

В.Д. Бушуев, И.Э. Наац

МЕТОД ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ СВЕТОРАССЕЯНИЯ В АППРОКСИМАЦИИ СПЕКТРАЛЬНОГО ХОДА АЭРОЗОЛЬНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

На основе метода обратной задачи светорассеяния дисперсными средами предлагается аппарат для решения аппроксимационных задач для оптических аэрозольных характеристик в спектральных интервалах. Эффективность методик восстановления непрерывного спектрального хода по дискретным отсчетам иллюстрируется примерами обработки и анализа спектральных нефелометрических измерений.

В практике атмосферно-оптических исследований зачастую возникает задача восстановления непрерывного спектрального хода аэрозольных характеристик светорассеяния по дискретным измерениям, т. е. более конкретно речь идет о построении функций $\beta(\lambda)$ в пределах некоторого интервала длин волн по дискретному множеству исходных данных $\{\beta_i, \lambda_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, n$), относящихся к этому интервалу. Конкретным примером подобной задачи может служить определение непрерывного хода аэрозольного коэффициента ослабления $\beta_{\text{ex}}(\lambda)$ для всего видимого диапазона длин по фотометрическим измерениям его значений $\beta_{\text{ex}}(\lambda_i)$, выполненных в окнах прозрачности. Как известно, вне этих окон измерения спектральной прозрачности отягчены поглощением атмосферными газами и, следовательно, непосредственное измерение характеристик светорассеяния недоступно. К этому классу задач атмосферной оптики примыкает и прогноз аэрозольных оптических характеристик в УФ области спектра, где сплошное поглощение озоном затрудняет оценку эффектов рассеяния излучения в указанной области. Если исходные (опорные) измерения выполнены в видимой области, то прогноз аэрозольных характеристик светорассеяния в УФ область может быть классифицирован как задача экстраполяции $\beta(\lambda)$ влево от интервала оптического зондирования Λ . Подобная задача имеет не меньший практический интерес и для ИК диапазона. Приведенные выше примеры свидетельствуют о практической важности и возможных приложениях методов аппроксимации (также интерполяции и экстраполяции) в оптике полидисперсного аэрозоля.

Все эти задачи, если не полностью, то, по крайней мере, в части интерполяции могут решаться стандартными методами теории приближений функции. Однако для данной конкретной задачи, а именно, когда речь идет о характеристиках светорассеяния полидисперсными системами частиц, включая и аэрозольные системы, могут быть предложены менее общие, но более эффективные методы решения. В частности, подобным методом является метод обратной задачи светорассеяния, систематическое изложение которого применительно к теории оптического зондирования дисперсных рассеивающих сред дано в работе [1]. В пределах данной статьи иллюстрируется приложение этого метода к решению аппроксимационных задач, связанных с интерпретацией и обработкой спектральных нефелометрических измерений, и анализу погрешностей, возникающих при экстраполяции спектрального хода аэрозольного коэффициента рассеяния $\beta_{\text{sc}}(\lambda)$ в ближних УФ и ИК областях.

Прежде всего напомним, что оптические характеристики светорассеяния полидисперсными системами частиц находящимися в единичном объеме дисперсной среды, представляются параметрическим интегралом вида

$$\beta(\lambda) = \int_{R_1}^{R_2} K[\bar{m}(\lambda), r, \lambda] s(r) dr, \quad (1)$$

где $K[\bar{m}(\lambda), r, \lambda]$ — соответствующий фактор эффективности рассеяния оптической волны на отдельной частице размером r , с показателем преломления $\bar{m}(\lambda)$. Спектр размеров частиц рассматриваемой системы представлен в этом интеграле распределением $s(r)$, заданным в пределах границ R_1 и R_2 . Из этого интегрального представления следует, что функция $\beta(\lambda)$ в пределах любого спектрального интервала Λ есть функция вполне определенного вида и обладает вполне определенными аналитическими свойствами, определяемыми в первую очередь ядром интегрального преобразования (1). Ниже речь пойдет прежде всего о сферических частицах, поэтому указанные факторы считаются известными и определяются численно с помощью рядов теории Ми с любой наперед заданной точностью. То, что функция $\beta(\lambda)$ представляется в виде параметрического интеграла, избавляет от необходимости прибегать в аппроксимационных задачах к каким-либо иным аналитическим моделям и позволяет разработать конструктивный аппарат приближений на основе указанного представления, что и реализуется в методе обратной задачи. Действительно, если выполнены опорные измерения значе-

ний коэффициента рассеяния (ослабления) $\beta_{i\sigma}$ на λ_i с погрешностью, характеризуемой в среднем величиной σ , то имеем из (1) систему соотношений

$$\int_{R_1}^{R_2} K[\bar{m}_i, \lambda_i, r] s(r) dr = \beta_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

которые в свою очередь позволяют поставить обратную задачу для совокупности $\{\beta_{i\sigma}\}$ и определить некоторое приближение $s_\alpha(r)$ для действительного распределения $s_0(r)$. Подстрочный индекс α связан с построением надлежащего регулирующего оператора в процессе обращения оптических данных, зависящим от некоторого параметра α , именуемого параметром регуляризации и выбираемого в соответствии с величиной σ . Величина отклонения приближенного решения $s_\alpha(r)$ от действительного распределения $s_0(r)$ зависит, помимо σ , от числа измерений n и ошибок априорного задания зависимости показателя преломления \bar{m} от λ . В первом приближении будем считать, что определяющим фактором все же является величина погрешности измерений, и тогда должно иметь место следующее неравенство в среднеквадратичной метрике:

$$\|s_0 - s_\alpha\|_{L_2} \leq \delta(\sigma), \quad (3)$$

как только $\|\beta_0 - \beta_\sigma\| \leq \sigma$, где компонентами векторов s и β являются отсчеты функций $s(r)$ и $\beta(\lambda)$ в узлах $\{r_l\}$ ($l = 1, 2, \dots, m$) и $\{\lambda_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) соответственно. Величина $\delta(\sigma)$ имеет здесь тот же порядок малости, что и σ . В пределе при $\sigma \rightarrow 0$ $\delta(\sigma) \rightarrow 0$. Если выполняется условие (3), то полученное распределение $s_\alpha(r)$ может быть использовано далее для прогноза значений характеристики $\beta(\lambda)$ в принципе для любого наперед заданного значения λ_j , если только известны значения $\bar{m}_j = \bar{m}(\lambda_j)$ априори. Согласно (2) имеем

$$\beta_{\alpha j} = \int_{R_1}^{R_2} K[\bar{m}_j, \lambda_j, r] s_\alpha(r) dr. \quad (4)$$

Таким образом, в соответствии с (4) имеем функцию $\beta_\alpha(\lambda)$, построенную по совокупности $\{\beta_{i\sigma}\}$ ($i = 1, 2, \dots, n$), которая всюду аппроксимирует оптическую характеристику $\beta(\lambda)$ исследуемого объема дисперсной среды. Для оценки точности аппроксимации требуется соответствующий аналитический аппарат, обсуждение которого выходит за рамки настоящей работы (см. работу [1]), поэтому ниже эффективность предлагаемого аппарата приближений мы будем иллюстрировать результатами численного анализа и практическими примерами обработки экспериментальных характеристик.

Выше излагалась идея метода с использованием наиболее простой формы основных соотношений, используемых в оптике аэрозоля. Формальные построения аппроксимирующих функций в методе обратной задачи существенно проще. Действительно, если функция s_α определяется как решение уравнения $Ks = \beta$ при приближенной правой части β_α , то $s_\alpha = K_\alpha^{-1}\beta_\alpha$ и, следовательно, аппроксимирующая функция β_α , о которой речь шла выше, имеет вид $\beta_\alpha = KK_\alpha^{-1}\beta_\alpha = V_\alpha\beta_\alpha$. В силу этого (4) можно записать как векторное преобразование

$$\hat{\beta}_\alpha = \hat{V}_\alpha \hat{\beta}_\alpha, \quad (5)$$

где

$$\hat{V}_\alpha = \hat{V}_{\alpha, \nu n} = \hat{K}_{\nu m} [\hat{K}_{mn}^T \hat{K}_{nm} + \alpha I]^{-1} \hat{K}_{mn}^T, \quad (6)$$

а подстрочные индексы у соответствующих матриц указывают на их размерность. Оператор V_α можно назвать оператором восстановления непрерывного спектрального хода исследуемой оптической характеристики $\beta(\lambda)$. Для численного построения матрицы $\hat{V}_{\alpha, \nu n}$ необходимы программы расчета рядов Ми и априорное задание показателя преломления аэрозольного вещества, если речь идет об исследованиях аэрозолей атмосферы. Авторами разработан комплекс программ для машинной интерполяции и экстраполяции аэрозольных спектральных характеристик светорассеяния, когда в качестве измерительных средств используются спектральные фотометры. В качестве примера рассмотрим задачу восстановления непрерывного хода коэффициента рассеяния $\beta_{sc}(\lambda)$ атмосферной дымки, измеренного с помощью нефелометрического метода. Экспериментальный материал заимствован из работы [2], где даны описание соответствующей аппаратуры и анализ погрешностей. Измерения значений $\beta_{i\sigma}$ осуществлялись спектральным фотометром на длинах волн λ_i (0,353; 0,380; 0,405; 0,446; 0,542; 0,700 мкм). Судя по анализу погрешностей, приведенному в [2], максимальная ошибка измерения в указанном интервале не превышала 0,048 км⁻¹. На рис. 1, а, б приведены аппроксимирующие функ-

ции $\beta_\alpha(\lambda)$, построенные с помощью оператора V_α для двух векторов β_σ . В первом случае измеренная характеристика монотонно убывает, во втором имеет точку максимума и, следовательно, обладает более сложным аналитическим поведением. Однако и в том, и в другом случаях $\beta_\alpha(\lambda)$ удовлетворительно решают аппроксимационную задачу, и соответствующие ошибки приближения заметно меньше указанного выше значения погрешности измерения. Уместно здесь заметить, что излагаемый аппарат приближения осуществляет среднеквадратическую аппроксимацию в целом по всему интервалу оптического зондирования λ . В этом отношении он близок к методу Фурье–разложений.

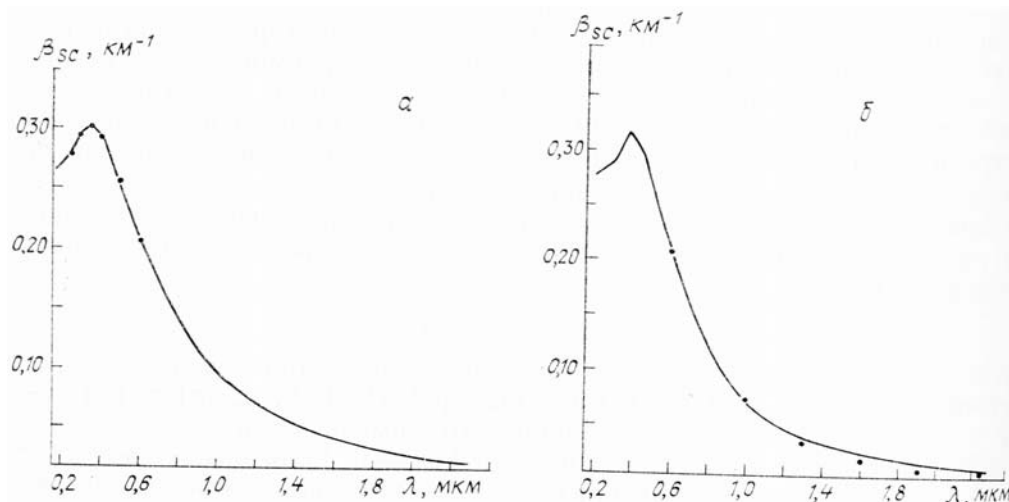


Рис. 1. Примеры восстановления непрерывного спектрального хода $\beta_{sc}(\lambda)$ в пределах 0,25–2,25 мкм по дискретным измерениям в видимой и ближней ИК областях спектра (звездочки): а) для первой реализации опорного вектора; б) для второй реализации (см. табл. 1, 2)

Для иллюстрации устойчивости метода аппроксимации к возможным вариациям исходных данных и показателя преломления \bar{m} , от которого зависит оператор восстановления, ниже приводятся две таблицы соответствующих ошибок. Данные таблицы получены в численном эксперименте. В качестве исходной модели для $\beta_{sc}(\lambda)$ выбрана аппроксимирующая кривая для первого примера (рис. 1, а, б), значения которой приводятся в головке указанных таблиц. Как показывает численный анализ, вариации показателя преломления слабо влияют на аппроксимирующую функцию $\beta_\alpha(\lambda)$, и ими можно пренебречь, если ошибка измерения σ компонент опорного вектора β_σ не превышает 3–5%. Причиной этого является устойчивость оператора восстановления V_α к изменениям $\bar{m}(\lambda)$, которая обусловлена тем, что оператор есть произведение прямого K на регуляризирующий обратный K_α^{-1} и при $\alpha \rightarrow 0$ ($\sigma \rightarrow 0$) стремится к единичному при $m = n$ независимо от значений показателя преломления. Эта особенность излагаемого здесь аппарата приближения обуславливает его высокую эффективность при восстановлении спектральных характеристик аэрозольного светорассеяния, когда необходимо априорное задание целой последовательности значений $\{\bar{m}(\lambda_i)\}$, что, конечно, не всегда может быть осуществлено с надлежащей точностью. Известно, что при уменьшении λ зависимость фактора $K_{sc}(x)$, где $x = 2\pi r\lambda^{-1}$ (дифракционный параметр,) от \bar{m} возрастает, и, следовательно, функция $\beta_\alpha(\lambda)$ при одних и тех же вариациях этого параметра в УФ области больше отклонится от исходной модели $\beta_0(\lambda)$, нежели в видимой, что наглядно иллюстрируется ростом ошибок аппроксимации в области 0,25–0,6 мкм в табл. 1. Следует также заметить, что ошибки экстраполяции спектрального хода $\beta_{sc}(\lambda)$ в УФ область естественно выше ошибок аппроксимации в видимой области, к которой принадлежат опорные измерения $\beta_{i\sigma}$. Это иллюстрируется данными табл. 1, соответствующими различному уровню возмущений исходной характеристики. Аналогично табл. 2 дает представление об ошибках экстраполяции спектрального хода $\beta_{sc}(\lambda)$ в ближнюю ИК область по измерениям в видимой области. Во всех случаях погрешность экстраполяции не превышает исходных ошибок измерений, которые, как уже указывалось выше, не превышают 0,048 км⁻¹ для используемого экспериментального материала. Заметим, что ошибки экстраполяции остаются примерно в тех же пределах, если учитывать и наличие спектральной зависимости $\bar{m}(\lambda)$ и $\kappa(\lambda)$ (мнимая часть показателя преломления). Представленные примеры иллюстрируют эффективность метода обратной задачи светорассеяния в решении аппроксимационных задач для спектральных нефелометрических измерений. Разработанный авторами соответствующий программный комплекс (матрица $\hat{V}_{\alpha, \nu n}$ и формулы для факторов эффективности рассеяния теории Ми) является составной частью системы автоматизированной обработки нефелометрических измерений, реализуемой с помощью малых вычислительных машин в мобильных системах оптического зондирования атмосферы [3].

Таблица 1

Ошибки экстраполяции спектрального хода $\beta_{sc}(\lambda)$ в интервале 0,25—0,60 мкм при обращении «возмущенных» векторов с компонентами $\beta(m_0 + \Delta m, \lambda_i)$ $(1 + \sigma(-1)^i) = \beta_{sc, \lambda_i}$

Уровни погрешности в показателе преломления и ошибках измерений		Длины волн, мкм						
		0,25	0,30	0,35	0,40	0,50	0,60	
Δm	σ	0,2767	0,2926	0,3000	0,2937	0,2539	0,2041	
0,02	0	-0,0014	0,0002	0,0012	0,0014	0,0011	0,0010	
-0,02	0	0,0015	0,0012	0,0009	0,0009	0,0009	0,0007	
0	0,05	0,0089	0,0082	0,0069	0,0059	0,0037	0,0019	
0	-0,05	0,0046	0,0061	0,0072	0,0072	0,0059	0,0043	
0	0,1	0,0082	0,0085	0,0083	0,0075	0,0056	0,0039	
0	-0,1	0,0047	0,0062	0,0072	0,0072	0,0059	0,0043	
0	0,2	0,0573	0,0538	0,0290	0,0129	-0,0003	-0,0028	
0	-0,2	0,0155	0,0176	0,0189	0,0187	0,0158	0,0123	

Таблица 2

Ошибки экстраполяции спектрального хода $\beta_{sc}(\lambda)$ в интервале 0,6—2,25 мкм при обращении «возмущенных» векторов с компонентами $\vec{\beta}(m_0 + \Delta m, \lambda, \tau) (1 + \sigma(-1)^\tau) = \beta_{sc, \tau}$

Уровни погрешности в показателе преломления и ошибках измерений		Длины волн, мкм													
Δm	σ	0,6	1,0	1,3	1,6	1,9	2,25	Исходные характеристики							
		0,2041	0,0735	0,0348	0,0179	0,0100	0,0054								
0,02	0	0,0010	0,0010	0,0009	0,0006	0,0004	0,0003	0,0006	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003			
-0,02	0	0,0007	-0,0004	-0,0006	-0,0004	-0,0004	-0,0003	-0,0004	-0,0004	-0,0004	-0,0004	-0,0003			
0	0,05	0,0019	0,0002	0,0004	0,0002	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001			
0	-0,05	0,0043	0,0010	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000			
0	0,1	0,0039	0,0009	0,0003	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000			
0	-0,1	0,0043	0,0011	0,0002	0,0002	0,0001	0,0000	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000			
0	0,2	-0,0028	-0,0012	0,0015	0,0006	0,0005	0,0004	0,0006	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004			
0	-0,2	0,0123	0,0039	0,0016	0,0008	0,0004	0,0002	0,0008	0,0004	0,0004	0,0002	0,0002			

1. Наац И. Э. Метод обратной задачи в атмосферной оптике. Новосибирск: Наука. 1986. 198 с.
2. Торопова Т. П., Касьяненко А. Б. и др. // В кн.: Поле рассеянного излучения в земной атмосфере. Алма-Ата: Наука. 1974. С. 32–88.
3. Бушув В. Д., Наац И. Э. Программный комплекс «Спектр» для решения аппроксимационных задач теории светорассеяния аэрозольными системами. Томск. 1987. (Препринт/ТФ СО АН СССР, № 15).

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР, Томск

Поступила в редакцию
6 июня 1988 г.

V. D. Bushuev, I. E. Naats. Light Scattering Inverse Problem Technique in Approximation of Aerosol Spectral Behaviour.

Based on the inversion technique as applied to the optical scattering by dispersion media, a body of mathematics is derived to solve the problem of approximating aerosol optical characteristics for different spectral intervals. The efficiency of the proposed procedures in reconstructing the aerosol properties over the entire spectral region of interest from a discrete set of experimental measurements is illustrated by examples of the relevant nephelometric data processing and interpretation.