 1980. V 17. N 6. P. 883–893.
6. Савин А.И. Принципы построения космических систем глобального наблюдения // Исследование Земли из космоса. 1993. N 1. С. 40–46.
7. Сталь Н.Л., Фабриков А.В., Фабриков В.А. Оцениватель временных задержек сигнала на основе быстрого трансверсального фильтра (БТФ–ОВЗ) / Алгоритмы и структуры систем отображения информации (Сб. науч. тр. ТулГТУ). Тула, 1994. С 37–46.
8. Сетренг Г. Линейная алгебра и ее применения. М.: Мир, 1980. 454 с.
9. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. М.: Мир. 1980. 279 с.
10. Rao B.D., Arin K.S. Model based processing of signal: A state space approach // Proc. IEEE. 1992. V. 80. N 2. P. 283–309.
11. Бачериков В.В., Фабриков А.В., Алдошина О.И. Учет облаков при зондировании из космоса импульсных самосветящихся наземных объектов. 2. Локация подоблачного источника излучения по данным спутниковых наблюдений // Исследование Земли из космоса. 1996. N 2. С. 18–25.

12. Ф а б р и к о в А. В., С т а л ь Н. Л., Ф а б р и к о в В. А. О новом алгоритме локации оптических источников по данным спутниковых наблюдений/ Высокоскоростн. фотограф. и фотоника. Тез. докл. 17 научн.-техн. конф. М.: ВНИОФИ, 1995. С. 5.

Научный центр оптико-физических исследований,
г. Москва

Поступила в редакцию
30 октября 1995 г.

A. V. Fabricov. **SVD Algorithm in Problems of Location of Terrestrial Radiation Sources by Spaceborne System.**

In the frame of general problem of the terrestrial sources finding from the satellites approach to solution of overdetermined set of linear equations is discussed for the case when all variables involved contain errors. This approach is based on singular value decomposition analysis and is tightly connected with the total least squares (TLS) technique – one of several linear parameters estimation techniques that have been devized to compensate the data errors. The computational aspects of TLS and the field of its applications are outlined.