«Оптика атмосферы», **1**, № 8 (1988) УДК 551.501.8

Ю.С. Балин, М.С. Беленький,
И.А. Разенков, Н.В. Сафонова

ПРОСТРАНСТВЕННО ВРЕМЕННАЯ СТРУКТУРА СИГНАЛОВ АЭРОЗОЛЬНОГО ЛИДАРА

Для степенной модели спектра флуктуации концентрации аэрозоля исследовано влияние вариаций скорости ветра и эволюции неоднородностей на взаимные корреляционные функции и взаимные спектры флуктуации мощности лидарных эхо–сигналов. Результаты расчетов сопоставлены с данными измерений. Из экспериментальных данных определена зависимость времени жизни неоднородностей от их размеров.

Исследования пространственно-временной структуры лидарных сигналов непосредственно связаны с изучением динамических процессов формирования аэрозольных полей в атмосфере [1÷4].

В связи с этим актуальность подобных исследований не вызывает сомнения. При обработке пространственно-временных реализаций лидарных сигналов широко используются корреляционные методы [2÷4], с практической точки зрения направленные на реализацию возможности дистанционного измерения параметров скорости ветра. Однако при интерпретации данных оптического зондирования не нашли должного отражения несколько существенных факторов, в частности: степенной характер спектра флуктуации концентрации аэрозоля, временная эволюция аэрозольных неоднородностей, влияние флуктуации скорости ветра.

В настоящей работе предпринята попытка учета этих факторов, в том числе с применением метода спектрального анализа.

Из уравнения лазерной локации [1, 2], предполагая, что вариации мощности эхо-сигнала определяются флуктуациями концентрации частиц, можно показать [5], что пространственно-временная корреляционная функция флуктуации обратно рассеянного излучения имеет вид

$$B_p(\boldsymbol{r},\ \tau) = A \cdot \int d^3r_1 d^3r_2 d^3\varkappa d\omega P(\boldsymbol{r}_1)\, P(\boldsymbol{r}_2 + \boldsymbol{r})\, G_N(\varkappa,\ \omega)\exp\{i[\varkappa(\boldsymbol{r}_1 + \boldsymbol{r}_2) - \omega\tau]\}, \tag{1}$$

где $A = a^2(TL^{-1})^4\bar{\sigma}^2$; a — постоянная, определяемая параметрами приемопередающей системы лидара; T — прозрачность зондируемого слоя; L — длина трассы; $\bar{\sigma}$ — усредненное по распределению частиц по размерам сечение обратного рассеяния; $P(\boldsymbol{r})$ — фильтрующая функция, определяющая размеры объема; $\boldsymbol{r}$ — разнос между центрами объемов; $G_N(\varkappa,\ \omega)$ — $\Phi_N(\varkappa)V(\omega,\ \varkappa)$, $\Phi_N(\varkappa)$ — пространственный спектр флуктуации концентрации, функция $V(\omega,\ \varkappa)$ в случае “замороженных” аэрозольных неоднородностей равна $V(\omega,\ \varkappa) = \delta(\omega + \varkappa\boldsymbol{V})$, $\boldsymbol{V}$ — скорость ветра, τ — временное запаздывание.

Используя для спектра $\Phi_N(\varkappa)$ степенную зависимость вида [5]

$$\Phi_N(\varkappa) = 0{,}033C_N^2\varkappa^{-11/3}\,[1 - l^{-\varkappa^2/\varkappa_0^2}], \tag{2}$$

где $\varkappa_0 = 2\pi/L_0$, L_0 — внешний масштаб турбулентности, для замороженной среды и изотропного рассеивающего объема ($P(\boldsymbol{r}) = (2\pi a_V)^{-3/2}\exp(-r^2/2a_V^2)$, a_V — размер объема) в предположении, что компоненты скорости ветра распределены по нормальному закону со средним значением $\langle \boldsymbol{V} \rangle$ и одинаковыми дисперсиями σ_V^2, для взаимной корреляционной функции (ВКФ) можно получить выражение:

$$B_p(r,\ \tau) = B\left\{\left(a_V^2 + \varkappa_0^{-2} + \frac{1}{2}\sigma_V^2\tau^2\right)^{1/3} {}_1F_1\left(-\frac{1}{3};\ \frac{3}{2};\ -\frac{(\boldsymbol{r} - <\boldsymbol{V}>\tau)^2}{4\left(a_V^2 + \varkappa_0^{-2} + \frac{1}{2}\sigma_V^2\tau^2\right)}\right) - \right.$$
$$\left. - \left(a_V^2 + \frac{1}{2}\sigma_V^2\tau^2\right)^{1/3} {}_1F_1\left(-\frac{1}{3};\ \frac{3}{2};\ -\frac{(\boldsymbol{r} - <\boldsymbol{V}>\tau)^2}{4\left(a_V^2 + \frac{1}{2}\sigma_V^2\tau^2\right)}\right)\right\}, \tag{3}$$

где $B = AC_N^2 6\pi\Gamma(2/3)$, ${}_1F_1(a;\ b;\ x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция.

Согласно (3), при $\sigma_V\tau \gtrsim a_V$, $\varkappa_0^{-1}$ флуктуации скорости ветра заметно влияют на положение максимума и характерные масштабы ВКФ, в частности, как отмечалось в [6], сдвигают максимум ВКФ в область меньших значений τ, уменьшают временной автокорреляционный масштаб τ_0 по сравнению с масштабом $\sqrt{2}\kappa_0^{-1}/\langle V\rangle$ однородного ($\sigma_V^2=0$) движения, вызывают уширение ВКФ по сравнению с автокорреляционной функцией $B_p(0,\tau)$ и снижение максимального уровня корреляции $B_p(\boldsymbol{r}, r/\langle V\rangle)$, и, наконец, приводят к появлению положительной кросс–корреляционной асимметрии.

Найденные из (3) выражения для сдвига максимума ВКФ τ_m, для временного автокорреляционного и взаимно-корреляционного масштабов τ_0 и τ_1 а также для производной ВКФ (при $\tau = 0$) $S_0 = \left.\frac{\partial B(r,\tau)}{\partial\tau}\right|_{\tau=0}$ имеют вид:

$$\tau_m = \frac{r\cos\varphi}{V_\kappa}, \quad V_\kappa = \langle V\rangle + 3\frac{\sigma_V^2}{\langle V\rangle}; \tag{4}$$

$$\tau_0^2 = 2\frac{\varkappa_0^{-2}}{V_\kappa^2} \quad \text{при} \quad \varkappa_0^{-1} \gg a_V; \tag{5}$$

$$\tau_1^2 = \tau_0^2 + \frac{\sigma_V^2 r^2}{\langle V\rangle^4}; \tag{6}$$

$$S_0 = \frac{1}{9}\frac{r\langle V\rangle}{[(a_V^2+\varkappa_0^{-2})^{1/3} - a_V^{2/3}]}\varphi_2(a_V, \varkappa_0, r), \tag{7}$$

где $V_к$ — кажущаяся скорость; φ — угол между направлением средней скорости ветра и разносом $\boldsymbol{r}$,

$$\varphi_2(a_V, \varkappa_0, r) = a_V^{-4/3}\,{}_1F_1\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{2}; -\frac{r^2}{4a_V^2}\right) - (a_V^2+\varkappa_0^{-2})^{-2/3}\,{}_1F_1\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{2}; -\frac{r^2}{4(a_V^2+\varkappa_0^{-2})}\right).$$

Сдвиг максимума ВКФ, согласно (4), определяется величинами $\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{V}_к$ и φ. При измерении ВКФ в двух взаимно–перпендикулярных направлениях (φ и $\varphi' = \varphi + \pi/2$) угол φ можно найти из соотношения $tg\varphi = \tau'_m/\tau_m$. Дисперсия σ_V^2 определяется из измерений масштабов τ_1 и τ_2 при двух базах $\boldsymbol{r}_1$ и $\boldsymbol{r}_2$:

$$\sigma_V^2 = \frac{(\tau_1^2 - \tau_2^2)}{(r_1^2 - r_2^2)}\langle V\rangle^4.$$

Пространственный автокорреляционный масштаб равен $l^2 = 2\varkappa_0^{-2}$ при $\varkappa_0^{-1} \gg a_V$ и $l_0^2 = 2a_V^2$ при $a_V \gg \varkappa_0^{-1}$. Связь пространственных и временных масштабов дается формулой $l_i = V_к\tau_i$, $i = 0,1$. Особенность производной S_0 заключается в том, что величина S_0 не зависит от дисперсии σ_V^2.

Помимо флуктуации скорости ветра на вариации мощности лидарного сигнала может влиять вызванная турбулентной диффузией временная эволюция аэрозольных неоднородностей. Используя предложенную в [7] феноменологическую модель, рассмотрим влияние эволюции на ВКФ. Согласно [7], масштаб t_1, определяющий время эволюции неоднородностей с характерным размером $\varkappa$, для пассивной примеси» в инерционном интервале волновых чисел $\varkappa_0 < \varkappa < \eta_к^{-1}$ $\eta_к$ — колмогоровский масштаб длины, определяется выражением

$$t_1 = \mu_T\varepsilon^{-1/3}\varkappa^{-2/3}, \tag{8}$$

где ε — скорость диссипации кинетической энергии, отнесенной к единице массы; $\mu_т$ — константа, характеризующая турбулентную диффузию. Согласно [7] $V(\omega, \varkappa)$ является острой функцией своего аргумента и ее можно аппроксимировать формулой

$$V(\omega + \varkappa V) = (2\pi)^{-1/2} t_1 \exp[-t_1^2(\omega + \varkappa \boldsymbol{V})^2/2].$$

Тогда в предположении $\langle V\rangle \| \boldsymbol{r}$, в случае однородного движения ($\sigma_V^2 = 0$), для $B_p(\boldsymbol{r}, \tau_m)$, $\tau_m = r/V$, нетрудно получить выражение

$$\frac{B_p(\boldsymbol{r}, \tau_m)}{B_p(0)} = \left[(a_V^2+\varkappa_0^{-2})^{1/3}\,{}_2F_1\left(-\frac{1}{3}, \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -\frac{r^2\tau_m^2}{2(a_V^2+\varkappa_0^{-2})t_1^2}\right) - \right. \tag{9}$$

$$- a_V^{2/3} {}_2F_1\left(-\frac{1}{3}, \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -\frac{r^2\tau_m^2}{2a_V^2 t_1^2}\right)\Bigg] [(a_V^2 + \varkappa_0^{-2})^{1/3} - a_V^{2/3}]^{-1},$$

где ${}_2F_1(a, b; c; x)$ — гипергеометрическая функция Гаусса.

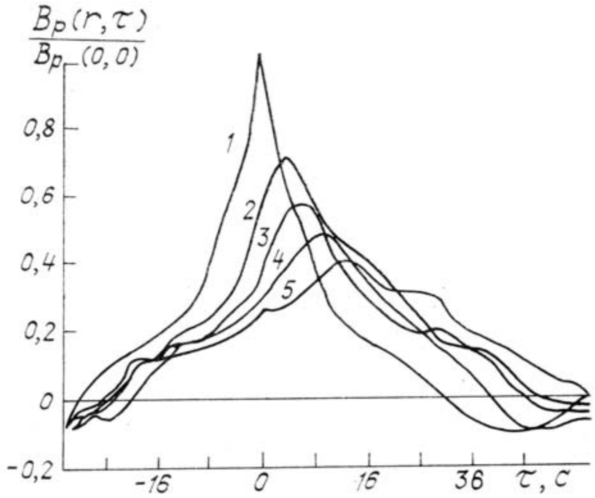

Рис. 1. Пространственно-временные корреляционные функции лидарных сигналов: кривая *1* — r = 0, *2* — r = 10 м, *3* — r = 30 м, *4* — r = 40 м, *5* — r = 50 м

В соответствии с (9), убывание функции $B_p(\boldsymbol{r}, \tau_m)$ с ростом базы $\boldsymbol{r}$ зависит от времени жизни неоднородностей t_1. В отсутствие флуктуации скорости ($\sigma_V = 0$) и эволюции неоднородностей ($t_1 = \infty$) $B_p(\boldsymbol{r}, \tau_m)/B_p(0) = 1$. Оба процесса приводят к снижению уровня корреляции. Считая эти процессы независимыми, определим функциональную зависимость $t_1 = t_1(r)$ по экспериментальным данным.

В качестве примера на рис. 1 приведены измеренные с помощью автоматизированного аэрозольного лидара «ЛОЗА–4» функции $B_p(\boldsymbol{r}, \tau)/B_p(0)$. Зондирование осуществлялось вдоль направления средней скорости ветра при $\langle V\rangle = 3$ м/с, на высоте $z = 10$ м. Методики измерений, способы статистической обработки экспериментальных данных и характеристики лидара приведены в [5, 8]. Для определения t_1 применялась следующая процедура. По измерениям τ_0 и $V_к$ определяли внешний масштаб L_0, Оценку отношения $\sigma_V/\langle V\rangle$ получали из измерений τ_1^2 и τ_2^2, а также измерений спектра когерентности по методике, описанной ниже.

Найденные значения L_0, $\langle V\rangle$ и $\sigma_V/\langle V\rangle$ для данных, приведенных на рис. 1, оказались равны $L_0 = 80$ м, $\langle V\rangle = 3$ м/с, $\sigma_V/\langle V\rangle = 0{,}3$. Далее, по формуле (3) при значениях L_0, a_V и $\sigma_V/\langle V\rangle$, соответствующих условиям эксперимента, производилась оценка влияния σ_V на ВКФ и осуществлялась коррекция экспериментальных данных к условиям однородного движения (σ_V=0) . Затем по совпадению с откорректированными экспериментальными значениями $B_p(\boldsymbol{r}, \tau_m)$, рассчитанными при разных значениях t_1 максимальных уровней коррекции $B_p(\boldsymbol{r}, \tau_m)$, определялся параметр t_1.

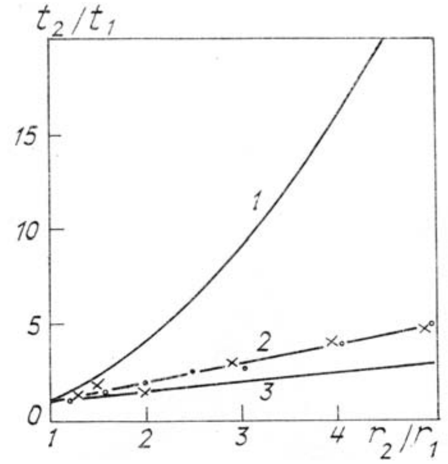

Рис. 2. Зависимость характерного времени жизни неоднородностей от разноса $\boldsymbol{r}$: кривые *1*÷*3* — теоретические модели; *1* — $t \sim r^2$; *2* — $t \sim r$; *3* — $t \sim r^{2/3}$. **...**, °°°, ххх — экспериментальные данные, соответствующие данным, представленным на рис. 1

На рис. 2 приведена зависимость величины t_2/t_1 от отношения соответствующих баз r_2/r_1. Абсолютные значения t_1 для данных, изображенных на рис. 1, изменяются в пределах 8,5 с$\le t_1 \le$43 с при 10 м$\le r \le$50 м. Здесь же изображены кривые, соответствующие модели (8) и модели, применявшейся в [4]: $t_1 \sim r^2$. Из рисунка видно, что экспериментальные данные следуют закону $t_1 \sim r$, и лучше согласуются с моделью (8).

Другой способ обработки лидарных сигналов основан на использовании методов когерентного анализа [9, 10]. Взаимный спектр флуктуации лидарных сигналов, $W(\boldsymbol{r}, f)$, спектр когерентности $\gamma(\boldsymbol{r}, f)$ и фазовый спектр $\theta(\boldsymbol{r}, f)$ определяются следующими соотношениями:

$$W(\boldsymbol{r}, f) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} B_p(\boldsymbol{r}, \tau)\exp(-i2\pi f\tau)\,d\tau,$$

$$\gamma(\boldsymbol{r}, f) = |W(\boldsymbol{r}, f)|/|W(0, f)|,$$

$$\theta(\boldsymbol{r}, f) = \operatorname{arctg}\frac{\operatorname{Jm} W_p(\boldsymbol{r}, f)}{\operatorname{Re} W_p(\boldsymbol{r}, f)}.$$

В отсутствие флуктуации скорости ветра и эволюции неоднородностей ($\sigma_V = 0$, $t_1 = \infty$), при $\boldsymbol{r}\|\langle V\rangle$ взаимный спектр имеет вид

$$W_p(r, f) = W_p(0, f)\exp\left(-i\frac{2\pi rf}{\langle V\rangle}\right),$$

где $W_p(0, f)$ — автоспектр, рассмотренный в [5]. Отсюда имеем

$$\gamma(\boldsymbol{r}, f) = 1, \quad \theta(\boldsymbol{r}, f) = \frac{2\pi rf}{\langle V\rangle}. \tag{10}$$

Если векторы $\boldsymbol{r}$ и $\langle V\rangle$ непараллельны ($r_\parallel = r\cos\varphi$, $r_\perp = r\sin(\varphi)$, то при $r_\perp \gg a_V$ и $\kappa_0^{-1} \gg a_V$

$$\gamma(r, f) = [r_\perp \varkappa_0\sqrt{1 + f^2/f_0^2}]^{5/6} K_{-5/6}(r_\perp \varkappa_0\sqrt{1 + f^2/f_0^2}),$$

$$\theta(r, f) = \frac{2\pi r_\parallel f}{\langle V\rangle}, \tag{11}$$

$f_0 = \langle V\rangle/L_0$, $K_\nu(x)$ — модифицированная функция Бесселя 3–го рода. При $r_\perp\varkappa_0 \ll 1$ выполняется соотношение $\gamma(r_1, 0) \simeq 1$, а при $r_\perp\varkappa_0 \gg 1$ соотношение $\gamma(r_\perp\varkappa_0)^{1/3}\exp(-r_\perp, 0) \sim (r_\perp\varkappa_0)$. Таким образом, продольная, по отношению к $\langle V\rangle$ составляющая разноса определяет величину фазового спектра лидарного сигнала, а от отношения $r_\perp/L_0$ зависит спектр когерентности на нулевой частоте.

Учет флуктуации скорости ветра при $\sigma_V^2/V_0^2 \ll 1$ приводит к соотношению:

$$\gamma(\boldsymbol{r}, f) = \exp\left(-\frac{f^2}{f_\Phi^2}\right)\times$$
$$\times\frac{\left[\psi\left(1, \frac{1}{6}; f^2\left(\frac{1}{f_a^2} + \frac{1}{f_\Phi^2}\right)\right) - e^{-f^2/f_0^2}\psi\left(1, \frac{1}{6}; f^2\left(\frac{1}{f_a^2} + \frac{1}{f_0^2} + \frac{1}{f_\Phi^2}\right)\right)\right]}{\left[\psi\left(1, \frac{1}{6}; f^2/f_a^2\right) - e^{-f^2/f_0^2}\psi\left(1, \frac{1}{6}; f^2\left(\frac{1}{f_a^2} + \frac{1}{f_0^2}\right)\right)\right]}, \tag{12}$$

где $\psi(a, b, x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция Трикоми; $f_a = \dfrac{\langle V\rangle}{2\pi a_V}$, $f_\Phi = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot\dfrac{\langle V\rangle^2}{r\sigma_V}$, $\psi\left(1, \frac{1}{6}; z\right) = \frac{6}{5}\left[{}_1F_1\left(1, \frac{1}{6}; z\right) - \Gamma\left(\frac{1}{6}\right)z^{5/6}e^z\right]$. При учете эволюции неоднородностей выражение для спектра когерентности при $\sigma_1 \ll 1$, $\sigma_1 = (2\pi f t_1)^{-1}$ совпадает с формулой (12), если в ней $f_ф$ заменить на $f_э = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\langle V \rangle}{r\sigma_1}$.. Выражение для $\theta(r, f)$ во всех случаях определяется формулой (10).

Если предположить статистическую независимость флуктуации скорости и эволюции неоднородностей, то учет их совместного влияния, согласно [7], приводит к необходимости перемножения выражений вида (12), учитывающих влияние этих механизмов. Из этого соотношения в области низких частот $f \ll f_Ф$, f_0, $f_а$ следует формула

$$\frac{\sigma_V^2}{\langle V \rangle^2} = \frac{\gamma^2(r,\ f_1) - \gamma^2(r,\ f_2)}{f_1^2 - f_2^2} \left(\frac{\langle V \rangle}{2\pi r} \right)^2 - \sigma_1^2. \tag{13}$$

Формула (13) позволяет определять дисперсию флуктуации скорости ветра из измерений взаимных спектров лидарных сигналов. Измерения спектров проводились на слабонаклонной трассе (угол наклона 3°) при базе r = 10 м. Направление зондирования совпадало с направлением средней скорости ветра. Величина $\langle V \rangle$ составляла $\langle V \rangle$ = 3 м/с. Статистическая обработка проводилась методом БПФ. Для устранения эффектов «просачивания» и низкочастотных трендов использовалось окно 1/10 косинуса и полиномиальная фильтрация с полиномом четвертой степени [8].

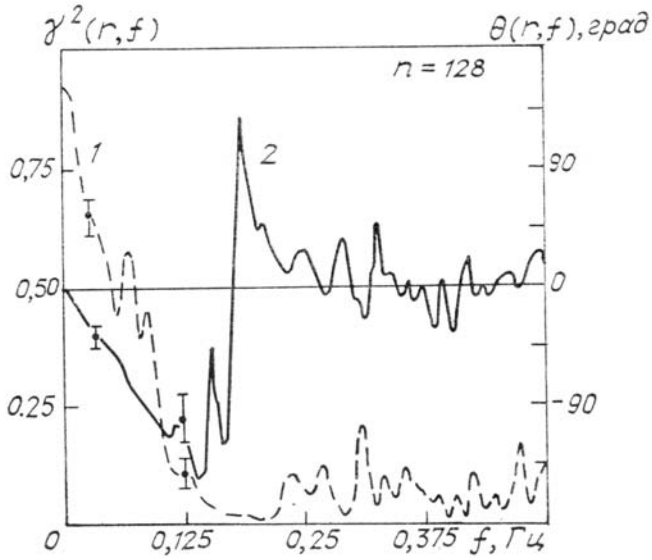

Рис. 3. Экспериментальные спектры когерентности и фазы по данным лидарных измерений: *1*—$\gamma^2(\boldsymbol{r}, f)$; *2*—$\gamma(\boldsymbol{r}, f)$

На рис. 3 изображены измеренные спектры когерентности и среды. Фазовый спектр определялся на интервале от −180 до +180°, поскольку направления зондирования и средней скорости ветра могли совпадать либо быть противоположными. Из рисунка видно, что спектр когерентности убывает до нуля на частоте $f \geq 0{,}125$ Гц, в то же время фазовый спектр следует линейному закону (10) в более широком интервале $0 \leq f \leq 0{,}25$ Гц. Это подтверждает следующий из формулы (10) вывод о том, что фазовый спектр более устойчив к влиянию флуктуации скорости ветра и эволюции неоднородностей, чем спектр когерентности. Приведенные на рисунке величины доверительных интервалов соответствуют числу степеней свободы n = 128.

Из-за частичной коррелированности спектральных оценок для пар временных реализаций на трассе реальное число степеней свободы n было меньше приведенной теоретической оценки. Более подробно процедура обработки описана в [5].

Сравнение теоретических и экспериментальных спектров когерентности $\gamma^2(\boldsymbol{r}, f)$ представлено на рис. 4. Приведенные здесь теоретические кривые рассчитаны по формулам (12) и описывают убывание функции когерентности за счет влияния флуктуаций скорости ветра и эволюции неоднородностей при разных значениях f иr. Удовлетворительное совпадение теоретических кривых с экспериментальными значениями подтверждает справедливость использованных при выводе соотношения (12) представлений о механизмах разрушения когерентности лидарных сигналов в атмосфере.

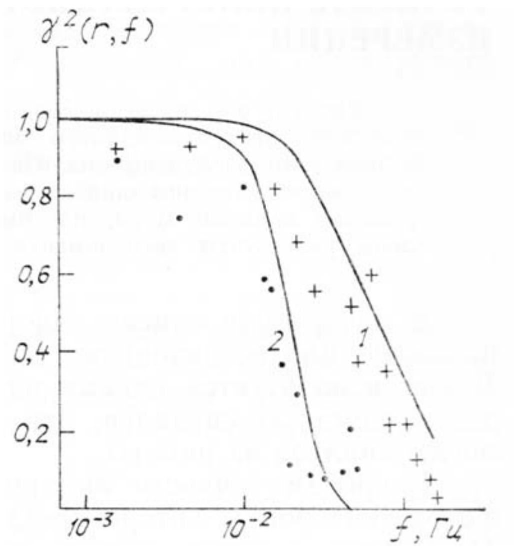

Рис. 4. Сравнение теоретических и экспериментальных спектров когерентности: кривые *1*, *2* — теоретический расчет; *1* — r = 10 м, *2* — r = 30 м; + + +, ... — экспериментальные данные (+++ — r = 10 м, ... — r = 30 м)

Таким образом, проведенные исследования позволяют сделать вывод о том, что поведение функций корреляции и когерентности существенно зависит от постоянно присутствующих в атмосфере флуктуаций скорости ветра и эволюции неоднородностей. В то же время фазовый спектр более устойчив к воздействию этих искажающих факторов, что дает возможность эту характеристику считать основной для лидарных измерений скорости ветра в атмосфере.

1. Зуев В.Е. Лазер-метеоролог. М.: Сов, радио. 1974. 178 с.
2. Захаров В.М., Костко О.К. Метеорологическая лазерная локация. Л.: Гидрометеоиздат. 1977. 222 с.
3. Применение корреляционных методов в атмосферной оптике/В.М. Орлов, Г.Г. Матвиенко, И.В. Самохвалов и др. Новосибирск: Наука. 1983. 159 с.
4. Корреляционные методы лазерно-локационных измерений скорости ветра./ Г.Г. Матвиенко, Г.О. Задде, Э.С. Фердинандов и др. Новосибирск: Наука. 1985. 221 с.
5. Балин Ю.С., Беленький М.С., Самохвалов И.В. и др. //Изв. АН СССР. ФАО, 1986. Т. 22. № 10. С. 1060—1063.
6. Лотова Н.А., Чашей И.В. //Труды ФИАН. 1977. Т. 93. С. 78—118.
7. Гурвич А.С. //Изв. АН СССР. ФАО. 1980. Т. 16. № 4. С. 345—354.
8. Балин Ю.С., Байрашин Г.С., Бурков В.В. и др. //В сб.: Проблемно-ориентированные измерительно-вычислительные комплексы. Новосибирск: Наука. 1986. С. 65—71.
9. Бендат Дж., Пирсол А. Измерения и анализ случайных процессов. М.: Мир. 1974. 384 с.
10. Азизян Г.В., ГурвичА.С., Холмянский М.З. //Изв. АН СССР. ФАО. 1980. Т. 16. № 3. С. 236—243.

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР, Томск

Поступила в редакцию
6 июня 1988 г.

Yu.S. Balin, M.S. Belen'kii, I.A. Rasenkov, N.V. Safonova. **Space—Time Structure of Aerosol Lidar Signals.**

The effect of the wind velocity variations and the inhomogeneity evolution on the cross-correlation functions and the returned power fluctuation spectra was examined in the context of a power model of the aerosol concentration fluctuation spectra.

The calculation data were compared with lidar observations. The inhomogeneity lifetime related to the size was derived from the experimental measurements.