

ИСТОЧНИКИ И ПРИЕМНИКИ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

УДК 535.8:621.37

**Особенности генерации второй гармоники
лазерного излучения при углах синхронизма,
близких к 90°**

В.О. Троицкий*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 19.11.2009 г.

В приближении заданного поля рассмотрена задача о генерации второй гармоники в одноосных кристаллах при углах синхронизма, близких к 90°. Показано, что этот важный частный случай характеризуется рядом характерных особенностей, которые не только ранее не обсуждались, но и противоречат общепринятым представлениям о физике рассматриваемого процесса.

Ключевые слова: генерация второй гармоники, одноосный кристалл, 90-градусный синхронизм, оптимальная длина волны, оптимальная фокусировка; second harmonic generation, uniaxial crystal, 90°-synchronism, optimal wave length, optimal focusing.

Введение

Актуальность запланированных исследований объясняется большой научной и практической значимостью частного случая, определенного в названии статьи. Связано это соответственно с тем, что именно в малой окрестности около $\Theta_c \approx 90^\circ$ (Θ_c — угол синхронизма) параметры оптимальной фокусировки претерпевают весьма заметные изменения, а эффективность (кпд, η) генерации второй гармоники (ГВГ) достигает своего абсолютного (для выбранного нелинейного кристалла и заданной мощности основного излучения) максимума. Общепринятая точка зрения по данному вопросу изложена в классических работах [1–3], в которых применительно к случаю сферической фокусировки лазерного пучка в отрицательный кристалл необходимо отметить следующие основные положения. По мере уменьшения длины волны λ основного излучения, т.е. по мере стремления Θ_c к 90°, максимальное значение кпд монотонно возрастает. Сказанное справедливо при условии, что для каждого значения λ величина параметра фокусировки ξ и приведенной волновой расстройки $Q_1 \equiv \Delta_k L / 2$ выбираются оптимальным образом. Явный вид этих параметров будет приведен ниже. Поведение оптимальных параметров $\xi = \xi_m$ и $Q_1 = Q_{1m}$ при $\lambda \rightarrow \lambda_{90}$ (λ_{90} — длина волны 90°-синхронизма, $\Theta_c(\lambda_{90}) = 90^\circ$), как следует из [1–3], также оказывается монотонным: возрастающим и убывающим соответственно. При этом в предельном случае получается

$$\begin{aligned}\xi_m(\lambda_{90}) &= \max\{\xi_m\} \approx 2,84; \\ Q_{1m}(\lambda_{90}) &= \min\{Q_{1m}\} \approx -1,6, \\ \eta[\xi_m(\lambda_{90}), Q_{1m}(\lambda_{90})] &= \max\{\eta\}.\end{aligned}\quad (1)$$

Результаты, представленные в настоящей статье, заставляют в значительной степени пересмотреть изложенные выше выводы. В частности, как будет показано, монотонное изменение параметров ξ_m и Q_{1m} действительно имеет место, но только до тех пор, пока λ не станет меньше некоей оптимальной длины волны $\lambda_m > \lambda_{90}$. При дальнейшем уменьшении длины волны характер поведения оптимальных параметров меняется на прямо противоположный. Выражение (1) при этом остается в силе, если в нем вместо λ_{90} использовать λ_m . Выявленное противоречие представляется весьма принципиальным моментом, и обсуждение сопутствующих ему вопросов является одной из задач проведенной работы.

В предположении, что эффективность генерации второй гармоники мала (например $\eta < 1\%$, которое используется и в [1–3], и в настоящей статье), фокусировка пучка в кристалл становится принципиально необходимым условием. Обсуждение этого вопроса определило вторую цель проведенных исследований. Хотя совершенно понятно, что в плане увеличения эффективности ГВГ сферическая фокусировка совершенно не обязательно должна быть оптимальной, первое детальное исследование других способов формирования перетяжки было проведено совсем недавно [4]. В работе [4] показано, что максимальные значения кпд реализуются при фокусировке лазерного пучка двумя скрещенными цилиндрическими линзами. При этом предполагалось, что

* Владимир Олегович Троицкий (qel@asd.iao.ru).

углы синхронизма были существенно меньше 90° . В настоящей статье, которую можно считать логическим продолжением [4], ставилась задача показать, как будет трансформироваться оптимальный способ фокусировки по мере стремления Θ_c к 90° .

1. Методика расчетов

Если полем второй гармоники (ВГ) интересоваться на плоскости наблюдения $L_0 = z_0 + L$ (где L – длина нелинейного кристалла), удаленной на значительное [4] расстояние z_0 от выходной грани кристалла, то для медленно меняющейся амплитуды ВГ (U_2) получается асимптотически точное (при $z_0 \rightarrow \infty$) выражение

$$U_2(x_0, y_0, z; L_0) = \sigma z \left(\frac{k}{\pi z_0 T_k} \right) \exp \left[-i \left(\pi + \frac{Q_0 z}{2} \right) \right] \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-ik V_z (x^2 + y^2) \right] U_{1л}(x_0 - x, y_0 - y, L_0) \times U_{1л}(x_0 + x, y_0 + y, L_0) \operatorname{sinc} \left(\frac{Qz}{2} \right) dx dy, \quad (2)$$

где

$$Q_0 = \Delta_k - \frac{2kx_0 \rho}{z_0}; \quad V_z = \frac{(\Delta_f - L/2 + z/2)}{nz_0^2};$$

$$\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x};$$

$$\begin{aligned} \frac{L}{2} Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 = \frac{L}{2} \left(\Delta_k - 2k \frac{x_0 \rho}{z_0} + k \frac{x^2 + y^2}{nz_0^2} \right) = \\ &= \Delta_k \frac{L}{2} - 2k \rho a_x \left(\frac{x_0}{a_x} \right) \frac{L}{2} + 2 \left[\xi_x \left(\frac{x}{a_x} \right)^2 + \xi_y \left(\frac{y}{a_y} \right)^2 \right]; \end{aligned}$$

ξ_x и ξ_y – параметры фокусировки, определенные ниже; $\Delta_k = 2k(n^e(2\omega, \Theta) - n_o(\omega))$ – волновая расстройка для осевой части пучка; x_0, y_0 – поперечные координаты плоскости наблюдения. Математические и физические аспекты вывода (2) детально рассмотрены в [5] и здесь не комментируются.

Чтобы использовать (2), необходимо определить вид основного излучения (лазерного пучка) на плоскости наблюдения L_0 . Рассматривается следующая задача. Лазерный пучок с плоским фазовым фронтом, распространяющийся вдоль оси Z , падает на оптическую систему, состоящую из двух цилиндрических линз. Первая, с фокусным расстоянием f_x , фокусирует пучок в плоскости XZ , в которой расположена оптическая ось среды. Вторая, с фокусным расстоянием f_y , – в плоскости YZ . Линзы располагаются на расстояниях z_x и z_y до входной грани нелинейного кристалла, которые выбираются таким образом, чтобы: во-первых, обе линзы имели общую плоскость перетяжки; во-вторых, эта общая плоскость перетяжки располагалась внутри нелинейного кристалла на расстоянии Δ_f от плоскости $z = L/2$.

Более детально такая постановка задачи рассмотрена в [4]. Предполагается, что лазерный пучок является осесимметричным с радиусом a_0 . При этом оптическая система будет характеризоваться двумя параметрами фокусировки [1]:

$$\xi_x = \frac{L}{kn\omega_x^2} \approx \frac{Lka_0^2}{4nf_x^2}, \quad \xi_y = \frac{L}{kn\omega_y^2} \approx \frac{Lka_0^2}{4nf_y^2}, \quad (3)$$

где появление $n \equiv n_o(\omega) \approx n^e(2\omega)$ подробно обсуждается в [5]; $k = \omega/c$; ω_x и ω_y – радиусы пучка в плоскости перетяжки; равенства становятся точными, если пучок является гауссовым.

Все результаты, представленные в настоящей статье, ради упрощения процедуры расчетов получены для гауссова пучка. В силу этого, учитывая все сказанное выше, для основного излучения в плоскости наблюдения получаем [4]:

$$A_{1л}(x, y, L_0) = U_{1л}(x, y, L_0) \exp \left[ik \frac{x^2 + y^2}{2R} \right] = A_0 \exp \left[-\frac{x^2}{a_x^2} - \frac{y^2}{a_y^2} \right] \exp \left[ik \frac{x^2 + y^2}{2R} \right], \quad (4)$$

где $A_0 = T_n T_k \sqrt{16P/(ca_x a_y)}$; P – средняя мощность непрерывного излучения либо пиковая мощность излучения прямоугольных импульсов с длительностью достаточной большой для корректного использования квазистационарного приближения [1]; $T_n = 2/(n+1)$ и $T_k = 2n/(n+1)$ – коэффициенты Френеля для преломления на входной и выходной гранях кристалла; $a_x = z_0 \alpha_x = z_0 a_0 / f_x$, $a_y = z_0 \alpha_y = z_0 a_0 / f_y$; α_x и α_y – геометрические полурасходимости пучка после фокусирующей системы; c – скорость света; $R = [z_0 + (\Delta_f + L/2)/n]$ – радиус волнового фронта.

Для частного случая (4) вместо (2), как показано в [5], можно использовать более простое выражение, которое определяет эффективность ГВГ и имеет вид

$$\eta(z) = \frac{P_2(z)}{P} = \frac{ca_y}{16\sqrt{\pi}P} \left(\frac{\sigma z A_0^2}{T_k} \right)^2 \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-\frac{4x_0^2}{a_x^2} \right] |h(x_0, z)|^2 dx_0, \quad (5)$$

где введена апертурная функция

$$h(x_0, z) = \frac{1}{z} \int_0^z \frac{\exp \left\{ i \left[-Q_0 t + 0,5 \left(\arctg \frac{D_x}{S} + \arctg \frac{D_y}{S} \right) + \varphi \right] \right\}}{\sqrt[4]{S^2 + D_x^2} \sqrt[4]{S^2 + D_y^2}} dt; \\ S = \frac{\Delta_f - L/2 + t}{nz_0}; \quad D_x = \frac{2z_0}{ka_x^2}, \quad D_y = \frac{2z_0}{ka_y^2}; \\ \varphi = \begin{cases} 0, & \text{если } t = L/2 - \Delta_f, \\ \left[\frac{\Delta_f - L/2}{|\Delta_f - L/2|} - \frac{\Delta_f - L/2 + t}{|\Delta_f - L/2 + t|} \right] \frac{\pi}{2}, & \text{если } t \neq \frac{L}{2} - \Delta_f. \end{cases}$$

Выражение (5) следует рассматривать в качестве полного аналога упоминавшейся выше формулы Бойда–Клейнмана.

Все представленные в настоящей статье расчеты проводились по формуле (5) для кристалла KDP, всю необходимую информацию о котором можно найти, например, в [6]. Длина кристалла выбиралась равной 2 см всегда, за исключением специально оговоренного случая. Мощность лазерного излучения P из (3) во всех случаях составляла 10 Вт. Изменение угла синхронного взаимодействия Θ_c обеспечивалось за счет изменения длины волны основного излучения λ . Для кристалла KDP рассчитанное с помощью [6] значение длины волны 90° -синхронизма (λ_{90}) приближенно составило 0,5174433... мкм. Расчеты проводились для дистанции $z_0 = 10^5$ см [4].

2. Несколько комментариев общего характера

Обратимся к решению (2) и, используя его наглядность (ради чего оно и было представлено), попытаемся извлечь из него максимум априорной (не требующей конкретных расчетов) информации. Прежде всего, отметим очевидное обстоятельство. Амплитуда ВГ в общем случае будет тем больше, чем менее осциллирующей будет подынтегральная функция. Чтобы исключить осцилляции, вносимые экспонентой, всегда в дальнейшем будем полагать выполненными: $\Delta_f = 0$ (фокусировка в центр кристалла) и $z = L$ (интересуемся нелинейным взаимодействием на всей длине кристалла). При этих условиях показатель экспоненты становится равным нулю. Полностью избавиться от негативного влияния оставшейся под интегралом осциллирующей функции $\text{sinc}(Qz/2)$ не представляется возможным, поэтому задача оптимизации ГВГ сводится к минимизации параметра Q . Остановимся на этом вопросе чуть более детально.

Физический смысл слагаемых, суммой которых является параметр Q , представляется достаточно понятным. Слагаемое Q_1 , как и при ГВГ плоских волн, определяет волновую расстройку для осевой части пучка [1]. Слагаемое Q_2 определяет, очевидно, рассогласование отдельных лучей пучка, обусловленное анизотропией среды [4], а слагаемое Q_3 – рассогласование, обусловленное дифракцией взаимодействующих полей (дифракционный сбой фазы [2]).

Обсудим первый способ минимизации параметра Q , состоящий в правильном подборе величины Q_1 . Хорошо известно [1–3], что максимальная эффективность ГВГ достигается при оптимальной фокусировке $\xi = \xi_m$ (в нашем случае $\xi_x = \xi_{xm}$, $\xi_y = \xi_{ym}$) и при оптимальном выборе угла взаимодействия $\Theta = \Theta_m = \Theta_c + \Delta\Theta_m$, где Θ_c – угол синхронизма. В частности, для отрицательных кристаллов ($\rho < 0$), к которым относится и KDP, должно выполняться: $\Delta\Theta_m > 0$. Или соответственно: $Q_1(\Theta_m) = \Delta_k(\Theta_m)L/2 < 0$. Данный факт хорошо объясняется в рамках сформулированных выше общих соображений. Действительно, введение отрицательной

волновой расстройки Q_1 в какой-то степени компенсирует рассогласование, обусловленное всегда положительным слагаемым Q_3 , т.е. способствует уменьшению параметра Q . Однако важно подчеркнуть, что связанный с этим рост эффективности ГВГ будет сильно зависеть еще и от величины слагаемого Q_2 , которое при варьировании (в пределах апертуры пучка) координаты x_0 точки наблюдения принимает как положительные, так и отрицательные значения. Другими словами, чем точнее выполняется неравенство

$$|Q_2| < Q_3, \quad (6)$$

тем заметнее будет выигрыш от введения оптимальной (отрицательной) волновой расстройки Q_1 .

Справедливость сказанного нарушается только в том случае, когда угол синхронизма стремится к 90° , поскольку при этом возникают ситуации, когда физические свойства кристалла просто не позволяют обеспечить требуемую величину отрицательной волновой расстройки. Сказанное легко понять, обратившись к выражению для Δ_k из (2). Из него следует, что для всех длин волн минимально возможное значение волновой расстройки обеспечивается при углах взаимодействия $\Theta = \Theta_c + \Delta\Theta = \pi/2$, т.е. тогда, когда $n^e(\lambda/2, \Theta = \pi/2) = n_e(\lambda/2)$. При этом

$$Q_{1\min}(\lambda) = \frac{2\pi L}{\lambda} \left[n_e \left(\frac{\lambda}{2} \right) - n_0(\lambda) \right] \begin{cases} < 0, & \text{если } \lambda > \lambda_{90} \\ = 0, & \text{если } \lambda = \lambda_{90}. \\ > 0, & \text{если } \lambda < \lambda_{90} \end{cases} \quad (7)$$

Это означает, что, в частности, при $\Theta_c = 90^\circ$ ($\lambda = \lambda_{90}$) величина Q_1 не может быть отрицательной. Следовательно, компенсация дифракционного сбоя фазы в этом случае невозможна, и максимум КПД должен достигаться тогда, когда Q_1 минимальна, т.е. при точном выполнении условия синхронизма ($\Delta\Theta = 0$). Таким образом, получается, что при $\lambda \rightarrow \lambda_{90}$ ($\Theta_c \rightarrow 90^\circ$, $|\rho| \rightarrow 0$) условие (6) выполняется все точнее и точнее. Однако согласно (7) минимально возможное значение Q_1 при этом увеличивается. Поэтому, начиная с какого-то неизвестного пока значения λ_m , эффект от введения отрицательной волновой расстройки будет уменьшаться, стремясь к нулю при $\lambda \rightarrow \lambda_{90}$.

Несмотря на очевидность результата (7), в классических работах [1–3] находим выводы, принципиально ему противоречащие. В частности, обратившись к (1), получаем явное недоразумение. Из него следует, что $Q_{1m}(\lambda_{90}) \approx -1,6$, тогда как согласно (7) при $\lambda = \lambda_{90}$ волновая расстройка в принципе не может быть отрицательной. Единственное объяснение такого противоречия может состоять в том, что авторы упомянутых работ рассматривали чисто математическую (модельную) задачу. Действительно, если максимум эффективности ГВГ искать с помощью (5) или (2), положив в них $\rho = 0$ (что допустимо) и варьируя $-\infty \leq Q_1 \leq \infty$ (что при $\lambda \rightarrow \lambda_{90}$ не имеет физической основы), то в результате как раз и получится формула (1). При решении физической

задачи (для конкретного нелинейного кристалла) принципиально необходимо принимать во внимание соотношение (7), поскольку именно оно определяет основные особенности процесса ГВГ вблизи 90° -синхронизма, выяснение которых и является главной нашей задачей.

Второй способ минимизации параметра Q , который также рассматривается в данной работе, состоит в уменьшении $|Q_2|$ за счет уменьшения расходимости лазерного пучка в плоскости XZ . Чтобы скомпенсировать возникающее при этом уменьшение плотности мощности основного излучения, расходимость пучка в плоскости YZ необходимо, наоборот, увеличивать. Именно это и определяет смысл фокусировки двумя скрещенными цилиндрическими линзами. Обратившись к (2), можно легко увидеть, что при ГВГ преимущество цилиндрической фокусировки будет тем значительнее, чем точнее выполняется

$$|Q_2| > Q_3. \quad (8)$$

Подтверждение сказанного конкретными расчетами также является нашей задачей.

3. Результаты расчетов

На рис. 1 показаны зависимости эффективности ГВГ (η) от угла взаимодействия $\Theta = \Theta_c + \Delta\Theta$, рассчитанные для пяти значений длин волн, близких к λ_{90} .

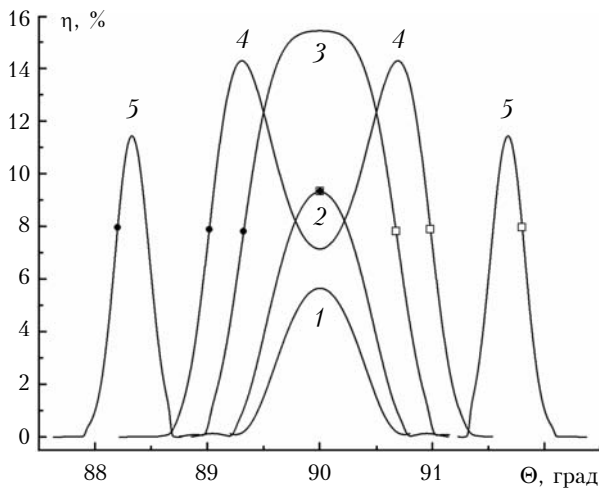


Рис. 1. Зависимость эффективности ГВГ (η) от угла взаимодействия $\Theta = \Theta_c + \Delta\Theta$ для различных длин волн (λ , Å) основного излучения: 1 — $\lambda = 5174,3 \text{ \AA} < \lambda_{90}$; 2 — $5174,433 = \lambda_{90}$; 3 — $5174,797 = \lambda_m$; 4 — $5175,2 > \lambda_m$; 5 — $5177,0 \gg \lambda_m$. Точками показаны значения $\eta(\lambda, \Theta_c, \xi_m)$, квадратами — $\eta(\lambda, 180^\circ - \Theta_c, \xi_m)$

Предполагалось, что лазерное излучение фокусируется в нелинейный кристалл сферической линзой ($\xi_x = \xi_y = \xi$). Сначала для каждой выбранной длины волны λ_i определялся максимум функции (5) по двум параметрам — ξ и Q . Иными словами, определялись $\xi_m(\lambda_i)$ и $Q_{1m}(\lambda_i) = Q_1[\Theta_c(\lambda_i) + \Delta\Theta_m(\lambda_i)]$, при

которых эффективность ГВГ достигала своего максимального значения. После этого оптимальный параметр фокусировки $\xi_m(\lambda_i)$ не изменялся, а варьировалось только $\Delta\Theta$. Таким образом, получается, что графики на рис. 1 отображают поведение функций $\eta(\Theta) = \eta[\Theta_c(\lambda_i) + \Delta\Theta, \xi_m(\lambda_i)]$.

Основной результат представленных исследований сводится к следующему. Для каждого нелинейного кристалла, наряду с λ_{90} , важной практической характеристикой следует считать λ_m — оптимальную длину волны основного излучения, при которой эффективность ГВГ (в приближении заданного поля, разумеется) достигает своего абсолютного (при выбранном нелинейном кристалле и заданной импульсной мощности лазерного излучения) максимального значения (кривая 3).

Проведенные исследования показали, что λ_m является корнем уравнения

$$Q_{1m}(\lambda_m) = Q_{1m}^T(\lambda_m) = Q_{1\min}(\lambda_m), \quad (9)$$

где $Q_{1m}^T \approx -1,6$ [сравнить с (1)] — теоретическое значение оптимальной волновой расстройки, полученное при варьировании Q_1 в пределах $\pm \infty$.

Для всех $\lambda < \lambda_m$ вместо (9) выполняется: $Q_{1m}(\lambda) = Q_{1\min}(\lambda) > Q_{1m}^T(\lambda)$. Это означает, что в данной ситуации возможности кристалла позволяют скомпенсировать дифракционную волновую расстройку (Q_3) только частично. В результате эффективность ГВГ оказывается тем меньше [по сравнению с $\eta(\lambda_m)$], чем меньше длина волны основного излучения.

Если $\lambda > \lambda_m$, то получаем третий вариант условия: $Q_{1m}(\lambda) = Q_{1m}^T(\lambda) > Q_{1\min}(\lambda)$. Теперь компенсацию дифракционной волновой расстройки можно осуществить уже в требуемом объеме, но это приведет к меньшему положительному эффекту, чем для $\lambda = \lambda_m$, поскольку значение $|\rho|$ увеличилось и, следовательно, условие (6) стало выполняться хуже. В итоге эффективность ГВГ опять оказывается меньше, чем $\eta(\lambda_m)$. Кроме того, теперь, если $\Theta \rightarrow 90^\circ$, то $Q_1(90^\circ)$ становится существенно меньше оптимальной расстройки $Q_{1m}(\Theta_m)$, в силу чего при $\Theta \rightarrow 90^\circ$ эффективность ГВГ успевает заметно уменьшиться по сравнению со своим максимальным (для данной длины волны) значением. Необходимо отметить, что, поскольку все кривые синхронизма обязаны быть симметричными относительно $\Theta = 90^\circ$, то все они при $\lambda > \lambda_m$ имеют два максимума (кривая 4). Если $\lambda \gg \lambda_m$ (кривая 5), то $\eta(\Theta \rightarrow 90^\circ) \rightarrow 0$ и кривая синхронизма распадается на две несвязанные части, сосредоточенные около $\Theta \sim \Theta_c$ и $\Theta \sim 180^\circ - \Theta_c$.

Обратившись к (2), легко увидеть, что влияние анизотропии (которым при $\lambda = \lambda_m$, как будет показано ниже, можно пренебречь) будет тем значительнее, чем больше длина нелинейного кристалла. Соответственно и λ_m должна стремиться к λ_{90} при $L \rightarrow \infty$. Рассчитанная с использованием (9) зависимость $\lambda_m = \lambda_m(L)$ приведена на рис. 2.

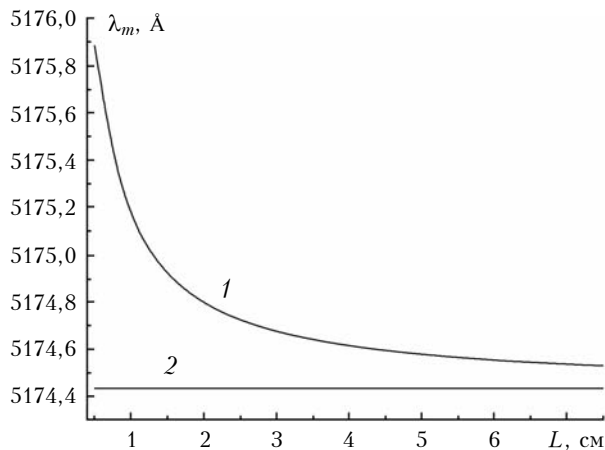


Рис. 2. Зависимость λ_m (1) от длины (L) нелинейного кристалла; 2 — значение длины волны λ_{90}

Понятно, что с любым другим (не KDP) нелинейным кристаллом численные значения функции $\lambda_m(L)$ будут другими, но качественный характер этой зависимости должен сохраниться.

Для сферической фокусировки пучка в кристалл на рис. 3 показано в зависимости от длины волны поведение эффективности ГВГ ($\eta_m(\xi_m, Q_{1m})$), рассчитанной при оптимизации (5) по двум параметрам — ξ и Q_1 (кривая 1).

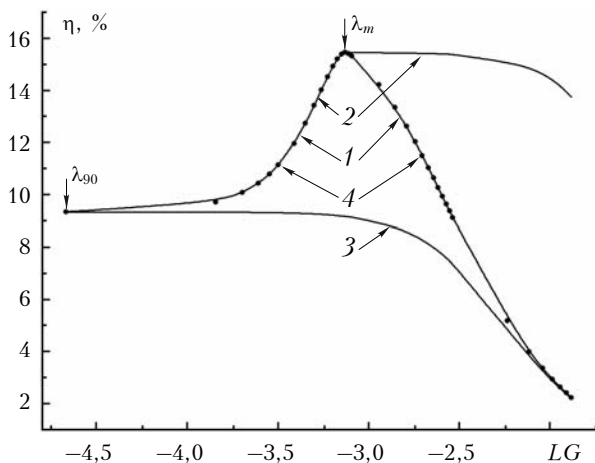


Рис. 3. Зависимость максимальной эффективности ГВГ (η) при сферической фокусировке пучка в кристалл от $LG(\lambda)$ [см. (10)]: 1 — $\eta = \eta(\lambda, \rho, Q_{1m}, \xi_m)$ — строгое решение; 2 — $\eta(\lambda, \rho = 0, Q_{1m}, \xi_m)$ — модельное решение; 3 — $\eta(\lambda, \rho, Q_1 = 0, \xi_m)$ — частный случай; 4 (линия с точками) — $\eta(\lambda, \rho, Q_{1m}, \xi_m)$ — приближенное решение (с Q_{1m} из (11))

На этом графике (и всех последующих) по оси абсцисс для удобства откладывается не длина волны, а

$$LG(\lambda) = \lg|\rho[\Theta_c(\lambda)]| \xrightarrow{\lambda \rightarrow \lambda_{90}} -\infty. \quad (10)$$

Кривая 2 — это аналогичная зависимость, но теперь в (5) $\rho = 0$ для всех λ . Кривая 3 получена для случая, когда в (5) $\Delta_k = 0$ — эффективность ГВГ при точном выполнении условия синхронизма для осевой части пучка. На рис. 4 для этих же ситуаций представлены зависимости $\xi_m(\lambda)$ и $Q_{1m}(\lambda)$.

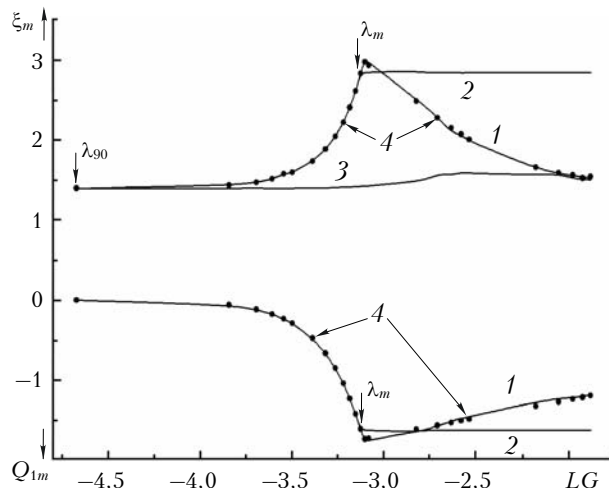


Рис. 4. Для сферической фокусировки пучка в кристалл зависимость оптимальных значений ξ_m и Q_{1m} от $LG(\lambda)$. Нумерация 1–4 соответствует ситуациям, перечисленным в подписи к рис. 3

Сравнение кривых 1 и 2 на рис. 3 позволяет оценить негативное влияние анизотропии на эффективность ГВГ, возрастающее по мере увеличения λ . Поскольку для всех $\lambda \leq \lambda_m$ кривые 1 и 2 полностью совпадают, то это означает, что λ_m следует считать максимальной длиной волны, при которой анизотропия среды еще можно не принимать во внимание. Сравнивая кривые 1 и 3, приходим к выводу о том, что влияние оптимального выбора волновой расстройки Q_{1m} на эффективность ГВГ практически исчезает (Q_{1m} можно без заметной ошибки полагать равной нулю) для всех длин волн $> 0,53$ мкм [или $LG(\lambda) > LG(\lambda = 0,53 \text{ мкм}) \approx -1,88$]. Для экспериментальных исследований это обстоятельство особого значения не имеет, а вот для расчетов является весьма существенным, поскольку позволяет уменьшить на единицу число параметров, требующих оптимизации.

При $\lambda = \lambda_m$, как только что было отмечено, влиянием анизотропии можно пренебречь, т.е. положить, что $\rho = 0$. Поскольку при этом еще сохраняется возможность обеспечить оптимальную волновую расстройку ($Q_{1m} = Q_{1m}^T$), то неудивительно, что именно для этой длины волны значения оптимальных параметров ξ_m и Q_{1m} (см. рис. 4) практически совпадают с (1). Отметим также, что максимальное $\xi_m(\lambda)$ и минимальное $Q_{1m}(\lambda)$ значения достигаются на одной и той же длине волны, несколько большей λ_m .

Из графиков, представленных на рис. 4, следует еще одно интуитивно понятное заключение. Чем меньше волновая расстройка Q_{1m} , тем больше оказывается ξ_m , тем больше становится $\eta_m = \eta(Q_{1m}, \xi_m)$.

Обратившись к рис. 4, замечаем, что для всех длин волн $\lambda > \lambda_m$ зависимость $Q_{1m}(\lambda)$ имеет практически линейный характер. Это обстоятельство позволяет предложить для функции $Q_{1m}(\lambda)$ следующее приближенное эмпирическое выражение:

$$Q_{1m}(\lambda) = \begin{cases} 0, & \text{если } \lambda \leq \lambda_{90}; \\ \frac{2\pi L}{\lambda} \left\{ n^e \left[\frac{\lambda}{2}, 90^\circ - \Theta_c(\lambda) \right] - n_o(\lambda) \right\}, & \lambda_{90} < \lambda \leq \lambda_m; \\ -1,75 - \frac{0,55[LG(\lambda_m) - LG(\lambda)]}{LG(\lambda_m) - LG(\lambda = 0,53 \text{ мкм})}, & \lambda_m < \lambda \leq 0,57 \text{ мкм}; \\ 0, & \text{если } \lambda > 0,57 \text{ мкм}. \end{cases} \quad (11)$$

Необходимо отметить, что для всех $\lambda \leq \lambda_m$ представление (11) является точным, а для всех $\lambda > 0,57$ мкм, наоборот, очень грубым. Поэтому в последнем случае ошибка в определении Q_{1m} (и, как следствие, в определении ξ_m) может оказаться достаточно большой, но значение η_m , как показано в [4], будет определяться с точностью лучше 1%, что для практических целей представляется вполне достаточным.

Указанная ошибка (< 1%) вычисления η_m , связанная с приближением (11), не становится больше и в том случае, когда речь идет о ГВГ при фокусировке пучка скрещенными линзами (оценки, подтверждающие сказанное, здесь не приводим). Некоторые результаты исследования этого способа фокусировки представлены на рис. 5 и 6.

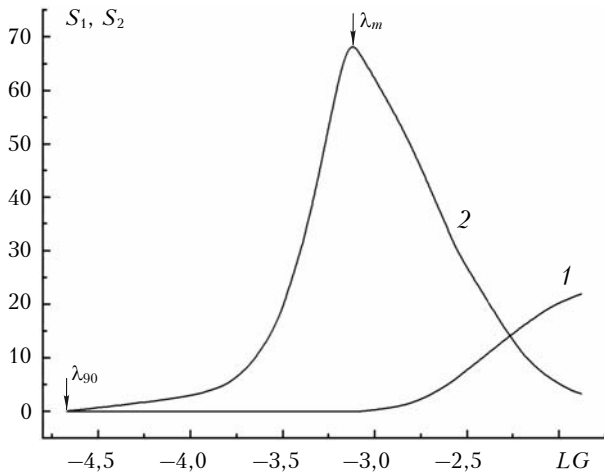


Рис. 5. Зависимость величин S_1 (1) и S_2 (2) от $LG(\lambda)$

Отметим, что строгий подход к решению указанной задачи, предполагающий оптимизацию функции (5) теперь по трем параметрам — Q_1 , ξ_x и ξ_y , требует слишком много компьютерного времени, но не приводит к практически значимым уточнениям результатов. В силу этого все расчеты проводились с использованием приближения (11), т.е. оптимизация проводилась по двум параметрам — ξ_x и ξ_y .

Характер зависимости $\eta_m(\lambda, Q_{1m}, \xi_{xm}, \xi_{ym})$ при цилиндрической фокусировке двумя линзами оказывается практически таким же, как и для сферической фокусировки. В силу этого данные результаты здесь не приводятся. Более информативными представляются графики на рис. 5, демонстрирующие зависимость от $LG(\lambda)$ следующих величин:

$$S_1(\lambda) = 100\% \cdot \frac{\eta_m(\lambda, Q_{1m}, \xi_{xm}, \xi_{ym}) - \eta_m(\lambda, Q_{1m}, \xi_x = \xi_y = \xi_m)}{\eta_m(\lambda, Q_{1m}, \xi_x = \xi_y = \xi_m)}$$

и

$$S_2(\lambda) = 100\% \cdot \frac{\eta_m(\lambda, Q_{1m}, \xi_{xm}, \xi_{ym}) - \eta_m(\lambda, 0, \xi_{xm}, \xi_{ym})}{\eta_m(\lambda, 0, \xi_{xm}, \xi_{ym})}$$

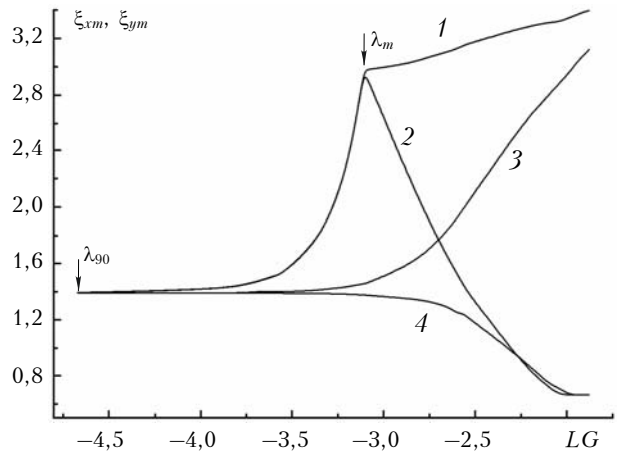


Рис. 6. Для фокусировки пучка двумя скрещенными цилиндрическими линзами в зависимости от $LG(\lambda)$ поведение оптимальных параметров ξ_{xm} (1) и ξ_{ym} (2) при Q_{1m} из (11); ξ_{xm} (3) и ξ_{ym} (4) при $Q_1 = 0$

Следовательно, кривая 1 на рис. 5 показывает увеличение эффективности ГВГ, обусловленное использованием цилиндрической фокусировки, а кривая 2 — увеличение эффективности, связанное с оптимальным выбором волновой расстройки Q_{1m} .

Представленные результаты подтверждают выводы, сформулированные в разделе 3 из общих соображений. По мере уменьшения длины волны (т.е. при $\Theta_c \rightarrow 90^\circ$) преимущество цилиндрической фокусировки пучка теряется, а роль оптимальной волновой расстройки, наоборот, возрастает. Необходимо отметить, что справедливость последнего утверждения не зависит от способа фокусировки пучка в кристалл. В этом легко убедиться, сравнив кривые 1 и 3 на рис. 3.

На рис. 6 для цилиндрической фокусировки показано, как от длины волны основного излучения изменяются параметры ξ_{xm} и ξ_{ym} при $Q_1 = Q_{1m}$ (кривые 1, 2) и эти же параметры, но при $Q_1 = 0$ (кривые 3, 4). Сравнивая полученные зависимости, еще раз убеждаемся в том, что уменьшение Q_1 позволяет

более жестко фокусировать пучок в нелинейный кристалл, что и приводит к увеличению эффективности ГВГ.

Заключение

Результаты, представленные выше, позволяют утверждать, что процесс ГВГ в сфокусированном лазерном пучке, реализуемый при углах $\Theta_c \approx 90^\circ$ (за счет соответствующего выбора длины волны основного излучения), характеризуется двумя основными особенностями.

1. При указанных условиях влияние анизотропии, приводящее к уменьшению эффективности ГВГ, либо мало ($\lambda > \lambda_m$), либо отсутствует вообще ($\lambda \leq \lambda_m$).

2. Для всех $\lambda < \lambda_m$ ГВГ осуществляется в условиях, когда волновая расстройка Q_1 на оси пучка не может быть меньше $Q_{1\min}$, определенной в (7), в результате чего дифракционная расстройка Q_3 компенсируется только частично.

Важным для практических целей следствием сказанного являются продемонстрированное графиками на рис. 5 возрастание (при уменьшении λ) роли оптимальной волновой расстройки Q_1 и уменьшение эффективности использования цилиндрической фокусировки пучка в нелинейный кристалл. Понятно также, что именно эти особенности определяют и поведение графиков на рис. 1, 3, 4, 6.

Расчеты, представленные в настоящей статье, проводились для кристалла KDP. Однако можно предположить, что все основные выводы (разумеется, в качественном плане) будут справедливы и для любых других одноосных квадратично нелинейных кристаллов, у которых коэффициент нелинейной связи σ не убывает при $\Theta_c \rightarrow 90^\circ$. В противном случае максимум эффективности ГВГ может наблюдаться при длинах волн λ_m , существенно больших λ_{90} , т.е. в условиях, когда влиянием анизотропии принципиально нельзя пренебречь. Соответственно и все сказанное выше может потребовать кардинального пересмотра.

1. *Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В.* Прикладная нелинейная оптика. М.: Физматлит, 2004. 512 с.
2. *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. М.: Наука, 1990. 432 с.
3. *Boyd G.D., Kleinman D.A.* Parametric Interaction of Focused Gaussian Light Beams // J. Appl. Phys. 1968. V. 39. N 8. P. 3597–3639.
4. *Колосов В.В., Троицкий В.О.* Оптимальная фокусировка пучка при генерации второй гармоники в одноосном кристалле. Приближение заданного поля // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20. № 2. С. 106–113.
5. *Троицкий В.О.* Генерация второй гармоники лазерного излучения в одноосных кристаллах. Варианты решения задачи в приближении заданного поля // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23. № 4. С. 281–286.
6. *Никогосян Д.Н.* Кристаллы для нелинейной оптики // Квант. электрон. 1977. Т. 4. № 1. С. 5–25.

V.O. Troitskii. Peculiarities of generation of second harmonic laser radiation at angles of synchronism close to 90° .

The problem of second harmonic generation in uniaxial crystals at angles of synchronism close to 90° is considered at an assumed field approximation. It is shown that this important special case is characterized by a number of distinctive features, which were not discussed earlier and, what is more important, contradict to the common ideas of the physics of the considered process.