

Физика образования и аналитическое описание свойств глории

Н.П. Романов, С.О. Дубниченко*

ГУ «НПО «Тайфун»
249038, г. Обнинск Калужской обл., ул. Победы, 4

Поступила в редакцию 30.04.2010 г.

На основе анализа вклада членов рядов Ми с параметром x , равным отношению длины окружности шара к длине световой волны, показано, что центральное светлое пятно глории обусловлено рассеянием света на резонансных частотах шара с номерами гармоник $l_{\text{рез}}$, превышающими x , а светлые кольца формируются в основном за счет группы гармоник с l от $0,9x$ до $0,95x$. В качестве механизма формирования светлых колец глории обосновывается процесс формирования внутренних поверхностных волн, генерируемых за счет взаимодействия с поверхностью шара лучей, прошедших внутрь его. Предложена аппроксимационная формула в виде суммы квадратов функций Бесселя нулевого и второго порядков и индикатрисы геометрической оптики для описания индикатрисы рассеяния вблизи направления назад, усредненной по основному периоду резонансных осцилляций δx . Приводятся значения коэффициентов этой формулы для показателя преломления $m = 4/3$, для которого $\delta x = 0,82$. Получено, что для диапазона m от 1,33 до 1,34 произведение суммы $\langle x \rangle + 2$ и угловых размеров первого светлого, второго темного и последующих чередующихся колец не зависит от m и равно 3,16; 5,13; 6,65; 8,31 и 9,86 соответственно, которые близки к чередующимся нулям первой производной и функции Бесселя второго порядка.

Ключевые слова: глория, индикатриса обратного рассеяния; glory, backward phase scattering function.

Введение

Явление глории известно с незапамятных времен и состоит в появлении на фоне облаков при наблюдении с самолета или на фоне туманов при наблюдении с гор тени наблюдателя, окруженной чередой цветных колец с угловыми размерами порядка нескольких градусов. Попытки объяснения этого явления были даны Г. ван де Хюлстом [1]. В этой монографии в качестве одного из объяснений рассматривается механизм формирования глории за счет не скомпенсированных последних членов рядов Ми, дающих полное решение задачи рассеяния света на шаре. В результате картина рассеяния света вблизи направления назад могла быть представлена в виде комбинации двух функций Бесселя нулевого и второго порядков от произведения отстояния угла рассеяния от этого направления на параметр x , равный отношению длины окружности к длине волны. Однако ввиду неразвитости вычислительной техники в то время и отсутствия надежных алгоритмов вычисления радиальных коэффициентов Ми эти соображения не были подкреплены численными расчетами и таким образом остались на уровне качественных предположений.

После выхода в свет [1] длительное время исследования по теории глории практически отсутствовали. В основном занимались поиском объяснения этого явления в рамках физической оптики. Например, Н.М. Nussenzweig et al. развивают теорию комплексного углового момента (САМ) [2, 3]. Интерес к исследованию закономерностей формирования глории возобновился после появления в 1980 г. работы [4], в которой предложен устойчивый алгоритм вычисления функций Риккати–Бесселя, входящих в радиальные коэффициенты рядов Ми.

Практически с этого времени началось использование вычислений по теории Ми для определения характеристик облачных капель по наблюдениям глории [5] и для выяснения ее свойств [6–9]. Автор работ [6–9] по расчетам параметров глории с использованием разработанной им программы приходит к выводу о точном описании теорией Ми наблюдающейся в природе глории. Однако большое количество членов рядов Ми с кажущейся их хаотичностью не удовлетворяет исследователей, поэтому попытки описания явления глории с помощью известных понятий геометрической и физической оптики не прекращаются (см. работы [10, 11], в которых в качестве эталона используются расчетные результаты по теории Ми). В работе [10] автор с использованием своей теории САМ приходит к вышеупомянутой комбинации функций Бесселя для описания глории и приводит графическую зависимость соотношения между функциями Бесселя нулевого и второго порядков

* Николай Петрович Романов (vernink@typhoon.obninsk.ru); Светлана Олеговна Дубниченко (svetlanochkad@rambler.ru).

для показателя преломления $m = 1,33$. При этом автор указывает, что хотя многие ученые жалуются на сложность восприятия теории САМ, более простых объяснений может и не существовать. По мнению же Р. Laven [11], существует более простое объяснение с использованием понятия поверхностных волн, которые генерируются проходящими вблизи поверхности шара лучами. Однако и это рассмотрение приводит к комбинации функции Бесселя нулевого (в тексте работы – первого) и второго порядков.

Сложность возникающих при указанных выше упрощениях теоретических построений препятствует появлению убежденности в существовании самого явления глории. Поэтому в работе А.П. Невзорова [12] делается вывод, что природа появления глории не достаточно обоснована. И автор дает свою интерпретацию этого явления как радуги первого порядка на сферических частицах с $m = 1,81 \div 1,82$ на основании сопоставления собственных наблюдений и фотографий природной глории с расчетами по теории Ми, проведенными с использованием предоставленной ему программы.

Работы одного из авторов данной статьи по изучению характеристик обратного рассеяния были начаты в связи с исследованием задач лидарного зондирования. При этом в [13] была выявлена квазипериодическая структура обратного рассеяния, которая объяснялась резонансными эффектами. В последующей работе [14] с использованием теории Ми исследовалась зависимость интенсивности рассеяния точно назад от показателя преломления $m = 1,324 \div 1,335$ в диапазоне параметров x от 10 до $4 \cdot 10^3$. При этом оказалось, что для непоглощающих сферических частиц наблюдается малый период резонансной структуры с $\delta x = 1,1/m$ и большой период $\Delta x \approx 15$ вплоть до $x \approx 300$. Также в [14] показано сильное уменьшение сечения обратного рассеяния с появлением мнимой части показателя преломления. Отметим, что в это же время авторами работы [15] путем спектрального анализа «очень сложной картины ряби» для обратного рассеяния при $x > 200$ были выявлены четыре периода по величине x , равные 0,41; 0,83; 1,1 и 14. Термин «рябь» употребляется практически во всех работах при расчетах по теории Ми для осцилляций, которые могут быть объяснены как интерференцией парциальных лучей геометрической оптики, так и резонансами на собственных частотах шара.

Классификация собственных частот электромагнитных колебаний шара была проведена в работе [16]. Это позволяет дать физическую интерпретацию расчетных пиков в обратном рассеянии путем отождествления их с соответствующими собственными частотами. А изложенный в работе [17] метод вычисления радиальных сферических функций позволил проводить с гарантированной точностью вычисление рядов Ми для произвольных параметров x и показателей преломления m . В результате появилась возможность изучения картины формирования глории на основе уверенных расчетных результатов по теории Ми, а также свойств отдельных членов рядов Ми или их совокупности, что не было и не могло быть сделано Г. ван де Хюлстом [1].

В настоящей статье исследована возможность 1) путем анализа отдельных членов или группы членов рядов Ми представить физическую картину формирования глории, сопоставить ее с теорией формирования индикатрисы рассеяния вблизи направления назад в приближении геометрической (ГО) или физической оптики; 2) получить простые расчетные закономерности углового распределения интенсивности рассеяния вблизи направления назад для использования их в задачах определения микроструктуры облаков и исходных данных для расчета лидарного отношения. Для этого вначале излагаются основные определения и картина формирования индикатрисы рассеяния в теории ГО, основные формулы теории Ми, классификация собственных частот шара и проводится отождествление их с картиной обратного рассеяния. Затем анализируется вклад отдельных членов и групп рядов Ми, на основании чего определяется физический механизм формирования колец глории. И наконец, по данным расчетов по теории Ми средних характеристик рассеяния строятся аппроксимационные формулы для расчета индикатрисы рассеяния, а также положения минимумов и максимумов интенсивности рассеяния света вблизи направления назад.

Описание индикатрисы рассеяния в рамках геометрической оптики

Как в работе [1], так и во всех последующих работах вклад интенсивности рассеяния, получаемой в приближении геометрической оптики, считается пренебрежимо малым и поэтому не рассматривается. Однако из наших исследований будет видно, что он является существенным и для представления самой глории, и для области рассеяния от углов глории до углов радуги. Поэтому ниже мы приведем основные особенности индикатрисы рассеяния ГО, детальное исследование свойств которой дано в [18].

Индикатриса рассеяния определяется как отношение потока рассеянной энергии dW в определенный угол к пространственному углу рассеяния $d\Omega$ и потоку падающего света на геометрическое сечение шара радиусом r

$$\gamma(\theta, \varphi) = \frac{1}{I_0 \pi r^2} \frac{dW}{d\Omega}. \quad (1)$$

Для кольцевой области при усреднении по азимутальному углу полная индикатриса представляется в виде суммы зависящих только от угла рассеяния θ поляризационных индикатрис γ_1 и γ_2 , представляющих перпендикулярную и параллельную плоскости наблюдения поляризации света, а именно:

$$\gamma(\theta) = \gamma_1(\theta) + \gamma_2(\theta). \quad (2)$$

Для случая геометрической оптики непоглощающего шара фактор эффективности рассеяния, равный отношению рассеянного по всем направлениям потока энергии к падающему на его геометрическое сечение и определяемый соотношением

$$K_{\text{рас}} = \int_0^{\pi} \gamma(\theta) \sin(\theta) d\theta, \quad (3)$$

равен 1. Поляризация естественного света не зависит от азимутального угла и определяется соотношением

$$P(\theta) = \frac{\gamma_1(\theta) - \gamma_2(\theta)}{\gamma_1(\theta) + \gamma_2(\theta)}. \quad (4)$$

На рис. 1 представлены зависимости полной и парциальных индикатрис (параметр p соответствует количеству проходов луча в шаре) от угла рассеяния в приближении ГО для шара с показателем преломления $m = 4/3$, для которого в дальнейшем и будут представляться все конкретные результаты.

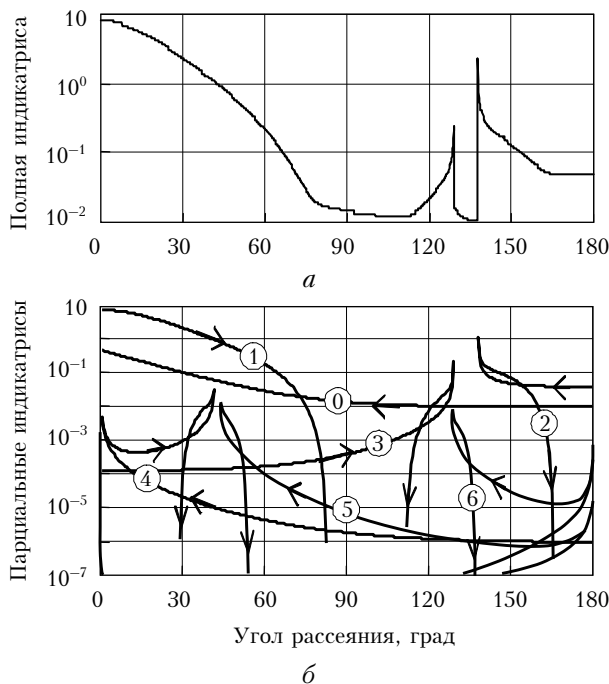


Рис. 1. Полная (а) и парциальные (б) индикатрисы рассеяния ГО для $m = 4/3$. Номер кривой на рис. 1, б означает номер парциального луча p , соответствующего количеству его проходов в шаре, а стрелки на кривых указывают направление увеличения угла падения

Как видно из рис. 1, а, индикатриса ГО описывает положение радуг, наличие темной полосы между радугами с $p = 2$ и 3 и большую интенсивность рассеяния в переднюю полусферу (при $\theta < 60^\circ$), обусловленную в основном суммой двух лучей с $p = 0$ и 1. Именно такое понятие физической оптики, как интерференция, обуславливает осциллирующую около среднего значения картину при изменении угла рассеяния, отмечаемую, в частности, в работе [5]. Также интерференцией лучей с $p = 0$ и 1 можно объяснить наблюдаемые в природе цветные круги вокруг направления вперед, которые называются радужными кольцами. Явлением дифракции на сфере объясняется узкий лепесток вблизи направления вперед. Однако в упомянутых выше понятиях интерференции и дифракции явление глории объяснения не имеет.

Действительно, из рис. 1, б видно, что в направлении назад (при $\theta > 165^\circ$) заметную интенсивность имеют только луч с $p = 0$ и одна ветвь луча $p = 2$. Учет только этих лучей дает $\gamma_{\text{ГО}}(180^\circ) = 0,0495$, тогда как по теории Ми средние значения $\gamma(180^\circ)$ примерно на порядок больше. Отметим, что в диапазоне углов от 165 до 180° значение индикатрисы ГО остается практически постоянным, в среднем $0,05 \pm 0,0005$. Отметим далее, что для всех лучей с $p \geq 5$ в направлении назад возникает бесконечность первого порядка (на рис. 1, б она проявляется для $p = 5$ и 6). Однако, по мнению Г. ван де Хюлста [1], эти лучи не могут рассматриваться в механизме формирования глории из-за ничтожного вклада их в суммарную интенсивность рассеяния шара. И наконец, особую роль в теории ГО играют лучи, падающие под углом Брюстера [19], при котором лучи света с параллельной поляризацией проходят без отражения внутрь капли.

Основные соотношения теории Ми

Изложение теории Ми имеется во многих изданиях, в частности как в [1], так и в более поздних монографиях [20, 21]. Однако для лучшего восприятия излагаемого в статье материала основные соотношения теории Ми приводятся ниже. В теории Ми используются безразмерные параметры x , равные отношению длины окружности шара радиуса к длине волны падающего излучения, $y = mx$ и функции Риккати–Бесселя первого и второго рода (далее Р.–Б. 1, 2) целого порядка l от этих параметров $\psi_l(x, y)$, $\chi_l(x)$ и $\eta_l(x) = \psi_l(x) - i\chi_l(x)$.

Определенная соотношениями (1), (2) индикатриса рассеяния в рамках теории Ми сводится к вычислению i_1 и i_2 , с которыми поляризационные индикатрисы связаны соотношениями

$$\gamma_1(\theta) = \frac{i_1(m, x, \theta)}{x^2}, \quad \gamma_2(\theta) = \frac{i_2(m, x, \theta)}{x^2}. \quad (5)$$

Для фактора эффективности рассеяния $K_{\text{рас}}$ и поляризации P справедливы соотношения (3) и (4) соответственно.

Уравнение свободных колебаний (электрического или магнитного типа) шара определяется условием равенства нулю функций $\Phi_l^{\text{э,м}}(m, x) = 0$, которые записываются в виде

$$\Phi_l^{\text{э}}(m, x) = m\psi_l(y)\eta_l'(x) - \psi_l'(y)\eta_l(x), \quad (6a)$$

$$\Phi_l^{\text{м}}(m, x) = \psi_l(y)\eta_l'(x) - m\psi_l'(y)\eta_l(x). \quad (6b)$$

Входящие в ряды Ми радиальные коэффициенты a_l и b_l выражаются через приведенные выше функции посредством соотношений

$$a_l(m, x) = \frac{m\psi_l(y)\psi_l'(x) - \psi_l'(y)\psi_l(x)}{\Phi_l^{\text{э}}(m, x)} = \left[1 - i \frac{m\psi_l(y)\chi_l'(x) - \psi_l'(y)\chi_l(x)}{m\psi_l(y)\psi_l'(x) - \psi_l'(y)\psi_l(x)} \right]^{-1}; \quad (7a)$$

$$b_l(m, x) = \frac{\psi_l(y)\psi'_l(x) - m\psi'_l(y)\psi_l(x)}{\Phi_l^m(m, x)} = \left[1 - i \frac{\psi_l(y)\chi_l(x) - m\psi'_l(y)\chi_l(x)}{\psi_l(y)\psi'_l(x) - m\psi'_l(y)\psi_l(x)} \right]^{-1}. \quad (76)$$

Запись этих коэффициентов с использованием функций $\Phi_l^m(m, x)$ подчеркивает их связь с собственными частотами шара, а из записи в виде последних выражений в правой части (7а) и (7б) сразу следует вывод, что модули a_l и b_l не могут превышать 1.

С использованием зависящих от угла рассеяния θ функций $\pi_l(\theta)$ и $\tau_l(\theta)$, выражающихся через полиномы Лежандра, для рассеяния плоской электромагнитной волны вводятся функции

$$S_1(m, x, \theta) = \sum_{l=1}^L \frac{2l+1}{l(l+1)} (a_l \pi_l + b_l \tau_l), \quad (8а)$$

$$S_2(m, x, \theta) = \sum_{l=1}^L \frac{2l+1}{l(l+1)} (a_l \tau_l + b_l \pi_l), \quad (8б)$$

посредством которых с помощью следующих соотношений определяются и входящие в определения (5)

$$i_1(m, x, \theta) = |S_1(m, x, \theta)|^2, \quad (9а)$$

$$i_2(m, x, \theta) = |S_2(m, x, \theta)|^2. \quad (9б)$$

Формально верхний предел суммирования L в (8) считается равным бесконечности, однако для каждой задачи он должен выбираться отдельно. Фактор эффективности рассеяния в теории Ми определяется выражением

$$K_{\text{рас}} = \frac{2}{x^2} \sum (2l+1) (|a_l|^2 + |b_l|^2). \quad (10)$$

Из свойств угловых функций отметим, что $\tau_l(\theta)$ и $\pi_l(\theta)$ имеют l и $(l-1)$ нулей соответственно и при $\theta = \pi$ равны $\pi_l(\pi) = -\tau_l(\pi) = (-1)^{l-1} \frac{l(l+1)}{2}$. Для вычисления угловых функций применяется восходящая рекурсия, в которой не наблюдаются потери точности при большом количестве операций ввиду нарастания их значений (в среднем) по мере роста l . Восходящая рекурсия устойчива и используется при вычислении радиальной функции $\chi_l(x)$ без ограничений по x и l . Для функций $\psi_l(z)$ ситуация с их вычислением не так однозначна. Поскольку эти функции также определяют поведение резонансных частот, ниже мы более подробно остановимся на их свойствах.

Свойства функций Риккати–Бесселя первого рода и классификация резонансных частот

Как известно [23], функции Р.–Б. 1 $\psi_l(z)$ и их производные имеют бесконечное количество действительных нулей $\psi_{l,s}$ и $\psi'_{l,s}$, которые нумеруются

в порядке возрастания их величин и при $s \ll l$ аппроксимируются соотношениями вида

$$\psi_{l,s} = v + d_{s,1}v^{1/3} + d_{s,2}v^{-1/3} + \dots, \quad (11а)$$

$$\psi'_{l,s} = v + e_{s,1}v^{1/3} + e_{s,2}v^{-1/3} + \dots, \quad (11б)$$

где для упрощения этого и последующих выражений используется

$$v = l + 1/2. \quad (11в)$$

Значения первых коэффициентов в этих выражениях по данным [16] следующие: $e_{1,1} = 0,809$, $e_{1,2} = 2,578$, $e_{1,3} = 3,826 \dots$, $e_{1,24} = 18,173$; $d_{1,1} = 1,856$, $d_{1,2} = 3,245$; $d_{1,3} = 4,382 \dots$, $d_{1,24} = 18,433$.

Значения последующих коэффициентов имеют тот же порядок величин и могут иметь другой знак.

Как указывалось выше, частоты свободных колебаний шара определяются условием $\Phi_l^m(m, x) = 0$. Первым на роль собственных частот обратил внимание Дебай еще в 1908 г. в работе [22], где он указал на существование слабозатухающих электромагнитных колебаний для диэлектрического шара. Подробное изложение этих результатов содержится и в работе [1]. В нашей работе [16] показано, что действительная часть собственных частот, обозначаемых как $X_{l,s}^{\alpha, m}$ и $Y_{l,s}^{\alpha, m}$ для величин x и y соответственно, в первом приближении определяется положением минимумов модуля функций Φ_l^m и для величин $Y_{l,s}^{\alpha, m}$ следует соотношениям

$$\psi_{l,s-1} < \psi'_{l,s} < Y_{l,s}^m < Y_{l,s}^{\alpha} < \psi_{l,s}, \quad (12)$$

которые и служат основанием классификации резонансных частот в соответствии с порядками l и номерами нулей s функций Р.–Б. 1. Мнимая часть резонансных частот, определяющая их амплитуду и полуширину, минимальна при $s = 1$, растет с ростом номера s при фиксированном значении l и уменьшается с ростом l при фиксированном значении s . При этом резонансы колебаний магнитного типа всегда уже соответствующих колебаний электрического типа. Для резонансов с полушириной порядка 0,1 расстояние между двумя соседними резонансами примерно равно

$$Y_{l-1,s}^{\alpha, m} - Y_{l,s}^{\alpha, m} \cong 1,1. \quad (13)$$

Как показано в работе [17], для функций $\psi_l(z)$ при действительном значении аргумента сходимость восходящей рекуррентной процедуры ограничивается условием

$$z \geq \psi'_{l,1}, \quad (14)$$

где имеет место первый максимум этой функции. При дальнейшем увеличении порядка восходящая рекурсия теряет устойчивость и в конечном итоге начинает воспроизводить функцию, пропорциональную $\chi_l(x)$. Для организации нисходящей рекурсии в [17] было предложено использовать вычисление отношения функций $\psi_l(z)$ соседних порядков и вронскиан функций Р.–Б. Именно эта процедура и ис-

пользуется нами при вычислении радиальных коэффициентов в рядах Ми.

Резонансная структура обратного рассеяния

Как отмечалось выше, влияние резонансов на интенсивность рассеяния в обратном направлении известно. Однако их сопоставление с конкретными резонансами не проводилось. Пример отождествления резонансной структуры обратного рассеяния приводится на рис. 2, на котором представлена рассчитанная по теории Ми с шагом 0,01 величина $\gamma(180)$ с обозначениями положения и номеров резонансов $X_{l,s}^{э,м}$ ($э, м, l, s$).

Так как резонансы имеют полуширину не менее 0,01, то вообще отсутствуют резонансы с $s < 4$ и частично более узкие резонансы с $s = 4$ и 5. Для определения вклада отдельных резонансов в полную индикатрису рассеяния на рис. 2 представлены значения индикатрисы для укороченных рядов, в которых суммирование велось до $L = l_{рез} - 1$ с $s = 5$ для рис. 2, а и $s = 6$ — для рис. 2, б. Обратим внимание,

что значения индикатрисы для укороченного ряда умножены на 5.

По данным рис. 2 можно проследить сужение резонансных пиков для фиксированного значения s при росте l . А именно, для $s = 5$ при $l = 105$ резонансы магнитного и электрического типов сливаются в один пик, при $l = 110$ намечается их разделение, которое отчетливо видно для $l = 125$. При этом эффективные резонансные частоты, вносящие заметный вклад в средние значения индикатрисы рассеяния, имеют полуширину порядка 0,1–0,2 при квазипериоде их смены $\delta x = 0,82$, который совпадает с полученной из соотношения (13). Из рис. 2 видно, что индикатриса, не включающая эффективные резонансы, имеет во много раз меньшую величину. Отсюда следует очевидный вывод о том, что рассеяние в направлении точно назад обусловлено именно резонансным рассеянием. Поскольку резонансная структура рассеяния в явлениях рассеяния на немонахроматическом излучении или на полидисперсных средах сглаживается, имеет смысл проводить предварительное усреднение по интервалам шириной, равной δx . Результаты такого усреднения представлены на рис. 3.

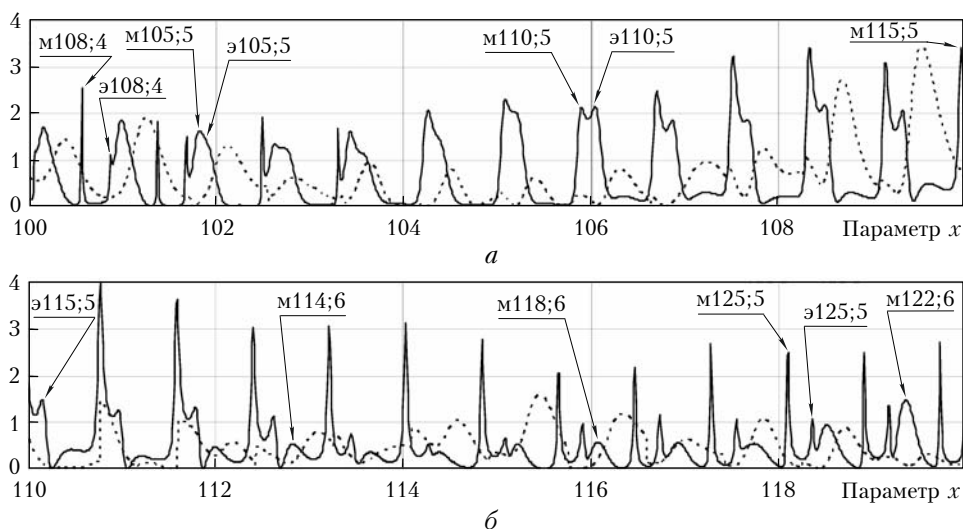


Рис. 2. Полная (сплошная) с указанием положения резонансных частот и частичная, умноженная на 5 (штриховая линия), индикатрисы рассеяния в направлении 180°

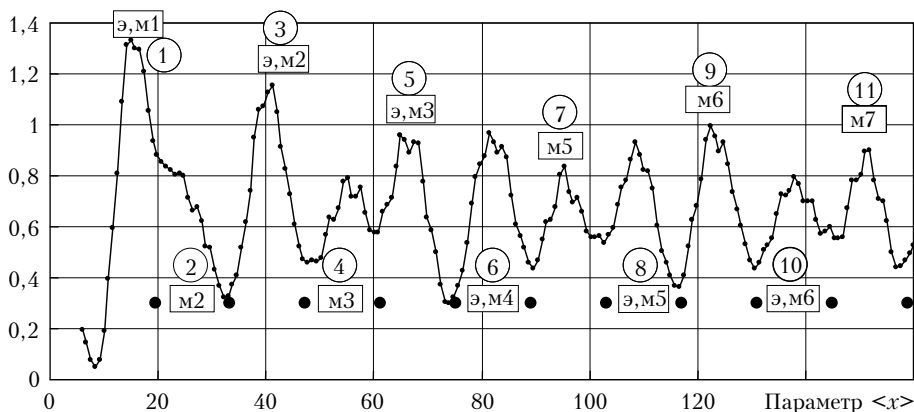


Рис. 3. Средние по интервалу $\delta x = 0,82$ значения $\gamma(180^\circ)$. Цифры в кружках означают номер большого интервала l , а обозначения в прямоугольных рамках — тип и номер s эффективных резонансов

Как видно из рис. 3, при усреднении по интервалу δx выявляется наличие уже другого периода Δx , который связан как со сменой системы резонансов (смена значения s), так и с взаимным влиянием резонансов магнитного и электрического типов.

Отметим, что аналитическое исследование закономерностей смены одних резонансов другими представляет очень сложную процедуру. Поэтому нами был проведен статистический анализ расчетной картины обратного рассеяния при $x < 350$, и оказалось, что для показателя $m = 4/3$ период $\Delta x = 13,94$ и составляет $17\delta x$. В дальнейшем период δx будем называть основным, а период Δx – большим. Нумерацию интервалов шириной Δx обозначим как I , а интервалов шириной δx – как i . Для маркировки самих интервалов будем использовать обозначения $\delta(I, i)$, а положения их центров (средних значений) – $x(I, i)$. С учетом необходимости помещения эффективных резонансов вблизи центров основных интервалов, разбивка всего диапазона параметров x по этим интервалам получает следующий вид:

$$x(I, i) = 5,09 + (I - 1)\Delta x + i\delta x, \quad (15)$$

$$i = 1, 2, \dots, 17; I = 1, 2, \dots, 25.$$

Именно эта разбивка использовалась при получении представленных на рис. 3 данных. Границы больших интервалов, определенные соотношением (15), отмечены крупными точками. Номера больших периодов указаны в кружках, а тип резонансов и их номер s , которые дают основной вклад в средние величины, – в прямоугольных рамках. Как указывалось во введении, наличие большого периода отмечается и в работах [10, 14, 15], но без указания образующих эту структуру номеров резонансов. А именно, идентификация резонансных частот позволила выяснить, что из всей совокупности членов рядов Ми всего один резонансный член определяет интенсивность рассеяния в направлении точно назад.

Далее все расчетные величины индикатрис будут представляться в виде средних значений по интервалам δ , определенным соотношением (15), а все знаки усреднения, там где это не требуется по тексту, будут опускаться (например, $\langle \gamma(I, i) \rangle \equiv \gamma(I, i) \equiv \gamma$).

Исследование механизма формирования угловых зависимостей глории

При исследовании угловых зависимостей $\gamma(\theta)$ вблизи $\theta = \pi$ введем $\Delta\theta = \pi - \theta$ и обычно используемую [1] величину u , определяемую как

$$u = v\Delta\theta. \quad (16)$$

Соотношение между l и v было введено ранее (11в).

Для понимания картины формирования индикатрисы рассеяния отметим, что угловые функции $\pi_l(\theta)$ и $\tau_l(\theta)$ при малых u выражаются через функции Бесселя $J_0(u)$ и $J_2(u)$ в виде

$$\pi_l(u) = (-1)^{l-1} \frac{l(l+1)}{2} [J_0(u) + J_2(u)]; \quad (17a)$$

$$\tau_l(u) = (-1)^l \frac{l(l+1)}{2} [J_0(u) - J_2(u)], \quad (17б)$$

а их сумма только через функцию $J_2(u)$, а именно:

$$\pi_l(u) + \tau_l(u) = -(-1)^l l(l+1)J_2(u). \quad (17в)$$

В предположении, что всю картину глории формируют только эффективные резонансы с $v = v_{\text{рез}}$, мы получаем значения $S_1(\theta)$ и $S_2(\theta)$, а следовательно, и индикатрисы рассеяния вблизи направления назад в виде комбинаций суммы и разности $J_0(v_{\text{рез}}\Delta\theta)$ и $J_2(v_{\text{рез}}\Delta\theta)$. Отметим, что именно такую комбинацию получал Хюлст [1] с неопределенным значением v . Как отмечалось во введении, к такому же выводу пришли и авторы работ [10, 11], которые считают величину v в аргументе этих функций просто равной x .

Анализ вклада нерезонансных членов в формирование индикатрисы рассеяния при $\Delta\theta > 0$ проводился на основе расчета усредненных по интервалам δ значений $\gamma(\theta)$. При этом выяснилось, что отдельные индикатрисы γ_1 и γ_2 имеют очень сложную зависимость от угла θ , в то время как их сумма имеет достаточно простой вид. Иллюстрация такого положения приводится на рис. 4, где показаны зависимости γ_1 , γ_2 , поляризации P и γ от θ . На рис. 4, в дополнительно приводится разность частичной суммы с $L = l_{\text{рез}} - 1$ и $\gamma_{\text{ГО}}$.

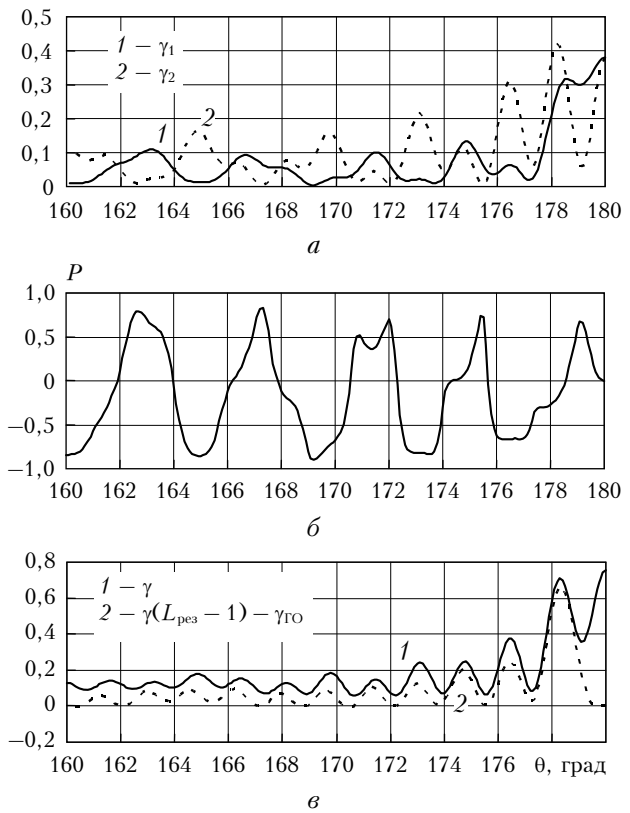


Рис. 4. Средние по интервалу $\delta(8; 4)$ значения: а – поляризационных индикатрис; б – поляризации и в – полной индикатрисы и разности частичной с $L = l_{\text{рез}} - 1$ и ГО индикатрис

Видно, что положение максимумов и минимумов поляризационных индикатрис при углах $\theta > 170^\circ$ практически совпадает, однако в величине самих максимумов не замечено плавных закономерностей. Отсюда и сложное поведение поляризационной кривой, которое мы здесь обсуждать не будем. Объяснением более простого вида суммарной индикатрисы может служить то обстоятельство, что согласно (17в) сумма угловых функций имеет более простой вид. Из рис. 4, в следует также, что вклад нерезонансных членов ряда Ми можно представить в виде суммы $\gamma_{ГО}$ и $J_2^2(v_2\Delta\theta)$ с некоторым эффективным значением v_2 .

Для того чтобы разобраться в формировании частичной индикатрисы, рассмотрим закономерности изменения радиальных коэффициентов a_l и b_l в зависимости от номера гармоники. Поскольку аналитический анализ таких закономерностей достаточно сложен, мы попробовали исследовать их графическим путем (рис. 5).

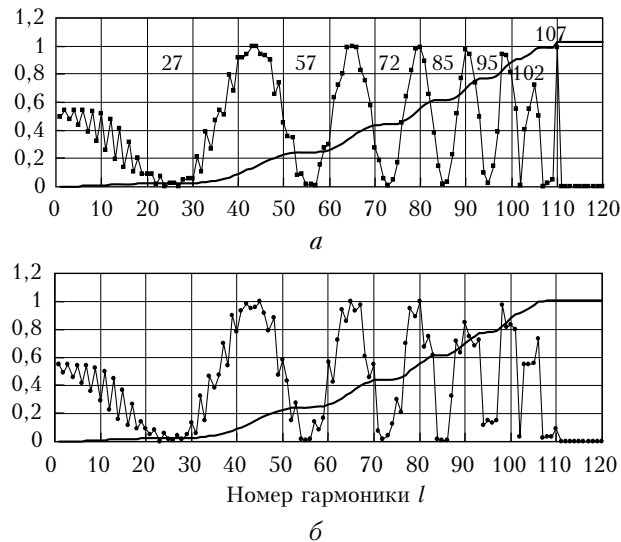


Рис. 5. Зависимость значений $|a_l|^2$ (а) и $|b_l|^2$ (б) от номера гармоники l (точки) и $K_{рас}(a_l)$ (а) и $K_{рас}(b_l)$ (б) от $L_{гран} = l$ (сплошная линия) для $x = X_{110,5}^9 = 106,09$. Цифры соответствуют значениям $l_{мин}$ для минимумов $|a_l|^2$ и $|b_l|^2$

В результате оказалось, что с ростом номера гармоники наблюдается синхронное прохождение модулей $|a_l|^2$ и $|b_l|^2$ с чередованием максимумов, равных единице, и минимумов, равных нулю. При этом их количество увеличивается с ростом x и m . Синхронность изменения модулей a_l и b_l нарушается только в области резонанса. На рис. 5 приводится также текущее значение $K_{рас}$, сформированное отдельно гармониками электрического и магнитного типов.

Распределение членов ряда по группам позволяет проводить анализ вклада именно этих групп, а не отдельных членов ряда. Синхронность гармоник свидетельствует о том, что их вклад определяется в первую очередь суммой π_l и τ_l [см. соотношение (17в)]. Анализ вклада отдельных групп показал, что в формировании колец глории участвуют только 2–3 группы членов ряда, прилежащие к резонансу.

Вклад остальных групп соответствует индикатрисе ГО, при этом он выходит на уровень ГО после первых 2–3 групп. Иллюстрацией этой ситуации служит рис. 6, на котором приводятся разности средних частичных индикатрис для интервала $\delta(8; 4)$, которому принадлежат резонансы $X_{110,5}^9$, и индикатрисы ГО.

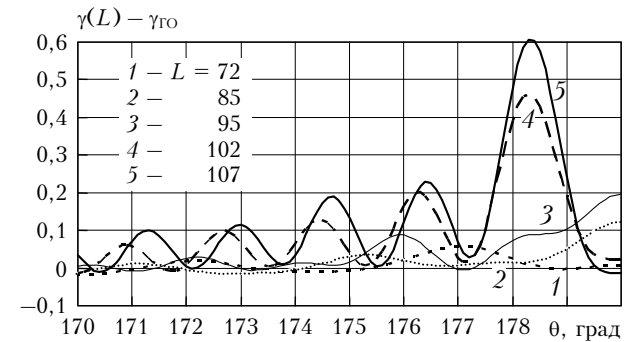


Рис. 6. Разность средних по интервалу $\delta(8; 4)$ частичных индикатрис и индикатрисы ГО. Граничные значения L соответствуют указанным на рис. 5 значениям $l_{мин}$

Видно, что заметное отличие частичных индикатрис от индикатрисы ГО начинается при $L > 85$. Формирование колец глории происходит в основном за счет группы членов ряда с $l = 95-102$ при $x(8; 4) = 105; 95$. При дальнейшем нарастании L несколько увеличивается амплитуда максимумов, вся картина сдвигается в сторону больших значений θ , а разность $\gamma(180^\circ)$ и $\gamma_{ГО}$ остается равной нулю при $L < l_{рез}$. Эта картина соответствует поведению квадрата функции Бесселя второго порядка, которая согласно (17в) описывает сумму функций $\tau_l(\theta)$ и $\pi_l(\theta)$ вблизи $\theta = 180^\circ$.

Построение аппроксимационных зависимостей для усредненных по основным интервалам суммарных индикатрис

Из изложенного выше следует, что аналитически индикатрису рассеяния вблизи направления назад можно описать в виде суммы индикатрисы ГО с комбинацией функций J_0 и J_2 от разных аргументов. Дополнительное исследование показало, что для суммарной индикатрисы эти функции могут входить в виде отдельных слагаемых и поэтому аппроксимационное соотношение для индикатрисы может быть представлено в следующем виде:

$$\gamma_{ан}(x, \theta) = C_1 J_0^2(v_{рез}\Delta\theta) + C_2 J_2^2(v_2\Delta\theta) + \gamma_{ГО}(\theta). \quad (18)$$

Отметим, что, как указывалось выше, для $m = 4/3$ значение индикатрисы ГО практически постоянно при $\theta > 165^\circ$ и равно 0,05. Именно это значение и подразумевается при определении остальных четырех параметров в соотношении (18). Значение коэффициента C_1 определяется разностью $\gamma(180^\circ)$ и принятого значения $\gamma_{ГО}$. Из приведенных на рис. 3 зависимостей $\gamma(180^\circ)$ от x видно, что их представление

в виде аналитических выражений затруднительно. При наличии программ вычисления радиальных коэффициентов вычисление $\gamma(180^\circ)$ не вызывает затруднений и занимает очень мало времени. Однако чтобы не затруднять читателей составлением таких не очень простых программ, мы коэффициенты C_1 представим в таблице.

Значения коэффициентов C_1 в формуле (18) для интервалов $\delta(I, i)$, центры которых соответствуют соотношению (15)

$I \backslash i$	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,32	0,41	0,61	0,32	0,39	0,52	0,36	0,41
2	0,36	0,42	0,64	0,38	0,42	0,55	0,47	0,46
3	0,47	0,41	0,67	0,49	0,50	0,64	0,58	0,48
4	0,57	0,43	0,79	0,64	0,57	0,70	0,63	0,50
5	0,69	0,52	0,91	0,75	0,58	0,73	0,74	0,60
6	0,90	0,59	0,89	0,80	0,63	0,81	0,89	0,68
7	1,01	0,58	0,84	0,83	0,75	0,88	0,94	0,67
8	1,02	0,62	0,88	0,92	0,78	0,83	0,90	0,69
9	1,08	0,73	0,88	0,88	0,69	0,77	0,85	0,75
10	1,10	0,74	0,73	0,84	0,65	0,77	0,88	0,72
11	1,00	0,67	0,59	0,86	0,66	0,70	0,79	0,65
12	0,86	0,67	0,54	0,82	0,61	0,55	0,69	0,65
13	0,78	0,71	0,45	0,67	0,53	0,45	0,62	0,65
14	0,68	0,60	0,32	0,56	0,51	0,41	0,56	0,58
15	0,56	0,53	0,25	0,51	0,51	0,36	0,48	0,52
16	0,47	0,53	0,25	0,47	0,51	0,32	0,42	0,53
17	0,42	0,53	0,27	0,41	0,49	0,31	0,39	0,55

Значение l для эффективных резонансных членов превышает x на 2–6, поэтому

$$v_{\text{рез}} = x + 4,5. \quad (19)$$

Затем с использованием определенных выше C_1 и $v_{\text{рез}}$ путем последовательных приближений находили C_2 и v_2 из условия совпадения расчетных и аппроксимационных значений γ во втором максимуме и положении второго минимума. Это условие диктовалось тем, что именно эти параметры глории наиболее доступны для измерений в натуральных условиях. В результате для v_2 было получено следующее соотношение:

$$v_2 = x + 2. \quad (20)$$

На рис. 7 представлены зависимость C_2 от x и аппроксимация этой зависимости по

$$C_{2,\text{ан}} = 3,234 - 0,011(x - 30) + 0,424 \sin \frac{2\pi(x - 35,31)}{13,94}. \quad (21)$$

Соотношение вклада отдельных членов в формуле (18) показано на рис. 8.

Видно, что первый минимум глории является минимумом суммы квадратов функций Бесселя нулевого и второго порядков с соответствующими коэффициентами. Суммарная индикатриса в максимумах в основном определяется вторым членом в (18), а во втором и последующих минимумах — индикатрисой ГО.

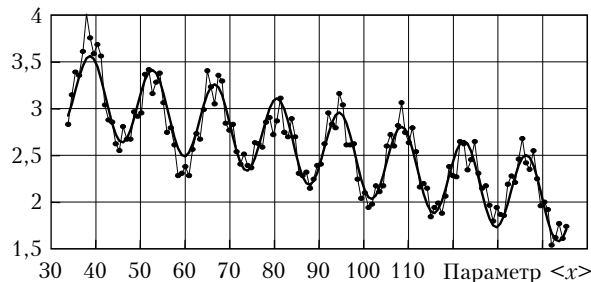


Рис. 7. Зависимости коэффициентов C_2 от $\langle x \rangle$ (точки) и их аппроксимация по соотношению (21) — сплошная кривая

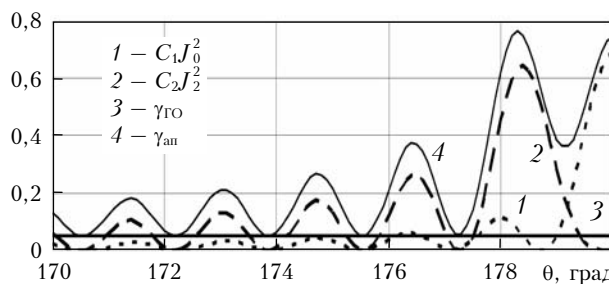


Рис. 8. Вклад отдельных членов формулы (18) в среднюю по $\delta(8; 4)$ индикатрису и их сумма $\gamma_{\text{ан}}$

Качество аппроксимации формулы (18) с использованием данных таблицы и выражений (19)–(21) видно из рис. 9, а. На нем представлены усредненная по интервалу $\Delta(8)$ расчетная индикатриса и разность между ней и усредненной по этому же интервалу аппроксимационной индикатрисой. Для иллюстрации поляризационных характеристик на рис. 9, б приводится и зависимость от θ средней по $\Delta(8)$ поляризации.

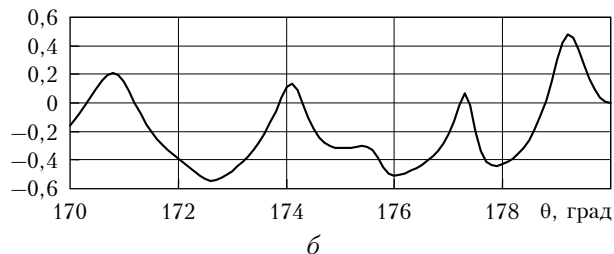
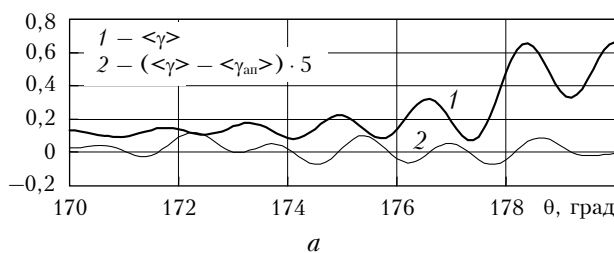


Рис. 9. Средние по большому интервалу $\Delta(8)$ значения: а — индикатрисы и ее разности с аппроксимационной, умноженной на 5; б — поляризации

Из рис. 9, а следует, что средняя погрешность аппроксимации близка к нулю. Она близка к нулю и в районе второго максимума, поскольку из этого условия и подбирались коэффициенты C_2 . Имею-

щиеся же осцилляции, по-видимому, неустранимы при построении любых приемлемой сложности аппроксимаций.

По поводу усредненной индикатрисы можно отметить следующее. Как видно из рис. 9, б, а также из расчетов при других больших интервалах усреднения, поляризация светлых колец глории отрицательна, т.е. преобладает направленность электрического вектора вдоль радиуса колец. Для суммарной индикатрисы соотношение интенсивностей в первом и втором максимумах примерно 2 : 1, при этом интенсивность максимумов растет при уменьшении x .

Аналитические соотношения для положения минимумов и максимумов глории

С использованием аппроксимационной формулы (18) можно проводить вычисление распределения интенсивности и ширины колец глории с учетом угловых размеров Солнца и распределения капель по размерам. Это, в свою очередь, позволяет ставить задачу о восстановлении параметров спектров облачных капель на основе измеренных распределений интенсивности рассеяния в кольцах глории. Однако оценку средних размеров капель можно проводить с использованием только положения минимумов или максимумов глории. Для этого нами вначале были проведены непосредственное определение положения минимумов и максимумов для средних по Δx индикатрис, а затем поиск простых функциональных связей этих величин с параметром x . Для представления этих результатов было принято во внимание, что картина формирования второго и последующих темных и светлых колец, как видно из рис. 8 и соотношений (18)–(21), определяется в основном квадратом функции Бесселя второго порядка с аргументом $v_2\Delta\theta$. Поэтому естественно искать связь положения минимумов с нулями, а положение максимумов — с максимумами (нулями производной) этой функции, которые запишем в виде

$$v_2\Delta\theta_{\min,k} = j_{2,k-1} - dj_{2,k-1}, \quad (22a)$$

$$v_2\Delta\theta_{\max,k} = j'_{2,k} - dj'_{2,k}. \quad (22b)$$

В этих соотношениях имеется только один подгоночный параметр dj и dj' для каждого значения v_{\min} и v_{\max} . Отметим, что значения первых нулей равны $j_{2,k} = 5,1356; 8,4172; 11,6198$ и $j'_{2,k} = 3,054; 6,706; 9,969$ для $k = 1, 2$ и 3 соответственно [24].

Значения полученных поправок dj и dj' для диапазона x от 40 до 170 представлены на рис. 10. Там же указаны и значения средних величин этих поправок.

Из рис. 10 видно, что dj осциллирует с периодом Δx с практически постоянной амплитудой. При этом фаза колебаний при увеличении k на единицу меняется на противоположную. Такая же картина осцилляций с меньшими амплитудами наблюдается и для dj' .

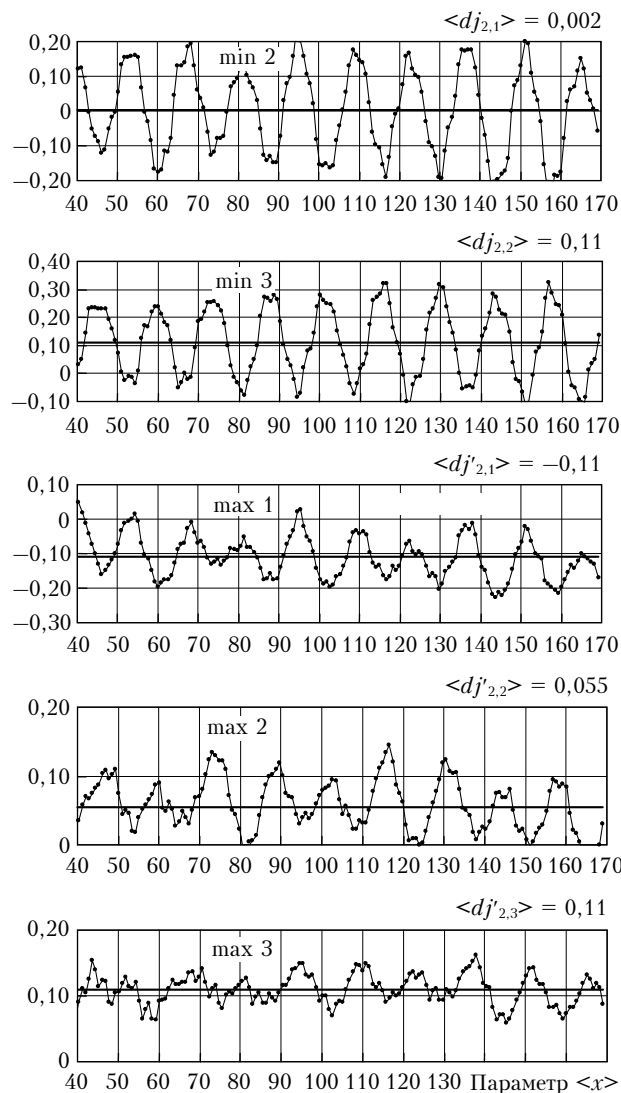


Рис. 10. Зависимость поправок dj и dj' для минимумов 2, 3 и максимумов 1–3. Точки — расчетные данные, сплошные кривые — среднее значение на представленном интервале

Механизм формирования первого минимума имеет другую природу. А именно, он является первым минимумом суммы J_0^2 и J_2^2 с разными коэффициентами и разными аргументами. Поэтому выражения типа (22) могут быть использованы для получения аналитических выражений связи положения первого минимума с x только при эмпирическом подборе параметров в левой и правой их частях. Результаты такого подбора при условии постоянства средней величины в правой части привели к следующему соотношению:

$$\Delta\theta_{\min,1}(\bar{x} + 20) = 1,92. \quad (23)$$

Структура осцилляционных отклонений от этого соотношения находится в противофазе к осцилляционной структуре второго минимума с почти одинаковыми амплитудами.

Отметим далее, что изменение показателей преломления в исследованном диапазоне m от 1,330 до

1,340 отражается только на изменении периода осцилляций согласно соотношениям (13). Амплитуды осцилляций и средние значения остаются практически неизменными. Поэтому соотношения (22), (23) имеют место для водяных капель для всех длин волн в видимом и УФ-диапазонах.

В заключение выпишем выражения для непосредственного определения среднего радиуса облачных капель по измерениям угловых размеров темных и светлых колец глории

$$\bar{x} + 2 = \frac{1,92}{\Delta\theta_{\min,1}} - 18 = \frac{5,13}{\Delta\theta_{\min,2}} = \frac{8,31}{\Delta\theta_{\min,3}}, \quad (24a)$$

$$\bar{x} + 2 = \frac{3,16}{\Delta\theta_{\max,1}} = \frac{6,65}{\Delta\theta_{\max,2}} = \frac{9,86}{\Delta\theta_{\max,3}}. \quad (24b)$$

С точки зрения расчетных результатов все 6 равенств эквивалентны, поэтому их выбор для определения размеров капель должен определяться из условий возможности наблюдения и точности измерения угловых размеров соответствующих темных и светлых колец глории.

Из полученных соотношений (24a) и (24b) следует, что соотношения между положениями минимумов (кроме первого) и максимумов не зависят от размеров капель. Наиболее часто определяемое отношение радиуса третьего темного кольца ко второму, как следует из (24a), равно 1,62. Приведенные в работе [1, табл. 24] результаты измерений различных авторов дают для этого отношения диапазон от 1,59 до 1,73, что не противоречит полученному выше значению.

Обсуждение результатов

Из изложенных выше результатов следует, что физическую картину формирования индикатрисы рассеяния вблизи направления назад представляют три составляющие части.

Первая часть, которую мы будем именовать «резонансной» и которая превалирует в направлении точно назад, представляет собой рассеяние падающего излучения, обусловленное резонансами на собственных частотах шара с полуширинами, сопоставимыми с расстоянием между ними, равным $\delta x \approx 1,1/m$. Именно эта составляющая, вклад которой обеспечивается всего лишь одним членом ряда M_i , ответственна за светлое пятно, наблюдаемое в центре глории. Угловая зависимость резонансной составляющей описывается квадратом функции Бесселя нулевого порядка от произведения $v_{\text{рез}}\Delta\theta$ при $v_{\text{рез}} \approx x + 4,5$. Этой составляющей можно было бы сопоставить аналог в геометрической оптике, состоящий в появлении бесконечностей для парциальных индикатрис с $p > 4$ для углов $\theta = 0$ и 180° , отмечаящихся на рис. 1, б. Однако принятию этого объяснения противоречит то обстоятельство, что резонансное рассеяние проявляется при всех углах θ . Кроме того, согласно принципу локализации [1, 10], который соотносит номер члена ряда прицельному параметру падения лучей в геометрической оптике,

члены ряда с $v > x$ соответствуют лучам, проходящим мимо поверхности шара. Поэтому более подходящим аналогом из понятий физической оптики резонансному рассеянию может служить понятие поверхностных волн, распространяющихся вдоль поверхности шара и дающих при их сложении соответствующий вклад в индикатрису рассеяния. Однако получение количественных характеристик с использованием теории поверхностных волн представляет большие трудности. Поэтому мы предлагаем использовать в дальнейшем термин «резонансное рассеяние» для объяснения и понимания механизма формирования светлого центрального пятна глории.

Как следует из рис. 6, основной вклад в формирование светлых колец глории дает группа членов ряда с l от $0,9x$ до $0,95x$. Согласно уже упомянутому выше принципу локализации эти члены ряда соответствуют лучам с углами падения от 64 до 74° . Как показывает исследование вклада этих членов в рассеяние в переднюю сферу, он соответствует парциальному лучу геометрической оптики с $p = 1$. Поскольку по законам ГО этот луч не дает вклада в заднюю полусферу, то появление колец глории можно объяснить возникновением внутренних поверхностных волн, которые и генерируются при падении луча с $p = 1$ на внутреннюю поверхность шара. Понятие внутренних поверхностных волн используется и в работах [10, 25], однако в них механизмом их генерации считается туннельный эффект. В туннельном эффекте внутренние поверхностные волны генерируются за счет проходящих мимо шара лучей, а при нашей интерпретации, как указано выше, при падении на внутреннюю поверхность шара уже прошедших внутрь его лучей. Для объяснения эффекта отрицательной поляризации глории отметим, что указанный выше диапазон углов падения превышает угол Брюстера α_B [19], равный 53° для $m = 4/3$. При углах падения $\alpha > \alpha_B$ коэффициент отражения для параллельной поляризации намного меньше такового для перпендикулярной. Из этого следует, что поляризация прошедших краевых лучей, ответственных за формирование глории, а следовательно и самой глории, отрицательна.

Роль вклада индикатрисы ГО в создание полной картины глории состоит из двух аспектов. Первый заключается в том, что она определяет значение индикатрисы во втором и последующих минимумах. В качестве второго аспекта отметим, что для больших шаров при больших значениях $\Delta\theta$ основной вклад в рассеяние начинает переходить уже к индикатрисе ГО.

Из полученных расчетных закономерностей глории отметим следующие:

1. Наблюдаемая картина обратного рассеяния представляет собой центральное светлое пятно и последующий ряд темных и светлых колец убывающей интенсивности. Отношение угловых диаметров темных и светлых колец (кроме первого темного) имеет универсальный характер, т.е. не зависит от размеров капель и длины волны. Таким образом, относительные размеры колец не дают информации о спектрах облачных капель, формирующих глорию.

2. Абсолютная величина угловых размеров светлых и темных колец зависит только от отношения радиуса капель к длине волны и определяется соотношениями (24а) и (24б). Отсюда следуют переход цвета светлых колец от синего к красному по мере увеличения их радиусов и возможность определения средних размеров капель при наблюдении глории через соответствующие световые фильтры.

3. Средняя поляризация колец глории отрицательна, т.е. вектор электрического поля преимущественно ориентирован вдоль радиуса глории.

4. Интенсивность светлых колец фиксированных порядковых номеров растет по мере увеличения их угловых размеров (уменьшения радиусов капель), что следует из соответствующей зависимости коэффициента C_2 от x согласно формуле (21) и рис. 7.

Отдельного обсуждения заслуживает вопрос о преимущественном наблюдении явления глории на холодных прозрачных облаках. Ответом здесь могут служить результаты наблюдения глории с космической станции [26], она исчезла на фоне плотной облачности. Отсюда следует вывод, что явление глории обусловлено однократным рассеянием, присущим оптически тонким облакам и маскируется многократным рассеянием для плотных облаков. Наблюдение глории преимущественно в переохлажденных облаках объясняется их малой оптической плотностью.

Указанные выше закономерности соответствуют приведенным в статье А.Н. Невзорова [12, п. 1] свойствам глории. Измеренное по приведенной в ней фотографии глории отношение второго темного кольца к первому с учетом оцененной погрешности находится в пределах 1,61–1,64, что также соответствует полученному выше значению 1,62. В то же время анализ приведенных в [12] результатов расчета глории, с отсутствующими вторым и следующими

кольцами, на основании которых он сделал вывод об аномальных свойствах переохлажденной воды, показал, что эти расчеты не верны. Поскольку автор продолжает пропагандировать эти выводы в дальнейших публикациях [27], мы сочли необходимым провести сравнение результатов его расчетов с нашими. Это сравнение содержится в Приложении.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Сопоставление расчетных характеристик глории А.Н. Невзорова и авторов данной статьи

Выводы автора статей [12, 27] об аномальных свойствах жидкокапельной воды в переохлажденных облаках основываются, в первую очередь, на отсутствии в полученных автором расчетных характеристиках обратного рассеяния с использованием рядов Ми нескольких концентрических светлых колец, которые наблюдаются в природе. В то же время все последние публикации [5–11], в том числе и результаты данной работы (см. рис. 9), свидетельствуют о наличии нескольких убывающих по интенсивности светлых колец в индикатрисе обратного рассеяния. Для понимания причины этих противоречий приводим для сравнения рис. П.1 с расчетными результатами [12, рис. 2] и рис. П.2 с нашими расчетами для тех же параметров.

Из сопоставления кривых 7, 8 и 9 рис. П.1 и П.2 ясно видно их качественное несоответствие друг другу. Убежденность в правильности наших расчетов обосновывается нашими многолетними исследованиями корректности вычисления рядов Ми [16, 17].

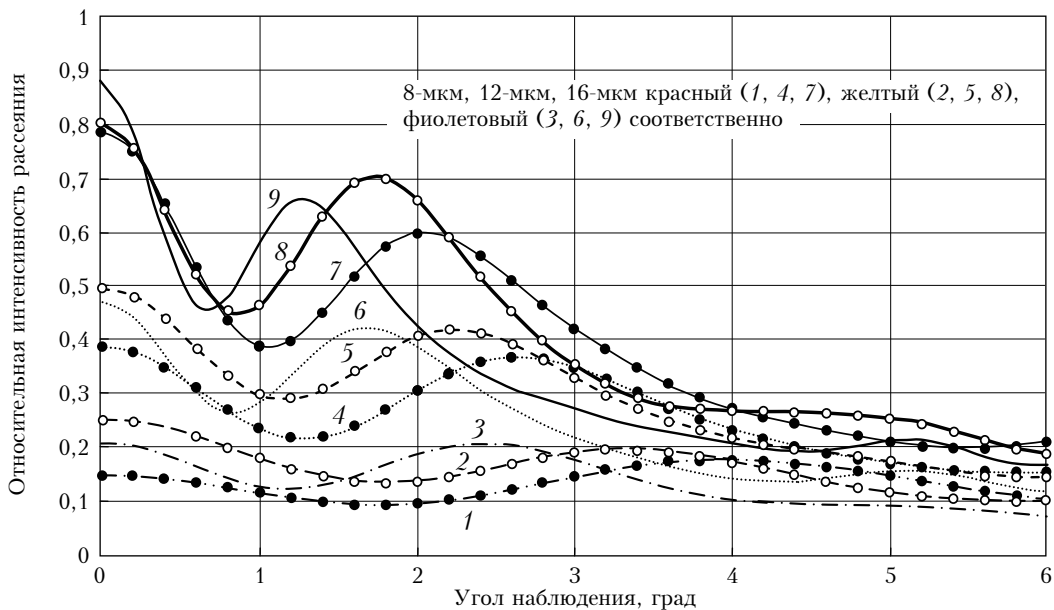


Рис. П.1. Угловые функции относительной интенсивности света, рассеянного в обратном направлении каплями воды диаметрами 8, 12 и 16 мкм, для красного ($\lambda = 0,67$ мкм, $n = 1,328$); желтого ($\lambda = 0,58$ мкм, $n = 1,334$) и фиолетового света ($\lambda = 0,42$ мкм, $n = 1,340$). Пик каждой кривой определяет положение венца обратного рассеяния от облака монодисперсных капель [12]

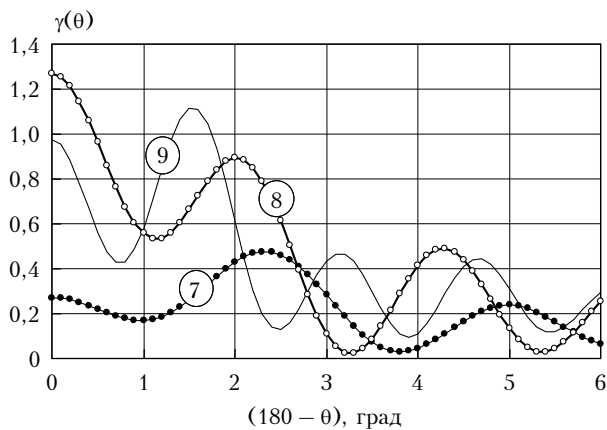


Рис. П.2. Индикатрисы рассеяния капель с параметрами, соответствующими кривым 7, 8 и 9 рис. П.1

Автор [12] использовал предоставленную ему программу расчетов рядов Ми и мог допустить какую-нибудь ошибку при ее воспроизведении или использовании. В связи с этим мы делаем вывод, что интерпретация явления глории А.Н. Невзоровым основывается на ошибочных расчетных результатах и поэтому его вывод о существовании в переохлажденных облаках жидкокапельной аномальной воды не соответствует действительности.

В заключение авторы благодарят И.В. Гореву за оперативное отслеживание текущей информации по предмету данной работы, Л.Д. Новикову за проведение контрольных расчетов отдельных результатов и В.П. Романову за большой вклад в оформление статьи.

1. ван де Хюлт Г. Рассеяние света малыми частицами. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. 536 с.
2. Khare V., Nussenzveig H.M. Theory of glory // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 38. N 22. P. 1279–1282.
3. Nussenzveig H.M. Complex angular momentum theory of the rainbows and the glory // J. Opt. Soc. Amer. 1979. V. 69. N 8. P. 1068–1079.
4. Wiscombe W.J. Improved Mie scattering algorithms // Appl. Opt. 1980. V. 19. N 9. P. 1505–1509.
5. Mayer B., Schröder M., Preusker R., Schuller L. Remote sensing of water cloud droplet size distributions using the backscatter glory: a case study // Atmos. Chem. Phys. Discuss. 2004. V. 4. N 5. P. 1255–1263.
6. Laven P. Simulation of rainbows, coronas and glories by use of theory Mie // Appl. Opt. 2003. V. 42. N 3. P. 436–444.

7. Laven P. Atmospheric glories: simulations and observations // Appl. Opt. 2005. V. 44. N 27. P. 5667–5675.
8. Laven P. Noncircular glories and their relationship to cloud droplet size // Appl. Opt. 2008. V. 47. N 34. P. H25–H30.
9. Laven P. Effects of refractive index on glories // Appl. Opt. 2008. V. 47. N 34. P. H133–H142.
10. Nussenzveig H.M. Does the glory have a simple explanation? // Opt. Lett. 2002. V. 27. N 16. P. 1379–1381.
11. Laven P. How are glories formed? // Appl. Opt. 2005. V. 44. N 27. P. 5675–5683.
12. Невзоров А.Н. Явление глории и природа жидкокапельной фракции в холодных атмосферных облаках // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20. № 8. С. 674–681.
13. Пинчук В.П., Романов Н.П. Резонансная структура сечений поглощения, полного и обратного рассеяния сферических частиц с умеренным поглощением: Тезисы докл. // IV Всесоюз. симпоз. по лазерному зондированию атмосферы. Томск, 1976. С. 110–113.
14. Коршунов В.А., Романов Н.П., Шарадин А.В. Крупномасштабные особенности сечения обратного рассеяния водяных сфер // Мат-лы Всесоюз. совещания по распространению оптического излучения в дисперсной среде. М.: Гидрометеиздат, 1978. С. 27–31.
15. Shipley S.T., Weinman J.A. A numerical study of scattering by large dielectric spheres // J. Opt. Soc. Amer. 1978. V. 68. N 1. P. 130–134.
16. Романов Н.П. Классификация и свойства собственных частот электромагнитных колебаний шара // Тр. ИЭМ. М.: Гидрометеиздат, 1988. Вып. 45(135). С. 3–73.
17. Романов Н.П. Исследование методов и погрешностей вычисления функций Риккати–Бесселя // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20. № 8. С. 701–709.
18. Романов Н.П. Методика расчета и свойства индикатрис рассеяния прозрачных шаров в приближении геометрической оптики // Оптика атмосф. и океана. 2009. Т. 22. № 5. С. 435–444.
19. Ландсберг Г.С. Оптика. М.: Физматгиз, 1976. 926 с.
20. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. М.: Мир, 1971. 166 с.
21. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 660 с.
22. Debye P. Der Lichtdruck auf Kugeln von beliebigem Material // Ann. Phys. 1909. IV Folge. Bd 30. S. 57–136.
23. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.: Наука, 1979. 632 с.
24. Таблицы нулей функций Бесселя. М.: ВЦ АН СССР, 1967. 95 с.
25. Vollmer M. Effects of absorbing particles on coronas and glories // Appl. Opt. 2005. V. 44. N 27. P. 5658–5666.
26. Israelevich P.L., Joseph J.H., Levin Z., Yair Y. First Observation of Glory from Space // Bull. Amer. Meteorol. Soc. 2009. V. 90. N 12. P. 1772–1774.
27. Невзоров А. Глория на облаках: что скрывается за нею // Наука и жизнь. 2010. № 1. С. 58–61.

N.P. Romanov, S.O. Dubnichenko. Physics of formation and analytical description of glory properties.

Based on the analysis of the Mie series terms contribution with the parameter x , equal to the ratio of the circumference length of the ball to the length of the light wave, it is shown that the central bright spot of a glory is governed by the light scattering at resonance frequencies of the ball with the harmonic numbers l_{res} exceeding x . The bright rings are generally formed by a group of harmonics with l from $0.9x$ to $0.95x$. The process of formation of inner waves, generated due to the interconnection with the ball surface of the rays that passed through it, is substantiated as a mechanism of a glory bright rings formation. To describe the phase scattering function near the backward direction, averaged over the basic period of resonance oscillation δx , the approximation formula is proposed in the form of the Bessel function squares of the zero-th and the second orders and the geometric optics phase scattering function. The coefficients of this formula are given for the refraction index $m = 4/3$, for which $\delta x = 0.82$. For the range of m from 1.33 to 1.34 it was found that the product of the sum ($\langle x \rangle + 2$) and the angular sizes of the first bright, the second dark and the subsequent alternating rings does not depend on m and is equal to 3.16; 5.13; 6.65; 8.31 and 9.86, respectively. These values are close to the alternating zeros of the first derivative and the second-order Bessel function.