

Определение оптических и микроструктурных характеристик капельных облаков при лазерном зондировании с учетом многократного рассеяния

В.В. Веретенников¹, А.И. Абрамочкин^{2*}

¹ *Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

² *Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН
634055, г. Томск, пр. Академический, 10/3*

Поступила в редакцию 24.02.2009 г.

Рассмотрена обратная задача восстановления профилей коэффициента ослабления и эффективного размера облачных частиц из лидарных сигналов, измеренных при различных углах поля зрения приема (FOV). Для решения задачи предложена специальная математическая формулировка лидарного уравнения с учетом многократного рассеяния в рамках малоуглового приближения теории переноса. В многократно рассеянном сигнале выделена дифракционная компонента, которая при больших FOV явно зависит от эффективного размера частиц. Восстановление искомым характеристикам производится с использованием разработанного итерационного алгоритма решения системы лидарных уравнений, определенных для двух и более углов FOV. Представлены результаты апробации алгоритма при обработке данных натуральных экспериментов по лазерному зондированию слоисто-кучевых облаков. Установлено хорошее согласие восстановленных значений коэффициентов ослабления и размеров частиц в облаке известным литературным данным.

Ключевые слова: лазерное зондирование, многократное рассеяние, облака, обратные задачи.

Введение

Облака относятся к числу важнейших факторов, определяющих состояние атмосферы и влияющих на протекающие в ней процессы. Эффективным инструментом для изучения оптических и микрофизических свойств облаков являются лидары. При лазерном зондировании облаков основное внимание обычно уделяется определению коэффициента ослабления света. Однако многократное рассеяние (МР) лазерного излучения в облаках затрудняет интерпретацию измеренных сигналов. Как показывают многочисленные теоретические оценки, доля МР-излучения в лидарных сигналах увеличивается с ростом оптической плотности среды. Ее величина зависит также и от геометрических параметров лидарного эксперимента. Наиболее существенным параметром является угол поля зрения (FOV) приемной системы лидара.

При небольших углах FOV вклад МР мал, и его можно рассматривать как некоторое возмущение, учитываемое при решении лидарного уравнения в рамках приближения однократного рассеяния. С увеличением FOV доля МР растет и может значительно превысить долю однократного рассеяния. Для учета МР в лидарном сигнале необходимо знать малоугловую индикатрису рассеяния, вид

которой определяется микроструктурой облаков. С другой стороны, указанная связь открывает возможности для оценки параметров микроструктуры облаков по информации, которую содержит многократно рассеянная компонента лидарного сигнала. Отсюда становится ясной необходимость комплексного подхода к решению проблемы лидарного зондирования облаков, когда в условиях многократного рассеяния одновременно восстанавливаются и профиль коэффициента ослабления, и микроструктура облаков.

Для решения указанной проблемы разрабатываются подходы, которые различаются как по способам описания вклада многократного рассеяния, так и по используемым алгоритмам решения обратной задачи [1–6]. В качестве восстанавливаемого параметра микроструктуры в работах [1–3] рассматривается эффективный размер частиц, определяемый отношением третьего момента функции распределения по размерам ко второму моменту. С величиной эффективного размера связывается ширина дифракционного пика малоугловой индикатрисы рассеяния, которая обычно аппроксимируется гауссовой функцией. В свою очередь, величина дифракционного пика определяет общее уширение зондирующего пучка за счет многократного рассеяния на малые углы. В работах [1, 2] эффективный диаметр частиц определяется по оценке угловой ширины МР-сигнала, которая находится в рамках параметрической модели из зависимости МР-сигнала как функции FOV. Входными данными

* Виктор Васильевич Веретенников (vvv@iao.ru); Александр Иванович Абрамочкин (asa@imces.ru).

для решения обратной задачи в работе [3] служат сигналы лидара комбинационного рассеяния, измеренные для двух значений FOV. Искомые значения коэффициента рассеяния и эффективного радиуса частиц объединены в один вектор, который определяется путем численного решения системы нелинейных уравнений. Информативность лидарных измерений с переменным FOV является предметом анализа в работе [4], где задача рассмотрена в упрощенной постановке для однородного слоя с постоянным значением коэффициента ослабления и одинаковым распределением частиц по размерам в приближении двукратного рассеяния.

Формулировка лидарного уравнения, предложенная в [5, 6], основана на использовании асимптотических свойств принимаемого сигнала, которые следуют из решения малоуглового уравнения переноса излучения. Особенностью полученного уравнения, существенной для решения обратных задач, является представление зависимости лидарного сигнала от размеров частиц в явном виде без использования параметрической аппроксимации. В работах [5–7] представлены численные алгоритмы обращения лидарного уравнения с учетом индикатрисы рассеяния в дифракционном приближении и показано, что измерения с двумя полями зрения дают возможность одновременно восстанавливать профили коэффициента ослабления и среднего радиуса частиц.

Предложенный в [8] способ разделения дифракционной и геометрической компонент в лидарном сигнале позволил разработать более эффективный алгоритм решения лидарного уравнения, который в настоящей работе применен для исследования характеристик плотных слоисто-кучевых облаков над г. Томском по данным лазерного зондирования лидаром с переменным FOV. Вопросы математического моделирования лидарных сигналов с учетом МР рассматриваются в разд. 1. В разд. 2 представлены итерационные алгоритмы восстановления профилей коэффициента ослабления и средних размеров частиц по данным лазерного зондирования. Сведения о параметрах лидара и условиях проведения эксперимента приведены в разд. 3; разд. 4 посвящен обсуждению результатов обращения экспериментальных данных.

1. Математическая модель лидарного сигнала при МР

Мощность лидарного сигнала с учетом МР часто формально записывают в виде

$$P(z) = P_1(z)[1 + m(z)], \quad (1)$$

где $P_1(z)$ – мощность лидарного сигнала в приближении однократного рассеяния, а функция $m(z)$ описывает отношение многократно рассеянного сигнала к однократно рассеянному. Сигнал $P_1(z)$ определяется хорошо известным выражением

$$P_1(z) = W \frac{c}{2} z^{-2} S_r \beta_\pi(z) e^{-2\tau(z)}, \quad (2)$$

в котором W – энергия посылаемого импульса; S_r – площадь приемной апертуры; $\tau(z) = \int_0^z \epsilon(s) ds$ – оп-

тическая толщина; $\beta_\pi(z)$ и $\epsilon(z)$ – объемные коэффициенты рассеяния назад и ослабления. Следует также отметить, что уравнение (2) справедливо для дальней зоны приема, которая для моностатического лидара зондирования с совмещенными осями источника и приемника излучения удовлетворяет условию $z > R_r/\gamma_r$, где R_r и γ_r – радиус входного зрачка и угол поля зрения приемной системы лидара.

При определении функции $m(z)$ будем исходить из часто используемой приближенной модели лидарного сигнала, согласно которой учитывается только один акт рассеяния на большие углы, включая направление назад. Описание процесса распространения зондирующего импульса от источника до объема, в котором происходит его рассеяние в обратном направлении, и от этого объема до приемника излучения базируется на малоугловом приближении теории переноса [9, 10]. При таких условиях отношение $m(z)$ находится из решения уравнения переноса излучения в следующем виде [5, 6]:

$$m(z, \gamma_r) = z \gamma_r \int_0^\infty J_1(v z \gamma_r) [e^{g(v)} - 1] dv, \quad (3)$$

где $J_1(\cdot)$ – функция Бесселя первого рода первого порядка; v – пространственная частота;

$$g(v) = 2 \int_0^z \sigma(z') \tilde{x}[v(z-z'), z'] dz'; \quad (4)$$

$\sigma(z)$ – коэффициент рассеяния; $\tilde{x}(p, z)$ – преобразование Ганкеля малоугловой индикатрисы рассеяния $x(\gamma, z)$, зависящей в общем случае от пространственной координаты z . Формула (3) записана, так же как и формула (2), для моностатической схемы зондирования с совмещенными осями источника и приемника излучения.

При рассеянии на облачных частицах, для которых $kr|m-1| \gg 1$, где r , m – радиус и показатель преломления частицы; $k = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны света, удовлетворительное описание индикатрисы рассеяния дает ее представление в виде суммы двух основных компонент [11]:

$$\begin{aligned} x(\gamma) &= a^{(D)} x^{(D)}(\gamma) + a^{(GO)} x^{(GO)}(\gamma), \\ a^{(D)} &= \sigma^{(D)} / \sigma, \quad a^{(GO)} = \sigma^{(GO)} / \sigma. \end{aligned} \quad (5)$$

Первая компонента обусловлена дифракцией света на частицах, а формирование второй подчиняется законам геометрической оптики. Соответствующие указанным составляющим функции $m^{(D)}(z)$ и $m^{(GO)}(z)$ определяются по общим формулам (3), (4) при замене индикатрисы рассеяния $x(\gamma)$ на $x^{(D)}(\gamma)$ и $x^{(GO)}(\gamma)$. Коэффициент рассеяния σ в этом

случае заменяется на $\sigma^{(D)}$ или $\sigma^{(GO)}$ соответственно.

При учете только дифракционной части индикатрисы рассеяния уравнение для лидарного сигнала $P^{(D)}(z)$ имеет вид, аналогичный формуле (1), с заменой функции $m(z)$ на $m^{(D)}(z)$:

$$P^{(D)}(z) = P_1(z) [1 + m^{(D)}(z)]. \quad (6)$$

В работе [12] установлена область применимости данного приближения в зависимости от оптико-геометрических условий лидарного эксперимента. На основании формул (3), (4) можно показать, что отношение $m^{(D)}(z, \gamma_r)$ является монотонно возрастающей функцией угла γ_r , которая стремится к пределу $m_\infty^{(D)}(z) = e^{\tau(z)} - 1$, если формально положить $\gamma_r \rightarrow \infty$. Из последнего соотношения и уравнения (6) легко установить связь между лидарным $P_1(z)$ и асимптотическим $P_\infty^{(D)}(z)$ сигналами при $\gamma_r \rightarrow \infty$: $P_\infty^{(D)}(z) = P_1(z) e^{\tau(z)}$, и получить уравнение для асимптотического сигнала

$$P_\infty^{(D)}(z) = W \frac{C}{2} z^{-2} S_r \beta_\pi(z) e^{-\tau(z)}. \quad (7)$$

Уравнение (7), определяющее асимптотический сигнал $P_\infty^{(D)}(z)$, имеет ту же структуру, что и уравнение (2) для сигнала $P_1(z)$ в приближении однократного рассеяния. Эти сигналы зависят от одних и тех же оптических характеристик среды, что позволяет использовать накопленный к настоящему времени опыт решения традиционного лидарного уравнения (2) при обращении сигнала $P_\infty^{(D)}(z)$.

Однако сигнал $P_\infty^{(D)}(z)$ не измеряется непосредственно в эксперименте, поэтому следует установить связь между асимптотическим $P_\infty^{(D)}(z)$ (7) и измеряемым $P(z)$ сигналами (1). Для этого, во-первых, используя формулы (6), (7), выразим сигнал $P^{(D)}(z)$ (6) с учетом МР в дифракционном приближении через его асимптотическое значение при $\gamma_r \rightarrow \infty$:

$$P^{(D)}(z) = P_\infty^{(D)}(z) [1 - \Delta(z)]. \quad (8)$$

Корректирующий фактор $\Delta(z)$ в уравнении (8) связан с отношением $m^{(D)}(z)$ уравнением

$$\Delta(z) = 1 - [m^{(D)}(z) + 1] e^{-\tau(z)} \quad (9)$$

и стремится к нулю при $\gamma_r \rightarrow \infty$. Последнее обстоятельство является весьма существенным, поскольку позволяет рассматривать функцию $\Delta(z)$ как некоторое малое возмущение, вносимое в асимптотический сигнал $P_\infty^{(D)}(z)$ при переходе к сигналу $P^{(D)}(z)$ (8). Для практических целей важно то, что при больших углах FOV формула для корректирующего фактора $\Delta(z)$ значительно упрощается и приобретает следующий вид [5, 6]:

$$\Delta(z) = \frac{2}{\pi k z \gamma_r} \int_0^z \frac{\epsilon(z')}{\bar{r}_h(z')} (z - z') dz', \quad (10)$$

где

$$\bar{r}_h(z) = \left[\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} f(r, z) r^{-1} dr \right]^{-1} = \langle r^2 \rangle_n / \langle r \rangle_n \quad (11)$$

– средний гармонический радиус рассеивающих частиц по распределению

$$f(r, z) = s(r, z) / S(z), \quad S(z) = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} s(r, z) dr, \\ s(r, z) = \pi r^2 n(r, z),$$

а скобки $\langle \rangle_n$ означают усреднение по первому аргументу распределения счетной концентрации частиц $n(r, z)$. Достоинством асимптотической формулы (10) является то, что при ее использовании лидарный сигнал $P^{(D)}(z)$ (8) связан явной зависимостью с профилем интегрального параметра микроструктуры $\bar{r}_h(z)$ (11).

Для дополнительного учета вклада геометрооптической компоненты, исходя из формул (1) и (6), запишем разность $\delta P(z) = P(z) - P^{(D)}(z)$ между сигналами $P(z)$ и $P^{(D)}(z)$ в виде

$$\delta P(z) = P_1(z) \delta m(z), \quad (12)$$

где $\delta m(z) = m(z) - m^{(D)}(z)$. Наличие поправочного члена $\delta m(z)$ обусловлено неполнотой описания картины рассеяния при учете только дифракции света на больших частицах. В работе [8] получено следующее простое выражение для поправки:

$$\delta m(z) = e^{\tau(z)} m^{(GO)}(z). \quad (13)$$

Таким образом, асимптотическое поведение фактора МР $m(z) = m^{(D)}(z) + \delta m(z)$ для полидисперсных сред с одинаковым средним гармоническим радиусом будет одним и тем же, независимо от конкретного вида распределения $s(r, z)$.

В итоге, на основании формул (7), (8) и (13) можно получить уравнение для мощности суммарного лидарного сигнала $P(z) = P^{(D)}(z) + P_1(z) \delta m(z)$ в окончательном виде

$$P(z) = P_\infty^{(D)}(z) [1 - \Delta(z) + m^{(GO)}(z)]. \quad (14)$$

Дадим краткий анализ полученного уравнения (14). Лидарный сигнал $P(z)$ в виде (14) зависит от двух оптических характеристик среды – коэффициентов обратного рассеяния $\beta_\pi(z)$ и ослабления $\epsilon(z)$, а также от профиля среднего гармонического радиуса частиц $\bar{r}_h(z)$. Поэтому, в принципе, можно рассматривать обратную задачу по восстановлению всех перечисленных оптико-микрофизических характеристик среды из лидарных измерений с учетом МР из уравнения (14).

Однако следует иметь в виду, что при достаточно больших углах FOV γ_r корректирующий фактор $\Delta(z)$ мал и вносит незначительный вклад по сравнению с остальными слагаемыми, стоящими в квадратных скобках формулы (14). В результате

понижается чувствительность лидарного сигнала $P(z)$ к функции $\bar{r}_h(z)$. При рассмотрении обратной задачи в упрощенной постановке, когда неизвестным в уравнении (14) считается только коэффициент ослабления $\epsilon(z)$, указанный фактор играет положительную роль вследствие уменьшения влияния дисперсного состава среды на точность искомого решения.

Параметризация микроструктурных распределений при учете многократного рассеяния

Для эффективного решения обратной задачи по определению размеров частиц из измерений величины многократного рассеяния в лидарных сигналах необходимо иметь достаточно простую математическую модель, связывающую измеряемые и восстанавливаемые характеристики. Как было показано выше, при больших углах FOV γ_r лидарный сигнал в явном виде зависит от единственного микроструктурного параметра — среднего гармонического радиуса частиц $\bar{r}_h(z)$ (11). Поэтому для получения уравнения, определяющего связь лидарного сигнала $P(z)$ и профиля $\bar{r}_h(z)$ в общем случае при произвольных углах γ_r , можно параметризовать функцию распределения по размерам $s(r,z)$ следующим образом.

Пусть распределению $f(r,z) = s(r,z) / S$ в формуле (11) соответствует средний гармонический радиус частиц $\bar{r}_h(z)$. Рассмотрим параметрическое представление функции распределения в виде

$$f(r,z) = \frac{1}{\bar{r}_h(z)} f\left(\frac{r}{\bar{r}_h(z)}\right), \quad (15)$$

где $f(\eta)$ — нормированная функция распределения по относительному размеру $\eta = r / \bar{r}_{h,1}$. Соотношение (15) означает, что функции $f(r,z)$ рассматриваются в классе подобных распределений, инвариантных при переходе к относительному размеру η . Все функции этого класса выражаются через одного из представителей класса $f_1(r)$ с радиусом $\bar{r}_{h,1}$, по правилу

$$f(r,z) = \frac{\bar{r}_{h,1}}{\bar{r}_h(z)} f_1\left[r \frac{\bar{r}_{h,1}}{\bar{r}_h(z)}\right]. \quad (16)$$

Легко проверить, что модели микроструктуры облачных частиц типа модифицированного гамма-распределения [13] удовлетворяют условию (16). При сделанных предположениях имеет место также следующая параметризация дифракционной индикатрисы рассеяния:

$$\tilde{x}^{(D)}(p,z) = \tilde{x}_1^{(D)}\left(p \frac{\bar{r}_{h,1}}{\bar{r}_h(z)}\right). \quad (17)$$

Подставляя соотношение (17) в формулу (4), получим зависимость функции $g^{(D)}(v)$ от профиля $\bar{r}_h(z)$ в виде

$$g^{(D)}(v) = \int_0^z \epsilon(z') \tilde{x}_1^{(D)}[v(z-z')q(z')] dz', \quad (18)$$

где отношение $q(z) = \bar{r}_{h,1} / \bar{r}_h(z)$ характеризует отклонение радиуса $\bar{r}_h(z)$ от опорного значения $\bar{r}_{h,1}$. В подынтегральном выражении (18) профиль $\bar{r}_h(z)$ образует суперпозицию с функцией $\tilde{x}_1^{(D)}(\cdot)$. Формула (18) представляет собой нелинейное интегральное уравнение относительно функции $q(z)$ и, следовательно, относительно профиля $\bar{r}_h(z)$.

В качестве опорного значения $\bar{r}_{h,1}$ может быть взята, например, оценка характерного радиуса облачных частиц, усредненного по трассе. Выбор конкретного распределения $f_1(r)$, определяющего вид функции $\tilde{x}_1^{(D)}(\cdot)$, должен соответствовать данным о микроструктуре, типичным для исследуемого класса облачных сред. При необходимости на различных участках трассы зондирования могут рассматриваться разные функции $f_i(r)$ с отличающимися средними радиусами $\bar{r}_{h,i}$.

Замечание. Как показано в [14], при малых значениях γ_r основным микроструктурным параметром, определяющим поведение фактора МР $m(\gamma_r, z)$, является средний по распределению $f(r,z)$ радиус частиц

$$\bar{r}_s(z) = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} f(r,z) r dr = \langle r^3 \rangle_n / \langle r^2 \rangle_n. \quad (19)$$

В этом случае целесообразно параметризовать распределение $f(r,z)$, опираясь на профиль среднего радиуса $\bar{r}_s(z)$ с соответствующей заменой переменных в формуле (15). Все последующие рассуждения остаются в силе. Параметры \bar{r}_h и \bar{r}_s для типичных моделей микроструктуры облачных частиц [13] отличаются незначительно и связаны линейной зависимостью

$$\bar{r}_h = \Gamma^2\left(\frac{\alpha+3}{\gamma}\right) \left[\Gamma\left(\frac{\alpha+2}{\gamma}\right) \Gamma\left(\frac{\alpha+4}{\gamma}\right) \right]^{-1} \bar{r}_s, \quad (20)$$

где $\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция; α и γ — параметры модифицированного гамма-распределения частиц по размерам [13]. В частности, при $\gamma = 1$ будем иметь

$$\bar{r}_h = \frac{\alpha+2}{\alpha+3} \bar{r}_s, \quad (21)$$

откуда для модели *Cloud C1* ($\alpha = 6$) при $\bar{r}_s = 6$ мкм получим $\bar{r}_h = (8/9)\bar{r}_s = 5\frac{1}{3}$ мкм. Параметры \bar{r}_h и \bar{r}_s можно рассматривать как различные варианты задания некоторого эффективного размера частиц r_{ef} , который в преобразовании (15) играет роль нормировочного множителя.

2. Алгоритмы решения лидарного уравнения с учетом многократного рассеяния

2.1. Итерационный алгоритм восстановления коэффициента ослабления

Предположим, что угол FOV γ_r находится в асимптотической области значений, для которой справедливо соотношение (10). В этом случае запись лидарного уравнения в форме (14) делает ее удобной для постановки задачи в упрощенном виде, когда искомой функцией является профиль коэффициента ослабления $\epsilon(z)$, а профиль среднего гармонического радиуса частиц $\bar{r}_h(z)$ задается априорно. Это связано с тем, что корректирующий фактор $\Delta(z)$ (10) при больших углах FOV γ_r становится существенно меньше остальных слагаемых, входящих в правую часть уравнения (14). Поэтому неточность априорного задания функции $\bar{r}_h(z)$ будет слабо влиять как на результаты расчета лидарного сигнала $P(z)$, так и на погрешности восстановления профиля $\epsilon(z)$ при его обращении.

При данных условиях профиль коэффициента ослабления $\epsilon(z)$ можно определить, решая уравнение (14) численно методом последовательных приближений. Рассмотрим общую схему расчетов на k -м шаге итераций. Пусть на k -м шаге итераций известно приближение искомой функции $\epsilon^{(k)}(z)$. Тогда для него по формулам (3) и (10) можно рассчитать функции

$$\Delta_k(z) = \Delta[\epsilon^{(k)}(z)]; \quad (22)$$

$$m_k^{(GO)}(z) = m^{(GO)}[\epsilon^{(k)}(z)]. \quad (23)$$

Это позволяет осуществить переход от измеряемого сигнала $P(z)$ к асимптотическому приближению

$$P_{\infty k}^{(D)}(z) = \frac{P(z)}{1 - \Delta_k(z) + m_k^{(GO)}(z)}. \quad (24)$$

Решая затем обратную задачу для сигнала $P_{\infty k}^{(D)}(z)$, получаем следующее приближение для профиля коэффициента ослабления $\epsilon^{(k+1)}(z)$. В свою очередь, выбор алгоритма обращения сигнала $P_{\infty k}^{(D)}(z)$ зависит от дополнительной информации о свойствах среды. Например, функциональная зависимость степенного вида между коэффициентами ослабления и обратного рассеяния позволяет перейти от уравнения (7) к эквивалентному ему дифференциальному уравнению Бернулли [15]. Его общее решение хорошо известно. В частности, для жидкокапельных облаков типа *Cloud C1* [13] лидарное отношение $b = \beta_\pi(z)/\epsilon(z)$ в видимом диапазоне длин волн слабо зависит от распределения частиц по размерам и может считаться постоянным при ва-

риациях среднего гармонического радиуса частиц $\bar{r}_h(z)$ в диапазоне от 4 до 10 мкм. Допускаемая при этом погрешность не превосходит 3%.

При указанном предположении новое приближение $\epsilon^{(k+1)}(z)$ определяется по формуле

$$\epsilon^{(k+1)}(z) = \frac{S_{\infty k}(z)}{z^* \left(S_{\infty k}(z^*) / \epsilon(z^*) + \int_z^{z^*} S_{\infty k}(x) dx \right)}, \quad (25)$$

где

$$S_{\infty k}(z) = P_{\infty k}^{(D)}(z) z^2.$$

Для нахождения решения $\epsilon(z)$ по формуле (25) необходимо знать значение коэффициента ослабления $\epsilon(z^*)$ в некоторой опорной точке z^* на трассе зондирования. Оценка $\epsilon(z^*)$ можно получить с помощью известного метода логарифмической производной, модифицированного с учетом МР. Метод основан на предположении о неизменности оптических свойств среды на некотором отрезке трассы зондирования, в пределах которого выбирается опорная точка z^* . В этом случае из уравнения (7) следует оценка

$$\epsilon^{(k)}(z^*) = - \frac{d \ln S_{\infty k}^{(D)}(z^*)}{dz}, \quad (26)$$

которая также уточняется в итерационном процессе (22)–(24). Итерации продолжаются до тех пор, пока отклонение $\delta_\epsilon = |\epsilon^{(k)}(z) - \epsilon^{(k+1)}(z)|$ между решениями, полученными на двух последовательных шагах, не станет достаточно малым. Как показывают численные эксперименты, итерации сходятся за 3–6 шагов.

2.2. Алгоритм определения профиля среднего размера частиц по многократному рассеянию лидарного сигнала

Параметризация функции распределения частиц по размерам $f(r, z)$, предложенная в разд. 1, позволяет рассматривать функцию $g^{(D)}(v)$ (18) и зависящую от нее характеристику МР $m(z, \gamma_r)$ (3) как функционалы от профиля эффективного радиуса частиц $r_{ef}(z)$, в качестве которого может быть взят средний гармонический радиус $\bar{r}_h(z)$ (11) либо средний радиус $\bar{r}_s(z)$ (19). Как будет показано далее, функцию $m(z, \gamma_r)$ можно восстановить из лидарных данных. Это дает возможность сформулировать обратную задачу определения функции $r_{ef}(z)$ по измерениям характеристики МР $m(z, \gamma_r)$. Указанная задача представляет собой нелинейное интегральное уравнение первого рода и является некорректной. Для решения таких задач применяются алгоритмы итеративной регуляризации на основе, например, методов нелинейной оптимизации [16–18].

Кратко остановимся на общей схеме таких алгоритмов в конечномерной постановке. Предположим, что значения фактора МР $\mathfrak{h}_i = m(z_i, \gamma_r)$ заданы на дискретном множестве отсчетов z_i , $i = 1, \dots, n$. Для простоты будем считать угол поля зрения γ_r постоянным. Пусть также в результате алгебраизации задачи искомая функция $r_{ef}(z)$ заменяется вектором $r = (r_1, r_2, \dots, r_q)$ и F — нелинейный оператор, осуществляющий отображение вектора r в \mathfrak{h} . Тогда решение обратной задачи может быть определено из условия минимума функционала

$$\Phi(r) = \|F(r) - \mathfrak{h}\|^2 + \alpha \|r - r_0\|^2, \quad (27)$$

где r_0 — априорная оценка искомого решения; α — параметр регуляризации. В силу нелинейности оператора F возможно существование локальных экстремумов функционала $\Phi(r)$, поэтому успех решения обратной задачи во многом определяется удачным выбором начального приближения r_0 .

Один из распространенных способов минимизации функционала $\Phi(r)$ заключается в линеаризации оператора $F(r)$ в окрестности текущей точки $r^{(k)}$ и определении экстремума функционала $\Phi(r)$ относительно приращения $p = r - r^{(k)}$ [16]. Решение линеаризованной экстремальной задачи имеет вид

$$p_k = -(J^T J + \alpha I)^{-1} J^T (F_k - \mathfrak{h}) - \alpha (J^T J + \alpha I)^{-1} (r^{(k)} - r_0), \quad (28)$$

где $F_k = F(r^{(k)})$; J — матрица Якоби для функции $F(r)$, вычисленная в точке $r = r^{(k)}$; I — единичная матрица. Затем осуществляется переход к следующему приближению по правилу:

$$r^{(k+1)} = r^{(k)} + \mu_k p_k, \quad 0 < \mu_k < 1. \quad (29)$$

Алгоритм (28), (29) известен как метод итеративной регуляризации Гаусса—Ньютона. Если в формулу (27) подставить вместо априорной оценки решения r_0 текущее значение $r^{(k)}$, то это приводит к алгоритму Левенберга—Марквардта [16, 18], который формально следует из уравнения (28) при отбрасывании второго слагаемого в его правой части.

2.3. Алгоритм совместного восстановления профилей коэффициента ослабления и эффективного радиуса частиц

Алгоритмы, рассмотренные в предыдущих разделах, служат основой для решения обратной задачи в общем виде, когда неизвестными являются как коэффициент ослабления $\varepsilon(z)$, так и эффективный радиус частиц $r_{ef}(z)$. Необходимым условием для этого является измерение лидарных сигналов с различными углами FOV γ_r . Поставленную задачу можно решить, применяя метод расщепления. Суть данного метода состоит в раздельном определении искомых функций на основе алгоритмов, наиболее

подходящих для каждой из них. При этом, поскольку значения каждой из восстанавливаемых функций зависят от вида другой функции, алгоритмы выполняются циклически с итерационной коррекцией решений.

Рассмотрим последовательность операций, выполняемых внутри j -го цикла при обращении лидарных сигналов, измеренных с двумя полями зрения $\gamma_{r,1}$ и $\gamma_{r,2}$. Для определенности предположим, что угол $\gamma_{r,1}$ выбран в асимптотической области формирования лидарных сигналов. Тогда решение лидарного уравнения (14) при $\gamma_r = \gamma_{r,1}$ на основе алгоритма (22), (25) даст оценку профиля коэффициента ослабления $\varepsilon_j(z)$. Для выполнения указанной операции используются данные о профиле эффективного размера частиц $r_{ef,j-1}(z)$, полученные в предыдущем цикле.

При работе алгоритма (22)—(25) одновременно с функцией $\varepsilon_j(z)$ восстанавливаются профиль асимптотического сигнала $P_{\infty,j}^{(D)}(z)$ (24) и оптическая толщина $\tau_j(z)$. Это позволяет определить фактор МР для второго угла FOV $\gamma_{r,2}$ по формуле

$$\mathfrak{h}_j(z, \gamma_{r,2}) = P(z, \gamma_{r,2}) \exp[\tau_j(z)] / P_{\infty,j}^{(D)}(z) - 1. \quad (30)$$

Зависимость $\mathfrak{h}_j(z, \gamma_{r,2})$ (30) служит входной информацией для последующей оценки профиля $r_{ef,j}(z)$ на основе алгоритма (28), (29), рассмотренного в разд. 2.2. Затем осуществляется переход на новый, $(j+1)$ -й цикл. Условием завершения итераций является близость решений $\varepsilon_j(z)$, $\varepsilon_{j+1}(z)$ и $r_{ef,j}(z)$, $r_{ef,j+1}(z)$, полученных на двух последующих шагах. Результаты численных экспериментов показывают, что для сходимости процесса достаточно 2—3 итераций.

3. Описание лидарного эксперимента

Экспериментальные данные лазерного зондирования облаков были получены с помощью лидара с переменным FOV, технические характеристики которого приведены ниже.

Передатчик	
Длина волны зондирующего излучения, нм	532
Энергия в импульсе, мДж	10—12
Длительность зондирующего импульса, нс	15—20
Частота повторения импульсов, Гц	до 25
Угловая расходимость излучения передатчика, мрад	0,6
Приемник	
Диаметр входной апертуры приемного объектива, мм	150
Фокусное расстояние приемного объектива, мм	750
Диаметр полевой диафрагмы, мм	1—20
Частота дискретизации сигнала, МГц	20
Пространственное разрешение, м	7,5
Угол поля зрения, мрад	0,67—13,33

Каждый цикл лидарных измерений состоит из серий актов зондирования, проводимых при фиксированных значениях угла FOV γ_r . Приемная система лидара обеспечивает дискретную смену полей зрения из набора, включающего до 7 отсчетов углов $\gamma_r = 0,67; 1,33; 2,67; 5,33; 8,0; 10,7$ и $13,3$ мрад. Каждая серия содержит от 5 до 15 актов зондирования. Таким образом, общая продолжительность одного цикла лидарных измерений для полного набора углов FOV не превосходит 6–10 с. Зарегистрированные лидарные сигналы, оцифрованные с частотой 20 МГц 7-разрядным АЦП, подвергались первичной обработке. При первичной обработке для каждой серии определялись профили средних сигналов и их СКО. Усредненные сигналы были использованы для решения обратной задачи.

Объектом лидарных измерений были плотные слоисто-кучевые облака в окрестности г. Томска, наблюдаемые в весенний период после вечерних сумерек. Время начала измерений 22 ч 25 мин. Для анализа были выбраны данные трех последовательных циклов лидарных измерений, выполненных с интервалом около 15 мин. Зондирование производилось по наклонной трассе с углом наклона к горизонту 40° .

Типичные усредненные профили лидарных сигналов, полученные в одном цикле измерений для 6 значений углов γ_r , изображены на рис. 1.

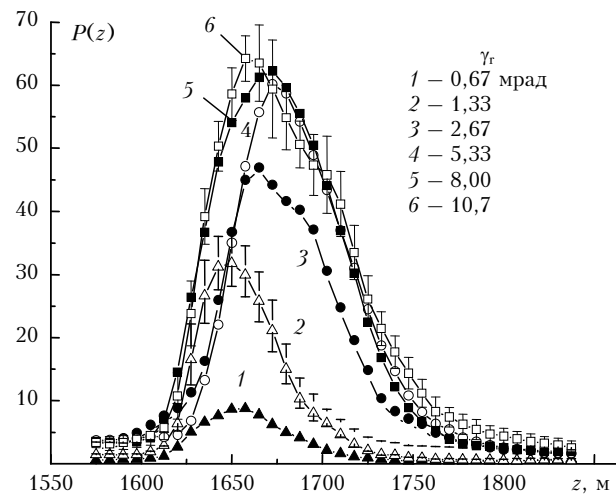


Рис. 1. Усредненные профили лидарных сигналов от слоисто-кучевого облака при различных углах поля зрения приема

Наклонная дальность до облачного слоя составляла 1560–1600 м. Измеренные профили имеют вид унимодальных кривых с максимумом на глубине 60–80 м от границы облака. Относительное значение СКО в точке максимума сигнала для $\gamma_r = 10,7$ мрад составляет около 10%. С увеличением FOV мощность лидарных сигналов растет и в диапазоне углов $\gamma_r = 8–10,7$ мрад асимптотически приближается к уровню насыщения.

Определение оптических и микроструктурных характеристик капельных облаков при лазерном зондировании... 677
8. Оптика атмосферы и океана, № 7.

4. Результаты обращения лидарных измерений

Результаты решения обратных задач лазерного зондирования облаков на основе разработанных алгоритмов для экспериментальных данных, приведенных на рис. 1, представлены на рис. 2 и 3.

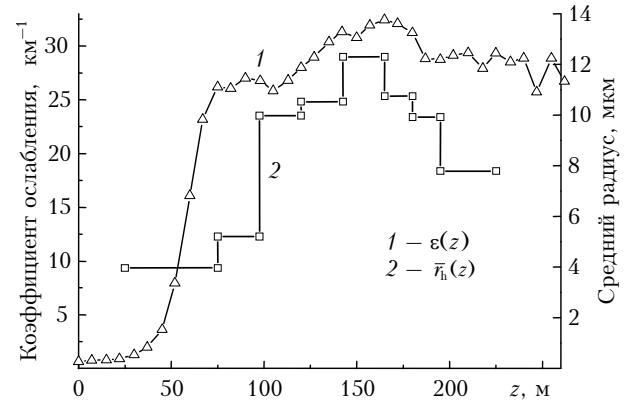


Рис. 2. Профили коэффициента ослабления $\epsilon(z)$ (кривая 1) и среднего радиуса частиц $\bar{r}_h(z)$ (кривая 2), восстановленные по данным лидарного зондирования при FOV $\gamma_r = 10,7$ и $1,33$ мрад

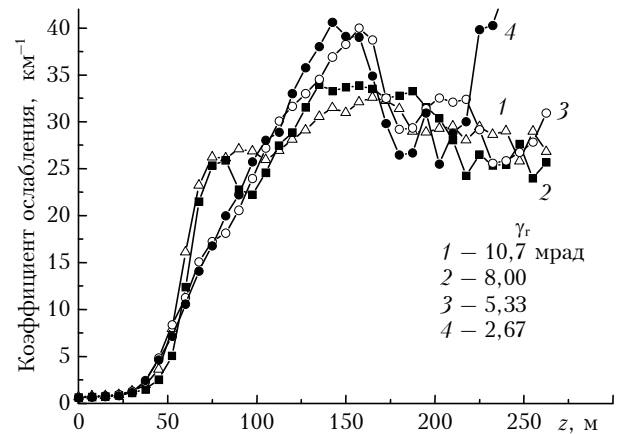


Рис. 3. Профили коэффициента ослабления $\epsilon(z)$, восстановленные из лидарных измерений в течение одного цикла при четырех различных углах FOV γ_r

Для совместного восстановления профилей коэффициента ослабления $\epsilon(z)$ и среднего радиуса частиц $\bar{r}_h(z)$ были выбраны лидарные сигналы с углами поля зрения $\gamma_{r,1}$ и $\gamma_{r,2}$, равными 10,7 и 1,33 мрад соответственно. Угол $\gamma_{r,1}$ находится в асимптотической области формирования лидарного сигнала (кривая 6, рис. 1), для которой справедливы уравнения (10) и (14). Численные оценки, выполненные для геометрии наблюдений, соответствующей натурному эксперименту, показывают, что условия асимптотического приближения выполняются для FOV $\gamma_r > 2,67$ мрад с погрешностью, не превышающей 11%, при глубине проникновения в облачный слой до 200 м. Значение второго угла $\gamma_{r,2} = 1,33$ мрад принадлежит диапазону, в котором

преобладает дифракционная компонента многократного рассеяния [12], по которой восстанавливаются размеры облачных частиц.

На рис. 2 изображены профили коэффициентов ослабления $\epsilon(z)$ и среднего радиуса частиц $\bar{r}_h(z)$, восстановленные при совместном обращении лидарных сигналов, представленных кривыми 2 и 6 на рис. 1. Семейство зависимостей $\epsilon(z)$, определенных из лидарных измерений в течение одного цикла при четырех различных углах FOV $\gamma_r = 10,7; 8,0; 5,33$ и $2,67$ мрад, показано на рис. 3. Приведенные на рис. 3 профили коэффициента ослабления получены из решения лидарного уравнения (14) с помощью итерационного алгоритма (22)–(25). При этом в расчетах корректирующего фактора $\Delta(z)$ (10) использована ранее определенная зависимость среднего радиуса облачных частиц $\bar{r}_h(z)$.

Начало отсчета по оси Oz на рис. 2 и 3 совмещено с положением ближней границы облака. Глубина проникновения в облачный слой составляла около 250 м. Оптическая толщина на этой глубине достигала 4,5–5. Из рис. 2 видно, что средний радиус облачных частиц изменяется в диапазоне от 3,8 мкм у ближней границы до 12,3 мкм внутри облака. Полученные значения $\bar{r}_h(z)$ находятся в хорошем согласии с опубликованными данными о микроструктуре облачных капель [13, 19].

Выделим основные особенности в восстановленных зависимостях коэффициента ослабления $\epsilon(z)$, наблюдаемые на рис. 3. На участке от ближней границы облака до глубины 80 м коэффициент ослабления монотонно возрастает до уровня около 27 км^{-1} , а затем флуктуирует в интервале $25\text{--}33 \text{ км}^{-1}$, достигая в ряде случаев 40 км^{-1} . При $z < 170$ м близкие между собой результаты получены для двух групп измерений: первую группу образуют данные для больших углов $\gamma_r = 10,7$ и $8,0$ мрад (кривые 1 и 2), а вторую – для меньших углов $\gamma_r = 5,33$ и $2,67$ мрад (кривые 3 и 4). Причем для первой группы характерен более высокий градиент функции $\epsilon(z)$ на ближней границе облачного слоя. Для минимального из рассмотренных углов $\gamma_r = 2,67$ мрад итерационная процедура обращения лидарного уравнения приводит к расходимости решения $\epsilon(z)$ (кривая 4) при $z > 220$ м. Можно предположить, что возможной причиной такого результата оказалась недостаточная точность асимптотического приближения, используемого для описания лидарного сигнала в виде (14) при малых углах поля зрения γ_r .

Тенденции, отмеченные в зависимостях $\epsilon(z)$, представленных на рис. 3, сохраняются также в результатах обработки данных других циклов измерений. На рис. 4 изображены профили $\epsilon(z)$, восстановленные в трех последовательных циклах измерений с интервалом 15 мин, выполненных при одинаковых углах $\gamma_r = 10,7$ мрад.

Результаты, представленные на рис. 4, позволяют оценить изменчивость параметров облачного

слоя в период наблюдений вдоль фиксированной трассы зондирования. На рис. 4 обращает на себя внимание подобие кривых, восстановленных в первом и третьем циклах измерений до глубины 225 м. Первые два профиля $\epsilon(z)$ практически идентичны до глубины 80 м, а третий сдвинут относительно первых двух на 20 м. Отмеченные особенности в поведении коэффициента ослабления имеют устойчивый характер и проявляются также при обращении данных лидарных измерений с другими углами поля зрения приемника.

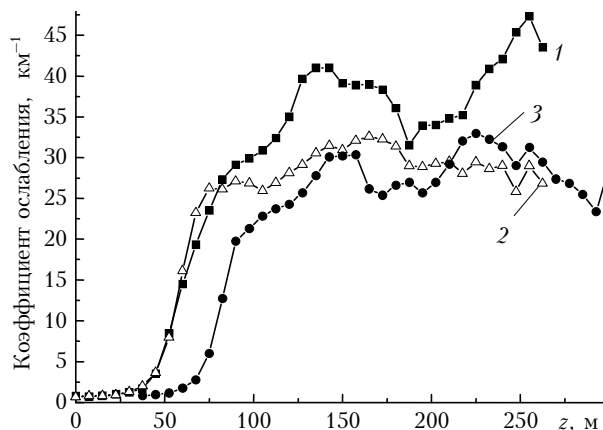


Рис. 4. Изменчивость профилей коэффициента ослабления $\epsilon(z)$ за полчаса период, по результатам обращения последовательности лидарных сигналов при $\gamma_r = 10,7$ мрад

Из результатов обращения следует, что во всех рассмотренных случаях значения коэффициента ослабления в глубине облака локализованы преимущественно в интервале $25\text{--}40 \text{ км}^{-1}$. Это согласуется с известными сведениями об оптических свойствах данного типа облаков [19]. К причинам расхождения результатов обращения, полученных для различных значений FOV в одном цикле измерений, можно отнести следующее.

Во-первых, уже в исходных данных имеется определенная несовместность. Это проявляется, как видно из рис. 1, в частичном нарушении монотонности в зависимости сигналов от γ_r , что может быть обусловлено погрешностями измерений. Во-вторых, источником погрешностей является неортогональность трассы зондирования к облачному слою. Это накладывает ограничения на степень однородности облачного слоя не только в плоскости, перпендикулярной направлению зондирования, но и вдоль него. Влияние указанного фактора тем значительнее, чем больше FOV. Например, как показывают оценки, для дальности до облачного слоя $z = 1600$ м продольный масштаб однородности среды составляет около 10 м при $\gamma_r = 2,67$ мрад и увеличивается до 41 м при $\gamma_r = 10,7$ мрад. Возможно, что различия на переднем крае облачного слоя в восстановленных профилях $\epsilon(z)$ для больших и малых углов γ_r , которые наблюдаются на рис. 3, связаны с отмеченным эффектом.

При столь широком разнообразии факторов, влияющих на точность восстановления профилей

коэффициента ослабления, можно считать полученные результаты обращения экспериментальных данных вполне удовлетворительными.

Заключение

В статье рассмотрена обратная задача восстановления коэффициента ослабления и эффективного размера облачных частиц методом лазерного зондирования с учетом многократного рассеяния. Физическую основу метода составляет взаимосвязь между дисперсным составом среды и вкладом многократного рассеяния в измеряемый лидарный сигнал. Поведение компоненты лидарного сигнала, обусловленной многократным рассеянием, зависит от величины угла поля зрения приемника. Основным микроструктурным параметром, влияющим на поведение фактора многократного рассеяния в зависимости от угла FOV, является эффективный радиус частиц, определяемый отношением $\langle r^3 \rangle / \langle r^2 \rangle$ при малых FOV, либо $\langle r^2 \rangle / \langle r \rangle$ при больших FOV. Это позволило получить параметрическое описание фактора многократного рассеяния в лидарных сигналах от жидкокапельных облаков с пространственно неоднородным микрофизическим составом, в рамках которого сформулирована система уравнений относительно профиля коэффициента ослабления и эффективного радиуса облачных частиц. Система определена для сигналов, измеряемых лидаром с переменным углом FOV. Показано, что для решения обратной задачи достаточно измерений, выполненных с двумя различными углами поля зрения.

С этой целью разработан численный алгоритм, реализующий метод расщепления, который заключается в раздельном определении последовательно уточняемых профилей коэффициента ослабления и эффективного размера облачных частиц с использованием алгоритмов, наиболее подходящих для каждой функции.

В частности, для восстановления профиля коэффициента ослабления разработан итерационный алгоритм решения лидарного уравнения, записанного в специальной форме, особенностями которой являются, во-первых, разделение дифракционной и геометрооптической составляющих в лидарном сигнале и, во-вторых, использование асимптотических свойств дифракционной компоненты при больших углах FOV. Это позволяет заменить информацию об индикатрисе рассеяния данными об эффективном размере рассеивающих частиц и, тем самым, существенно уменьшить объем априорной информации, необходимой для восстановления профиля коэффициента ослабления из полученного уравнения. Задача восстановления профиля эффективного размера облачных частиц сводится к решению нелинейного интегрального уравнения с использованием процедур итеративной регуляризации на основе методов нелинейной оптимизации Левенберга—Марквардта и Гаусса—Ньютона.

Разработанные численные алгоритмы были применены для обработки данных натуральных экспериментов по зондированию слоисто-кучевой облачности над г. Томском. Глубина проникновения в облачный слой достигала 250 м. По результатам обращения средние значения коэффициента ослабления в толще облака составляют $25\text{--}33 \text{ км}^{-1}$ при оптической толщине на конце трассы до 5. При этом восстановленная величина эффективного радиуса капель изменяется в интервале 4–12 мкм. Полученные результаты обращения данных лидарного эксперимента хорошо согласуются с литературными сведениями об оптико-микрофизических свойствах слоисто-кучевых облаков.

1. *Bissonnette L.R., Roy G., Poutier L., Cober S.G., Isaac G.A.* Multiple-Scattering Lidar Retrieval Method: Tests on Monte Carlo Simulations and Comparisons with in situ Measurements // *Appl. Opt.* 2002. V. 41. N 30. P. 6307–6324.
2. *Bissonnette L.R., Roy G., Roy N.* Multiple-scattering-based lidar retrieval: method and results of cloud probing // *Appl. Opt.* 2005. V. 44. N 26. P. 5565–5581.
3. *Malinka A.V., Zege E.P.* Possibilities of warm cloud microstructure profiling with multiple-field-of-view Raman lidar // *Appl. Opt.* 2007. V. 46. N 35. P. 8419–8427.
4. *Veselovskii I., Korenskii M., Griaznov V., Whiteman D.N., McGill M., Roy G., Bissonnette L.* Information content of data measured with a multiple-field-of-view lidar // *Appl. Opt.* 2006. V. 45. N 26. P. 6839–6848.
5. *Зуев В.Е., Белов В.В., Веретенников В.В.* Теория систем в оптике дисперсных сред. Томск: Изд-во «Спектр» ИОА СО РАН, 1997. 402 с.
6. *Veretennikov V.V.* Asymptotic methods in the theory of lidar sounding in the small-angle multiple-scattering approximation // *Proc. MUSCLE 10.* 1999. Florence. P. 175–184.
7. *Веретенников В.В.* Определение размеров частиц из лидарных сигналов при учете многократного рассеяния в малоугловом приближении // IV Межреспубл. симпоз. «Оптика атмосферы и океана»: Тез. докл. Томск, 1997. С. 149–150.
8. *Veretennikov V.V.* Separation of components in asymptotic estimates of lidar signals with consideration of multiple scattering in the small-angle approximation // *Proc. SPIE.* 2000. V. 4341. P. 264–272.
9. *Ермаков Б.В., Ильинский Ю.А.* О распространении световых импульсов в рассеивающей среде // *Изв. вузов СССР. Радиофиз.* 1969. Т. 12. № 5. С. 694–701.
10. *Долин Л.С., Савельев В.А.* О характеристиках сигнала обратного рассеяния при импульсном облучении мутной среды узким направленным световым пучком // *Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана.* 1971. Т. 7. № 5. С. 505–510.
11. *Шифрин К.С.* Рассеяние света в мутной среде. М.: Гостехтеориздат, 1951. 288 с.
12. *Веретенников В.В.* Структура лидарного сигнала при многократном рассеянии в малоугловом приближении // *Оптика атмосф. и океана.* 1999. Т. 12. № 5. С. 385–391.
13. *Дейрменджан Д.* Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. М.: Мир, 1971. 165 с.

14. *Веретенников В.В.* Метод последовательного разложения в теории лидарного зондирования плотных сред // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20. № 11. С. 980–985.
15. *Зуев В.Е., Креков Г.М., Крекова М.М.* Лазерное зондирование атмосферного аэрозоля // Дистанционное зондирование атмосферы. Новосибирск: Наука, 1978. С. 3–46.
16. *Ортега Д., Рейнболдт В.* Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. М.: Мир, 1975. 558 с.
17. *Бакушинский А.Б., Гончарский А.В.* Итеративные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1989. 128 с.
18. *Moré J.J.* The Levenberg-Marquardt algorithm: Implementation and theory // Numerical Analysis / G.A. Watson (Ed.). Springer-Verlag, 1978. Lecture notes in mathematics. V. 630. P. 105–116.
19. *Облака и облачная атмосфера: Справочник /* Под ред. И.П. Мазина, А.Х. Хргиана. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 647 с.

V.V. Veretennikov, A.I. Abramochkin. Determination of optical and microstructural characteristics of droplet clouds by laser sensing taking into account the multiple scattering.

The inverse problem of restoring the extinction coefficient and cloud particle size profiles from lidar returns measured at different field-of-view (FOV) angles of the receiver is considered. The special mathematical expression of the lidar equation is suggested, taking into account the multiple scattering in the limit of the small-angle approximation of the radiative transfer theory. The diffraction component of the multiply scattered return is selected, which depends explicitly on the effective particle size when the FOV angle is a large one. Restoration of sought characteristics is carried out using the developed iterative algorithm for the system of two or more lidar equations. The results of algorithm testing are presented when operating with in-situ experimental data for the stratocumulus clouds. The reconstructed values of the extinction coefficient and particle size in the cloud are in a good agreement with the known published data.