

А.В. Кравченко, В.Ф. Кравченко

Моделирование сопротивления плазмы продольного разряда, применяемого для накачки импульсно-периодических газоразрядных лазеров

Ростовский государственный университет

Поступила в редакцию 26.12.2006 г.

Найдена группа инвариантных преобразований системы дифференциальных уравнений, описывающих процессы развития плазмы сильноточной стадии импульсно-периодического объемного разряда импульсных газоразрядных лазеров. Определены инварианты преобразований, и с их помощью найдена зависимость сопротивления разряда от параметров разряда и времени. Показано, что при определенных значениях инварианта найденная теоретическая зависимость сопротивления плазмы разряда в течение импульса тока согласуется с экспериментальной зависимостью.

Результатам исследований низкотемпературных неизотермических импульсных наносекундных газовых разрядов посвящено огромное число публикаций. Такие разряды широко применяются в различных областях науки, техники и технологии. Несмотря на наличие авторитетных монографий [1–3], до сих пор встречаются противоречивые суждения о методах моделирования параметров и динамики плазмы в различных моменты развития таких разрядов.

Известно, что вольт-амперные характеристики разрядов импульсных газоразрядных лазеров (ИГЛ) с различными активными средами при использовании одинаковых схем накачки подобны во времени. Наличие этого группового признака свидетельствует о возможности использования методов группового анализа для поиска инвариантных (масштабных) преобразований плазмы разрядов и определения с их помощью типичных зависимостей параметров плазмы от времени для определенных фаз развития разряда.

Групповой анализ системы дифференциальных уравнений, описывающих кинетику плазмы газового разряда

Рассмотрим плазму сильноточной стадии импульсно-периодического продольного низкотемпературного газового разряда с постоянным химическим составом в условиях большой предимпульсной концентрации электронов и длительностью импульса в несколько сот наносекунд. Известно [3], что развитие плазмы такого разряда происходит за счет объемной ионизации нормальных и возбужденных состояний атомов газа электронами, ускоренными внешним импульсом электрического поля. Процессы распада плазмы за счет амбиполярной диффузии

и ударно-излучательной рекомбинации происходят гораздо медленнее, и при исследовании импульсов тока менее нескольких сотен наносекунд процессами распада плазмы разряда за счет амбиполярной диффузии и рекомбинации можно пренебречь.

Запишем в безразмерном виде систему дифференциальных уравнений, описывающую кинетику плазмы положительного столба импульсного разряда в газе:

$$\frac{dn_e^*}{d\tau} = n_e^* \sum_{k=0}^m v_{ki}^*, \quad (1)$$

$$\frac{dn_m^*}{d\tau} = n_e^* \left(\sum_{k=0}^{m-1} v_{km}^* - v_{mi}^* \right), \quad (2)$$

$$\frac{d(\varepsilon n_e^*)}{d\tau} = \frac{e^2 n_e^*}{m_e \varepsilon_0 v_i^0} \frac{E^2(\tau)}{v_{el}} - n_e^* \sum_{k=0}^{i-1} \varepsilon_{ki} v_{ki}^*, \quad (3)$$

где $\tau = tv_i^0$ — приведенное время развития разряда; v_i^0 — полная частота ионизации легко ионизируемой примеси в момент начала сильноточной стадии разряда; $v_{ki}^* = v_{ki}/v_i^0$ — приведенная частота однократной ионизации атомов примеси электронами из состояния k ; $v_{el} = (\sum_{k=0}^{i-1} v_{ki} + v_l)$ — полная частота неупругих столкновений электронов с атомами примеси и упругих с атомами буферного газа соответственно;

$n_e^* = n_0/n_e^0$ — концентрация атомов легкоионизируемой примеси, приведенная к концентрации электронов в начале сильноточной стадии разряда; $n^* = n_e^* + \sum_{k \geq 0}^m n_k^*$, $n_e^* = n_e/n_e^0$; $n_k^* = n_k/n_e^0$ — приведенные концентрации атомов газа, электронов плазмы,

атомов, возбужденных на уровень k соответственно; $\varepsilon^* = \varepsilon/\varepsilon_{0i}$ — приведенная средняя энергия электронов плазмы; ε_{ki} — энергия ионизации атомов газа с уровня k ; $E(\tau)$ — изменение напряженности электрического поля на плазме разряда в течение импульса тока.

Используя уравнения системы (1)–(3), преобразуем уравнение баланса энергии электронного газа (3):

$$\frac{d\varepsilon^*}{d\tau} + \varepsilon^* \sum_{k=0}^m v_{ki}^* = \frac{e^2}{m_e \varepsilon_i (v_i^0)^2} \frac{E^2(\tau)}{v_{el}^*} - \sum_{k=0}^{i-1} \varepsilon_{ki} v_{ki}^*. \quad (3a)$$

Из уравнения (3a) видно, что изменение ε^* во времени явно не зависит от концентрации электронов, а определяется начальной величиной и законом изменения электрического поля. Аналогично (3a) другие кинетические уравнения системы представляют собой линейные дифференциальные уравнения первого порядка с коэффициентами, зависящими от энергии электронов и концентрации возбужденных атомов, т.е. с коэффициентами, неявно зависящими от времени.

Определим инвариантные преобразования, которые допускает система дифференциальных уравнений кинетики плазмы. Обозначим выражение

$\sum_{k=0}^m v_{ki}^*$ — приведенной полной частоты ионизации

газа — как v_i^* ; $\sum_{k=0}^{m-1} v_{km}^* - v_{mi}^*$ — приведенной частоты

возбуждения m -уровня — как v_m^* . С помощью алгоритма поиска групповых преобразований системы дифференциальных уравнений [4] получим, что система кинетических уравнений допускает группу преобразований:

$$\begin{aligned} \tau' &= \tau e^a, \quad n_e' = n_e^* e^a, \quad n_m' = n_m^* e^a, \\ v_i' &= v_i^* e^{-a}, \quad v_m' = v_m^* e^{-a}, \end{aligned}$$

где $m = 0, 1 \dots i - 1$, с оператором группы

$$X = \tau \frac{\partial}{\partial \tau} + n_e^* \frac{\partial}{\partial n_e^*} + n_m^* \frac{\partial}{\partial n_m^*} - v_m^* \frac{\partial}{\partial v_m^*} - v_i^* \frac{\partial}{\partial v_i^*}.$$

Инвариантами такого преобразования для уравнений кинетики плазмы разряда системы (1), (2) являются:

$$I_1 = \tau v_i^*, \quad I_2 = \frac{v_m^*}{v_i^*}, \quad I_3 = \frac{n_e^*}{n_m^*}. \quad (4)$$

Заметим, что при выводе инвариантов уравнений (1), (2) мы не накладывали ограничений на величину средней энергии и вид функции распределения электронов. Аналогично найдем группу инвариантных преобразований всех уравнений системы:

$$\begin{aligned} \tau' &= \tau e^a; \quad v_i' = v_i^* e^{-a}; \quad v_m' = v_m^* e^{-a}; \quad n_e' = n_e^* \cdot e^a; \\ n_m' &= n_m^* e^a; \quad \varepsilon' = \varepsilon^* e^{-a}, \end{aligned}$$

и оператор группы

$$X = \tau \frac{\partial}{\partial \tau} + n_e^* \frac{\partial}{\partial n_e^*} + n_m^* \frac{\partial}{\partial n_m^*} - v_i^* \frac{\partial}{\partial v_i^*} - v_m^* \frac{\partial}{\partial v_m^*} - \varepsilon^* \frac{\partial}{\partial \varepsilon^*}.$$

Всевозможные замены переменных τ , n_e^* , n_m^* , v_i^* , v_m^* , ε^* , допускаемые системой, образуют группу Ли. Автомодельные замены являются ее однопараметрической подгруппой растяжений. Набор первых интегралов уравнения [инвариантов такого преобразования для уравнений кинетики плазмы разряда системы (1)–(3)] $\tilde{X}\varphi = 0$ таков:

$$I_1 = \tau v_i^*; \quad I_2 = \tau v_m^*; \quad I_3 = \frac{n_e^*}{\tau}; \quad I_4 = \frac{e^2 E^2(\tau) \tau}{m_e v_{el}^* \varepsilon_i}; \quad I_5 = \varepsilon^* \tau. \quad (5)$$

Заметим, что значения инвариантов $I_2 - I_4$ преобразования системы (5) совпадают со значениями инвариантов преобразования уравнений Больцмана для различных частиц плазмы [5, 6], а инварианты

$$I_1 = \tau v_i^*, \quad I_5 = \varepsilon^* \tau$$

определяют динамическое подобие развития плазмы разряда.

Автомодельное решение уравнений системы (1)–(3), допускающих группу растяжений, будет иметь вид

$$u(\tau^*, \varepsilon^*, n_e^*, E) = \tau^{1/\beta} \psi \left(\frac{\varepsilon^*}{\tau^{\alpha/\beta}}, \frac{n_e}{\tau^{1/\beta}}, \frac{E^2}{v_{el} \tau^{\varepsilon/\beta}} \right),$$

ψ — новая искомая функция.

Вид искомой функции ψ зависит от схемы возбуждения, которая формирует импульс возбуждения и определяет изменение электронной температуры в течение развития разряда. Для одной и той же схемы возбуждения ($I_4 = \text{idem}$) функция ψ одинакова, при этом зависимости параметров плазмы, описываемых автомодельными решениями уравнений, будут претерпевать растяжения во времени и по амплитуде пропорционально изменению масштабов (начальных условий): v_i^0 , n_e^0 , n_m^0 , v_k^0 , ε_{0i} .

Закон изменения сопротивления плазмы разряда

В дальнейшем сосредоточим свое внимание на разряде с низкой степенью ионизации и пренебрежем учетом нагрева газа электронами. Известно [4], что если есть инварианты дифференциального уравнения, то можно найти его аналитическое решение.

Из уравнения (1) найдем закон изменения сопротивления газоразрядного промежутка в течение импульса тока с помощью инварианта $I_1 = \tau v_i$. Проинтегрируем уравнение (1)

$$\int_{n_e^0}^{n_e} \frac{dn_e}{n_e} = I_1 \int_{\tau'}^{\tau} \frac{d\tau}{\tau} \quad (6)$$

и получим

$$n_e = n_e' \left(\frac{\tau v_i^0}{\tau'} \right)^{I_1}, \quad (7)$$

где $\tau = t'v_i^0$ — время запаздывания начала сильноточной (дуговой) фазы разряда от момента подачи напряжения на разрядный промежуток ($t = 0$). Тогда сопротивление плазмы цилиндрического разряда длиной l и сечением S примет вид

$$R = \frac{m_e v_{el} l}{e^2 S n_e} = \frac{R' v_{el}^*}{(t/t')^{I_1}}, \quad (8)$$

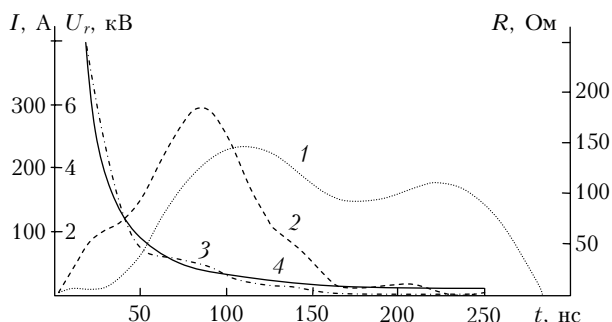
где выражение v_{el}/v_i^0 обозначено символом v_{el}^* ; R' — сопротивление плазмы в момент t' .

В случае отсутствия буферного газа $v_{el}^* = v_i^*$ и зависимость (8) принимает вид

$$R = \frac{R' I_1}{(t/t')^{I_1+1}}.$$

Сравнение с экспериментальными результатами

На рисунке приведены типичные вольт-амперные характеристики продольного разряда импульсно-периодических газоразрядных лазеров на парах бария со схемой источника накачки с обостряющей емкостью [3, 7].



Осциллограммы импульса тока (1), падения напряжения на плазме (2), значения активного сопротивления $R(t_i)$ (3) и его аппроксимация (4)

Исследовалась разрядная трубка длиной разряда 40 см, внутренним диаметром 20 мм. В качестве коммутатора использовался водородный тиратрон типа ТГИП-1000/25. Индуктивность разрядного контура составила 0,7 мкГн. Давление буферного газа неона 15 торр, накопительная емкость 2500 пФ, обостряющая — 1000 пФ. Частота повторения импульсов 8 кГц. Методика измерения тока I и напряжения на разрядном промежутке U_c была аналогичной [1]. Напряжение на разрядном промежутке U_r вычислялось как разность напряжений измеренного на накопительной емкости и расчетного значения ЭДС индукции U_L . Крутизна изменения тока в каждый момент времени вычислялась путем дифференциации кривой тока и экстраполяции многочленом по 7 экспериментальным точкам. Для этого осциллограммы импульсов тока, как и напряжения, разбивались на временные отрезки, содержащие в себе

7 точек. Мгновенные значения сопротивления разряда на каждом отрезке в сильноточной стадии рассчитывались по формуле

$$R(t_i) = U_r(t_i)/I(t_i), \quad i = 7.$$

Результат аппроксимации значений сопротивлений разряда выражением (8) приведен на рисунке сплошной кривой 4. Наилучшее согласие с экспериментальными результатами наблюдается при $R' = (650 \pm 60)$ Ом, $t' = (10 \pm 0,1)$ нс и $I_1 = 1,5$. При увеличении частоты повторения импульсов тока до 10 кГц величина R' сохраняется в пределах ошибки аппроксимации, при этом величина $t' = 9,3$ нс. Исследование сопротивления плазмы ИГЛ с другими активными средами ИГЛ на парах меди, стронция с буферным газом неоном показало, что наилучшая аппроксимация выражением (8) экспериментальных результатов достигается при $I_1 = 1,5 \div 1,4$. Расчетные значения $I_1 = t'v_i^0$ для исследуемых активных сред ИГЛ порядка единицы.

Изменение v_{el}^* для неона в течение импульса пропорционально $\sqrt{\epsilon}$ [8], что с учетом соотношений (5) дает изменение во времени как $1/\sqrt{t}$. Следовательно, теоретическая зависимость сопротивления разряда от времени и экспериментально наблюдаемая совпадают. Это свидетельствует о том, что динамика развития плазмы разряда определяется частотой ионизации легко ионизируемой примеси активной среды.

Заключение

Таким образом, экспериментально наблюдаемое изменение сопротивления ИГЛ на парах металлов с продольным импульсно-периодическим разрядом плазмы разрядов ИГЛ на парах металлов в течение импульса возбуждения описывается теоретической зависимостью сопротивления плазмы разряда от времени, найденной из условия инвариантности системы кинетических уравнений масштабному преобразованию (5).

Так как теоретическая зависимость сопротивления разряда от времени зависит только от интеграла уравнения I_1 для концентрации электронов, то она может быть использована для моделирования электрических характеристик разряда и моделирования ИГЛ с различными источниками накачки.

1. Месяц Г.А. Генерирование мощных наносекундных импульсов. М.: Сов. радио, 1974. 256 с.
2. Королев Ю.Д., Месяц Г.А. Физика импульсного пробы газов. М.: Наука, 1991. 224 с.
3. Батенин В.М., Бучанов В.В., Казарян М.А., Климовский И.И., Молодых Э.И. Лазеры на самоограниченных переходах атомов металлов. М.: Научная книга, 1998. 544 с.
4. Овсянников Л.В. Групповые свойства дифференциальных уравнений. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1962. 240 с.

5. Рухадзе А.А., Соболев Н.Н., Соколов В.В. Подобие низкотемпературных неизотермических разрядов // Успехи физ. наук. 1991. Т. 161. № 9. С. 195–199.
6. Котохов В.В. Подобные газовые разряды для CO₂-лазеров // Ж. техн. физ. 1970. Т. XL. № 8. С. 1649–1655.
7. Исаев А.А. Эффективные импульсно-периодические лазеры на парах меди: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М.: ФИАН СССР, 1988. 339 с.
8. Райзер Ю.П. Основы современной физики газоразрядных процессов. М.: Наука, 1980. 416 с.

A.V. Kravchenko, V.F. Kravchenko. Modeling of the resistance of a longitudinal charge plasma for pumping pulse-periodic gas-discharge lasers.

The transformation group and the invariants for the set of differential equations, which describe plasma evolution processes of high-current phase of pulsed gas-discharge lasers's space discharge are found. The dependence of discharge resistance on time and discharge parameters is obtained. It is shown that the time dependence of discharge resistance is in good agreement with the experimental discharge resistance behaviour in cases of fixed invariant values.