

ДИСТАНЦИОННОЕ ЗОНДИРОВАНИЕ АТМОСФЕРЫ
И ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

УДК 551.510.501 :535.36

В.В. Веретенников

МЕТОД ТОМОГРАФИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ
В ЛИДАРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ АТМОСФЕРЫ

Повышение эффективности применения лидарных систем, устанавливаемых на борту самолетов, возможно при обработке измерительной информации с использованием методов реконструктивной томографии. В работе предложена схема томографического зондирования и описан алгоритм интерпретации лидарных сигналов, которые реализуют принцип вычислительной томографии. Обсуждаются вопросы устойчивости алгоритма к ошибкам исходных данных. Представлены результаты решения модельных задач.

Широкий круг задач, связанных с исследованием пространственного распределения аэрозольной компоненты в земной атмосфере, динамических процессов, обуславливающих перенос аэрозольных загрязнений, может быть успешно решен с использованием лидаров, устанавливаемых на борту самолетов [1–3], что дает возможность оперативного перемещения лидаров в исследуемые области пространства. Ведутся работы по созданию лидарных систем космического базирования, которые обеспечат глобальный мониторинг атмосферного аэрозоля [4]. Возможность изменения положения лидара относительно исследуемого объема пространства позволяет взглянуть на проблему восстановления пространственной структуры оптических характеристик из лидарных наблюдений с позиции задач реконструктивной томографии [5–7]. Такой подход к решению задачи при зондировании с борта самолета предложен в работе [6], где впервые введен термин «томографический лидар». Исходную информацию при томографическом исследовании структуры объектов составляет, как известно, совокупность проекций, полученных для различных углов наблюдения. Каждая проекция образована семейством интегралов от искомой характеристики, взятых вдоль линий визирования, проходящий через исследуемую среду.

В отличие от обычной трансмиссионной томографии перемещение лидара относительно исследуемой среды обеспечивает получение последовательности проекций, определяемых линейными интегралами от пространственного распределения коэффициента ослабления среды на интервале от источника излучения до точки рассеивающего объема и соответствующих различной глубине проникновения зондирующего луча в толщу среды. Спецификой лидара как томографа является зависимость регистрируемых сигналов от локальных значений коэффициента обратного рассеяния.

Сходство структуры измерений при лазерном зондировании и в трансмиссионной томографии наводит на мысль об использовании для восстановления пространственного распределения оптических характеристик среды данных лидарного сканирования вдоль различных направлений. В настоящей статье рассматривается одна из возможных схем экспериментальной реализации этой идеи при лазерном зондировании атмосферы с борта самолета и описан алгоритм интерпретации соответствующей измерительной информации.

Предположим, что лидар находится на платформе, движущейся прямолинейно на некоторой высоте H над поверхностью Земли, и зондирование осуществляется в направлении нижней полусферы. Объектом исследования являются пространственно-неоднородные поля оптических характеристик: коэффициентов ослабления $\alpha(\mathbf{r})$ и рассеяния назад $\beta(\mathbf{r})$, где \mathbf{r} — радиус-вектор точки (x, z) в прямоугольной системе координат, заданной на вертикальной плоскости сканирования, проходящей через направление движения платформы; x и z — горизонтальная и вертикальная координаты соответственно.

Свяжем с лидаром, перемещающимся в направлении оси X , полярную систему координат, характеризуемую радиус-вектором $\rho = (\rho \sin \varphi, \rho \cos \varphi)$ вдоль направления зондирования и полярным углом φ , отсчитываемым от направления в надир. Если лидар расположен в точке $\mathbf{r}^* = (x^*, z^*)$, то сигнал от рассеивающего объема, расположенного в точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}^* + \rho$, в приближении однократного рассеяния определится выражением:

$$S(\mathbf{r}^*, \rho, \varphi) = \beta(\mathbf{r}^* + \rho) \exp \left\{ -2 \int_0^{\rho} \alpha(\mathbf{r}^* + \rho') d\rho' \right\}, \quad (1)$$

где $S(\mathbf{r}^*, \rho, \varphi) = P(\mathbf{r}^*, \rho, \varphi) \rho^2 / (P_0 A)$; P_0 и $P(\mathbf{r}^*, \rho, \varphi)$ — мощности излучаемого и принимаемого сигналов соответственно; A — аппаратурная постоянная, $\rho' = (\rho' \sin \varphi, \rho' \cos \varphi)$.

В рассматриваемом подходе метод томографии основан на одновременной локализации зондируемой среды с различных направлений при вариациях полярного угла φ и последующем решении возникающей при этом системы уравнений вида (1). В простейшем случае для восстановления пространственного распределения характеристик $\alpha(x, z)$ и $\beta(x, z)$ достаточно располагать локационными сигналами при двух полярных углах φ_1 и φ_2 . При этом для двух неизвестных α и β в каждой точке пространства (x, z) будет иметься два уравнения. Рассмотрим алгоритм обработки локационных сигналов в этом случае.

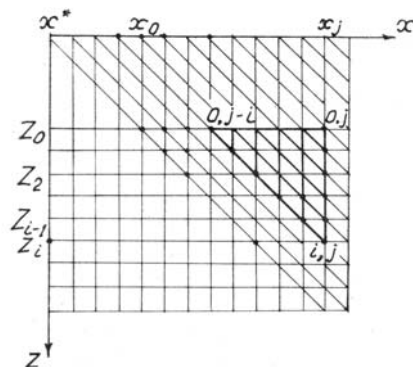


Рис. 1. Схема дискретизации при двулучевом томографическом зондировании атмосферы

Для определенности предположим, что зондирование осуществляется в надир ($\varphi_1 = 0$) и под углом $\varphi_2 = \varphi$ к надиру с частотой повторения импульсов ν . Тогда по осям X и Z можно определить дискретные отсчеты (рис. 1) $x_j = j\Delta x$, $j = 0, 1, \dots, n$; $z_i = i\Delta z$, $i = 0, 1, \dots, M$; $\Delta x = V/\nu$, $\Delta z = \Delta x \operatorname{ctg} \varphi$ (V – скорость перемещения лидара), для которых конечно-разностный аналог системы уравнений (1) можно записать в виде системы сеточных уравнений [8]:

$$\begin{aligned}
 S_{ij} &= \beta_{ij} T_{i-1,j} \exp [-(\alpha_{i-1,j} + \alpha_{ij}) \Delta z], \\
 S_{ij}^{\varphi} &= \beta_{ij} T_{i-1,j-1}^{\varphi} \exp [-(\alpha_{i-1,j-1} + \alpha_{ij}) \Delta z / \cos \varphi], \\
 T_{ij} &= \exp \left[-\Delta z \sum_{k=0}^i \omega_k \alpha_{kj} \right], \quad T_{0j} = 1; \\
 T_{ij}^{\varphi} &= \exp \left[-(\Delta z / \cos \varphi) \sum_{k=0}^i \omega_k \alpha_{k,j-i+k} \right] T_{0j}^{\varphi} = 1, \\
 i &= 1, 2, \dots, M, \quad j = i, i+1, \dots, n; \quad M \leq n; \\
 \omega_0 &= \omega_i = 1, \quad \omega_k = 2 \quad (k \neq 0; k \neq i),
 \end{aligned} \tag{2}$$

в которой приняты следующие обозначения: характеристики с верхним индексом φ получены при дискретизации уравнения (1) при $\varphi_2 = \varphi$, а переменные с нижней парой индексов (i, j) относятся к точке (x_j, z_j) . Система сеточных уравнений (2) определена при $j \geq i$ относительно $2N$ неизвестных, где число узлов $N = Mn - M(M-1)/2$.

Общий подход к решению системы (2) следующий. Решение находится последовательно для каждого слоя z_i , $i = 1, 2, \dots$, начиная с $i = 1$, при этом требуется априорное задание граничных значений α_{0j} . В случае отсутствия таких данных задачу можно решать, полагая $\alpha_{0j} = \alpha_{1j}$. Решение на i -м слое будет определяться через решения на предыдущих слоях. Тогда на i -м слое для заданного значения j система (2) будет определена относительно пары неизвестных α_{ij} и β_{ij} и сводится к системе двух линейных алгебраических уравнений вида

$$\begin{aligned}
 \ln \beta - \alpha \Delta z &= b_1; \\
 \ln \beta - \alpha \Delta z / \cos \varphi &= b_2.
 \end{aligned} \tag{3}$$

В (3) приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 \beta &= \beta_{ij}; \quad \alpha = \alpha_{ij}; \quad b_1 = \ln G_{ij}; \quad b_2 = \ln G_{ij}^{\varphi}; \\
 G_{ij} &= S_{ij} \exp [\alpha_{i-1,j} \Delta z] / T_{i-1,j}; \\
 G_{ij}^{\varphi} &= S_{ij}^{\varphi} \exp [\alpha_{i-1,j-1} \Delta z / \cos \varphi] / T_{i-1,j-1}^{\varphi}.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Множественное решение системы уравнений вида (3) является центральным моментом в обработке лидарных сигналов в рассматриваемой задаче. Кратко остановимся на особенностях обращения системы (3). При стремлении шага Δz к нулю система (3) вырождается, а ее определитель $D = \Delta z(\cos\varphi - 1)/\cos\varphi$ стремится к нулю. Это, однако, не отражается на восстановлении величины $\ln\beta$ из (3):

$$\ln\beta = (b_2 \cos\varphi - b_1)/(\cos\varphi - 1), \quad (5)$$

которая не зависит от Δz и определяется устойчиво. Напротив, определение коэффициента ослабления α согласно формуле

$$\alpha = (b_2 - b_1)/D \quad (6)$$

будет неустойчивым, поскольку $\Delta z \rightarrow 0$ выражение (6) представляет неопределенность вида $0/0$. Более наглядным это становится при анализе погрешностей решения системы (3). Пусть точному решению $(\ln\beta_0, \alpha_0)$ соответствует точная правая часть (3) (b_1^0, b_2^0) . Можно показать, что погрешность восстановления $\ln\beta$ для правой части (3) (b_1^δ, b_2^δ) , заданной с ошибкой, будет характеризоваться величиной

$$\delta_\beta = (\delta_1^2 + \delta_2^2 \cos^2\varphi)^{1/2}/(1 - \cos\varphi), \quad (7)$$

где

$$\delta_1^2 = \overline{(b_1^\delta - b_1^0)^2}, \quad \delta_2^2 = \overline{(\ln\beta_\delta - \ln\beta_0)^2}.$$

Аналогично для α_δ :

$$\delta_\alpha = \cos\varphi (\delta_1^2 + \delta_2^2)^{1/2}/[\Delta z(1 - \cos\varphi)]. \quad (8)$$

Из (7), (8) видно, что при $\Delta z \rightarrow 0$ ошибка δ_α неограниченно возрастает, в то время как величина δ_β всегда ограничена при $\varphi \neq 0$. Таким образом, рассматриваемая задача является устойчивой только по отношению к коэффициенту обратного рассеяния $\beta(x, z)$. Устойчивость восстановления пространственного распределения коэффициента ослабления обеспечивается при использовании методов регуляризации [9]. Наиболее просто это достигается при ограничении на норму $\alpha(x, z)$ отдельно для каждого i -го слоя, задавая стабилизирующий функционал в виде

$$\|\alpha\|^2 = \sum_{j=i}^n \alpha_{ij}^2/n', \quad n' = n - i + 1.$$

Применение метода регуляризации Тихонова дает в итоге для каждого i -го слоя $n' = n - i + 1$ независимых пар уравнений. Каждая пара таких уравнений является регуляризованным аналогом системы (3) с общим для всех уравнений параметром регуляризации γ . Для некоррелированных ошибок δ_1 и δ_2 оценка оптимального значения параметра регуляризации имеет вид

$$\gamma^* = \varepsilon^2 / \|\alpha_0\|^2, \quad (9)$$

где ε — относительная погрешность задания $G_{ij}(G_{ij}^0)$ (для простоты полагается постоянной для всех j).

Из формулы (9) видно, что для определения оптимального значения γ^* при заданной погрешности исходных данных ε достаточно априорно оценить среднее по i -му слою значение квадрата коэффициента ослабления α . Относительная среднеквадратическая погрешность восстановления α в i -м слое при оптимальном значении параметра регуляризации γ определяется выражением

$$\varepsilon_\alpha^2 = \varepsilon^2 / [\varepsilon^2 + D^2 \|\alpha_0\|^2/2]. \quad (10)$$

Из (10) следует, что при $\varepsilon \rightarrow 0$ ошибка решения также стремится к нулю. Кроме того, погрешность решения остается ограниченной при $D \rightarrow 0$. Пространственное распределение коэффициента ослабления α точнее восстанавливается в более плотных средах, а также с увеличением шага дискретизации Δz и угла визирования φ . Задавая допустимый уровень дискретизации решения ε_α , из формулы (10) можно оценить допустимый шаг дискретизации для сред с различной оптической плотностью:

$$\Delta z = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_\alpha \|\alpha_0\|} \sqrt{2(1 - \varepsilon_\alpha^2)} \left| \frac{\cos\varphi}{1 - \cos\varphi} \right|. \quad (11)$$

Согласно (11) следует, например, что при $\varepsilon = 10\%$ и $\varphi = \pi/3$ восстановление коэффициента α возможно с погрешностью 20-30% и пространственным разрешением порядка 1 км при дальности видимости более 10 км. С изменением дальности видимости будет меняться пропорционально величина допустимого шага дискретизации Δz . Из формул (10), (11) следует общее соотношение между погрешностью обращения и пространственным разрешением: выигрыш в точности восстановления α будет сопровождаться проигрышем в разрешающей способности и наоборот.

Подставляя величину Δz из (11) в выражение для оценки δ_α без регуляризации (8), будем иметь

$$\delta_\alpha = \varepsilon_\alpha \|\alpha\| / \sqrt{1 - \varepsilon_\alpha^2}. \quad (12)$$

Соотношение (12) определяет связь ошибок регуляризованного решения и полученного без регуляризации при одинаковом шаге дискретизации Δz . Как видно из (12), эти ошибки отличаются на множитель $\sqrt{1 - \varepsilon_\alpha^2}$, близкий к единице при малых ε_α . В таком же соотношении находятся и шаги дискретизации Δz для регуляризованной и нерегуляризованной задач. Следовательно, решение, полученное без регуляризации, будет близко к регуляризованному решению, если шаг Δz выбирать согласованно с погрешностью исходных данных. С учетом замечаний относительно выбора величины Δz алгоритм обращения системы (2) можно записать в виде

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{\Delta z} \ln \left[\frac{G_{ij}}{G_{ij}^\varphi} \right] \frac{\cos \varphi}{1 - \cos \varphi}, \beta_{ij} = G_{ij} \left[\frac{G_{ij}}{G_{ij}^\varphi} \right]^{\frac{\cos \varphi}{1 - \cos \varphi}}, i = 1, 2, \dots, M; j = i, i + 1, \dots, n, \quad (13)$$

где G_{ij} и G_{ij}^φ определяются согласно (4).

В алгоритме (13) шаг дискретизации по оси X связан с шагом дискретизации по оси Z : $\Delta x = \Delta z \operatorname{tg} \varphi$. При этом ограничение по пространственному разрешению, установленное для z -координаты, переносится также на x -координату.

Простая модификация алгоритма (13) позволяет освободиться от ограничений на пространственное разрешение по оси X . Если уменьшить шаг Δx в m раз: $\Delta x' = \Delta x/m$, то для новых отсчетов $x'_j = j\Delta x'$, $j = 1, 2, \dots$ в алгоритме (13) значения G_{ij}^φ определяются по формуле

$$G_{ij}^\varphi = S_{ij}^\varphi \exp \{a_{i,j-m} \Delta z / \cos \varphi\} / T_{i-1,j-m}^\varphi, j = im, im + 1, \dots, n. \quad (14)$$

Внутри слоя $z_i \leq z \leq z_{i+1}$ можно получить оценку значений коэффициента обратного рассеяния $\beta(x, z)$, вводя поправку на пропускание от верхней границы слоя до уровня z с помощью интерполяции $\alpha(x, z)$ по точкам на границах z_i и z_{i+1} .

В качестве примера обработки лидарных сигналов на рис. 2 представлены результаты численного моделирования задачи томографического зондирования слабозамутненной атмосферы. На рис. 2, *a* изображено исходное пространственное распределение коэффициента обратного рассеяния $\beta(x, z)$. Среднее значение коэффициента ослабления α составляло около $0,1 \text{ км}^{-1}$. Результат восстановления поля $\beta(x, z)$ при ошибке экспериментальных данных $\varepsilon = 10\%$ приведен на рис. 2, *б* для следующих условий моделирования эксперимента: угол $\varphi = 45^\circ$, $\Delta x' = 0,1 \text{ км}$, $m = 10$. На рис. 3 представлена зависимость средней по слою ошибки восстановления $\beta(x, z)$ от глубины проникновения в рассеивающую среду при 5 и 10%-ной ошибках в сигналах.

Отметим некоторые особенности решения, получаемого при лидарном томографическом зондировании. Во-первых, для построения решения задачи не требуется использования каких-либо априорных предположений относительно искомым характеристик, как это обычно делается при решении уравнения лазерной локации. Во-вторых, поскольку в формулы (13), определяющие решение для коэффициента ослабления α_{ij} , величины сигналов S_{ij} и S_{ij}^φ входят только в виде отношения, то, очевидно, их значения могут быть заданы с точностью до постоянного множителя, т. е. при восстановлении поля коэффициента ослабления $\alpha(x, z)$ не требуется калибровка лидара.

Можно ожидать, что рассматриваемая методика будет иметь преимущество перед традиционными схемами обработки сигналов для круга задач, связанных с зондированием оптически плотных сред при высокой степени неопределенности в задании лидарного отношения. Предлагаемая методика может быть рекомендована для лидарных исследований с борта самолета аэрозольных неоднородностей большой протяженности, таких, например, как дымовые шлейфы лесных пожаров или промышленного происхождения, вулканические выбросы и т. п. Методика легко обобщается на случай многоугольной и трехмерной томографии.

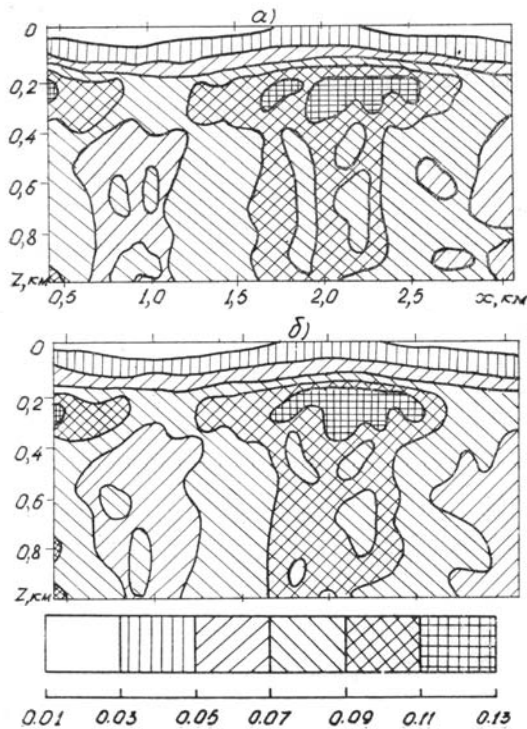


Рис. 2. Восстановление двумерного пространственного распределения поля коэффициента обратного рассеяния $\beta(x, z)$ в численном эксперименте: а) модельное распределение $\beta_0(x, z)$; б) результат решения обратной задачи при 10%-ной ошибке в лидарных сигналах

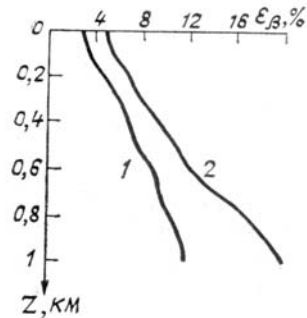


Рис. 3. Зависимость средней по слою ошибки восстановления $\beta(x, z)$ от глубины проникновения в рассеивающую среду: 1— $\varepsilon = 5\%$, 2— $\varepsilon = 10\%$

1. McElroy J.L., Smith T.B. // *Atmos. Environ.* 1986. V. 20. P. 1555.
2. Wakimoto R.M., McElroy J.L. // *J. Clim. and Appl. Meteor.* 1986. V. 25. № 11. P. 1583.
3. Белан Б.Д., Гришин А.И., Заде Г.О., Матвиенко Г.Г. // *ФАО.* 1987. № 4. С. 402.
4. Russel P.B., Morley B.M., Livingston J.M., Grams G.M., Patterson E.M. // *Appl. Opt.* 1982. V. 21. № 9. P. 1541.
5. Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям: Основы реконструктивной томографии. М.: Мир, 1983. 352 с.
6. Wolfe D.C., Byer R.L. // *Appl. Opt.* 1982. V. 21. № 7. P. 1165.
7. Weinman J.A. // *Appl. Opt.* 1984. V. 23. № 21. P. 3882.
8. Веретенников В.В. // *Труды IX Всес. симпозиума по лазерному и акустическому зондированию атмосф. Ч. I. Исследование аэрозоля и газового состава атмосферы.* Томск: ТФ СО АН СССР. 1987. С. 295.
9. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. *Методы решения некорректных задач.* М.: Наука, 1979. 286 с.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,
Томск

Поступила в редакцию
9 января 1989 г.

V. V. Veretennikov. **Tomographic Method in Lidar Studies of the Atmosphere.**

The efficiency of airborne lidar systems can be essentially improved if the methods of reconstructive tomography are used for data processing. A scheme of tomographic sounding is suggested in the paper and the algorithm of lidar data interpretation based on the use of methods of computational tomography is discussed.

Some questions on the algorithm stability relative to the errors in the initial data are also discussed. The results of model simulations are presented.