

В.В. Демин, В.В. Соколов

**ГОЛОГРАФИЧЕСКАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ОПТИЧЕСКИ МЯГКИХ МИКРОЧАСТИЦ.
МЕТОД РАСЧЕТА**

Предложен метод, являющийся основой численного расчета распределения интенсивности в плоскости голограммы, в голографическом и в увеличенном голографическом изображениях. В качестве объектов могут рассматриваться непрозрачные и прозрачные частицы произвольной формы. Расчет адаптируется к основным голографическим схемам.

Голографические методы регистрации объемных ансамблей микрочастиц применяются для исследования аэрозолей в лабораторных экспериментах [1], для изучения процесса взаимодействия лазерного импульса с водной каплей [2], для диагностики реальных атмосферных аэрозольных сред (туманов, облаков) [3, 4] и т.д. Практически во всех работах, связанных с голографической регистрацией микрочастиц, частицы рассматриваются в виде непрозрачных экранов. Это обосновано, так как из-за малости размеров частиц запись голограммы производится в дальней зоне:

$$k a^2 \ll z, \quad (1)$$

здесь $k = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны излучения; z – расстояние между частицей и голограммой; a – размер частицы. При выполнении условия

$$k a |n - n_0| \gg 1 \quad (2)$$

полем, преломленным частицей в дальней зоне можно пренебречь [5] и считать, что голограмма формируется лишь дифрагированным на центральном сечении частицы полем и полем опорной волны, так же как в случае непрозрачного экрана. Здесь n и n_0 – показатели преломления частицы и окружающей ее среды соответственно.

Однако если условие (2) не выполняется, при расчете интенсивности в плоскости регистрации голограммы необходимо учитывать не только дифрагировавшее, но и преломленное поле. Нарушение условия (2) может происходить: а) когда регистрируемая частица имеет малые размеры $a \geq \lambda$, либо б) когда частица является «оптически мягкой», т.е. $n \approx n_0$. Случай «а» не представляет интереса, т.к. разрешение голографических методов составляет единицы микрометров ($5 \div 10$), что для видимого диапазона соответствует $a \gg \lambda$. Случай «б» может реализоваться при регистрации гидрозолей (биологических, медицинских и т.п.).

Кроме того, наиболее распространенной в настоящее время является схема регистрации с переносом изображений микрочастиц исследуемой среды в область расположения голограммы. При этом для некоторых частиц среды не выполняется условие дальней зоны (1), что также приводит к необходимости учета преломленного поля.

Особенности голографической регистрации прозрачных и полупрозрачных микрочастиц рассматривались лишь в единичных публикациях [6, 7], причем теоретическое описание методов проведено для частных случаев. В настоящей статье предлагается методика расчета интенсивности в плоскости голограммы в восстановленном и увеличенном голографическом изображениях микрочастиц. Методика может быть использована для случая регистрации оптически мягких частиц произвольной формы на произвольном расстоянии от голограммы.

1. Базовая оптическая схема для расчета

Схеме, изображенной на рис. 1, экспериментаторами довольно часто отдается предпочтение (см., например, [2, 8]) по ряду причин. Во-первых, наличие объектива b позволяет увели-

чить расстояние до исследуемого ансамбля, что во многих задачах диктуется требованием бесконтактности исследований. Во-вторых, использование маски 7, отсекающей излучение, прошедшее без рассеяния на частицах, обеспечивает реализацию метода темного поля и тем самым повышает контраст изображений частиц. Наконец, использование здесь внеосевой схемы позволяет регулировать соотношение интенсивностей опорного и предметного пучков независимо от концентрации исследуемого ансамбля.

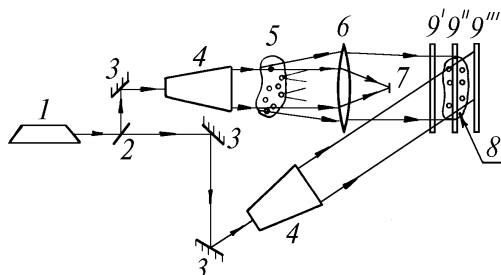


Рис. 1. Базовая оптическая схема для расчета: 1 – лазер; 2 – полупрозрачное зеркало; 3 – зеркало; 4 – расширители пучка; 5 – объем дисперсной среды; 6 – объектив; 7 – непрозрачная маска; 8 – изображение объема среды; 9', 9'', 9''' – возможные расположения регистрирующего фотоматериала

Кроме того, методика расчета распределения интенсивности в плоскости регистрации голограммы, построенная на базе данной схемы, легко адаптируется для обычной внеосевой голограммы. Для этого из схемы (и из алгоритма расчета) исключаются объектив 6 и маска 7. Если дополнительно исключить и опорный пучок, то будет рассматриваться традиционная для регистрации ансамблей микрочастиц осевая схема.

Расположение голограммы 9'', обычное для голографии сфокусированных изображений, в рассматриваемом случае неприемлемо. Это связано с тем, что на этапе восстановления одна часть голографического изображения объема среды будет мнимой, другая – действительной. Для увеличения восстановленных изображений микрочастиц используется микрооптика с малой глубиной резкости, что создает определенные трудности для исследования мнимого голографического изображения.

Если на этапе записи голограмма находится в положении 9''', то на этапе восстановления голограмму освещают сопряженной опорной волной, чтобы восстановить с нее действительное изображение. Тогда восстановленное изображение располагается относительно голограммы аналогично случаю 9' (рис. 1).

В связи с этим наиболее общей схемой, на базе которой целесообразно строить методику расчета, является схема рис. 1 с расположением голограммы 9'.

2. Запись и восстановление голограммы

В соответствии с выводами предыдущего раздела расстояния по оси (см. рис. 2) связаны следующим образом:

$$1/z_0 + 1/(z + \Delta) = 1/F, \quad (3)$$

где F – фокусное расстояние оптической системы, осуществляющей перенос изображения. Для простоты будем считать эту систему тонкой линзой, имея в виду, что при переходе к более сложной оптической системе рассчитанные распределения интенсивности не изменятся.

Пусть исследуемый ансамбль освещается плоской волной с единичной амплитудой, $t(x_0, y_0)$ – коэффициент пропускания, соответствующий слою среды в плоскости (x_0, y_0) (или $z = 0$). Тогда в плоскости голограммы предметная волна будет иметь вид

$$u(x_2, y_2) = \int t(x_0, y_0) \exp\{i(k/2 z_0) [(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2]\} P_0(x_1, y_1) \exp[-i(k/2 F) (x_1^2 + y_1^2)] \times \\ \times \exp\{i(k/2 z) [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]\} dx_0 dy_0 dx_1 dy_1. \quad (4)$$

В выражении (4) опущена константа перед интегралом. Все последующие выражения также будем записывать с точностью до констант; $P_0(x_1, y_1)$ – функция зрачка объектива 2 (рис. 2), четвертый множитель выражения (4) представляет собой фазовый множитель линзы, а все выражение (4) представляет собой запись интеграла Кирхгофа в приближении Френеля для рассматриваемой системы. Отметим, что наличие или отсутствие маски 7 в схеме рис. 1 здесь учитывается формой записи пропускания $t(x_0, y_0)$.

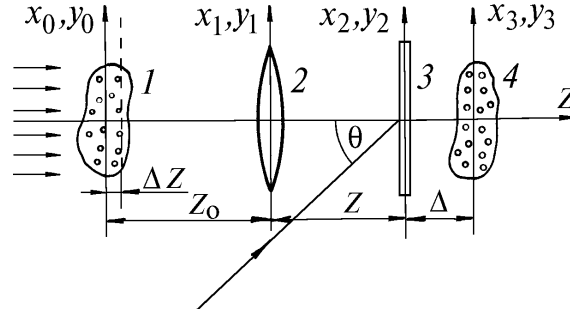


Рис. 2. К расчету записи и восстановления голограммы: 1 – объем дисперсной среды; 2 – объектив; 3 – голограмма; 4 – восстановленное изображение объема среды

Опорную волну будем считать плоской, что совпадает с большинством экспериментальных схем:

$$r = r_0 \exp(ikx_2 \sin\theta), \quad (5)$$

где θ – угол между направлением распространения опорной и предметной волн (рис. 2). Тогда, как известно, интенсивность в плоскости (x_2, y_2) регистрации голограммы описывается выражением

$$I(x_2, y_2) = |u(x_2, y_2)|^2 + |r(x_2, y_2)|^2 + u^*(x_2, y_2) r(x_2, y_2) + u(x_2, y_2) r^*(x_2, y_2). \quad (6)$$

Чтобы учесть протяженность объема среды (1, рис. 2) по оси z , необходимо разбить его на монослои. Шаг разбиения Δz определяется размером и концентрацией микрочастиц. При этом предполагается, что взаимным экранированием частиц можно пренебречь. Такое приближение оправдано для случая голографической регистрации. Действительно, достоверно отличимые от спеклов изображения микрочастиц получаются при малых концентрациях среды, когда оптическая плотность ансамбля $\sigma N l \leq 0,1$, что соответствует прозрачности ансамбля 80% [8]. (Здесь N – концентрация частиц, l – толщина слоя среды, σ – геометрическая площадь сечения частиц). Тогда предметная волна может быть представлена таким образом:

$$u(x_2, y_2) = \sum_{j=1}^m \{u_j(x_2, y_2)\}, \quad (7)$$

где $u_j(x_2, y_2)$ определяется выражением (4) для j -й частицы; m – число частиц в слое; распределение интенсивности в плоскости голограммы запишется как

$$I(x_2, y_2) = \left| \sum_{j=1}^m u_j(x_2, y_2) + r(x_2, y_2) \right|^2 = \sum_{j=1}^m |u_j|^2 + \sum_{j \neq i} u_i u_j^* + |r|^2 + r \sum_{j=1}^m u_j^* + r^* \sum_{j=1}^m u_j. \quad (8)$$

Известно, что для линейной записи голограммы необходимо выполнение условия $|u_j|^2 \ll |r|^2$, поэтому членом $\sum_{j \neq i} u_i u_j^*$ в ряде случаев можно пренебречь и свести выражение

$$(8) \text{ к сумме } m \text{ голограмм (типа } I(x_2, y_2) = \sum_{j=1}^m \{ |u_j|^2 + |r_j|^2 + u_j^* r_j + u_j r_j^* \}, \text{ где } r_j = r/m). \text{ В настоящей}$$

статье воспользуемся этим упрощением для того, чтобы получить аналитически некоторые

результаты, иллюстрирующие метод расчета. Однако при реализации численных расчетов для оптически мягких частиц этот член следует учитывать.

При освещении зарегистрированной голограммы исходной опорной волной r , в направлении оси z будет распространяться лишь одна волна u $r^*r = ur_0^2$, поэтому расчет поля восстановленного изображения производится по формуле, аналогичной выражению (7). Так, поле в плоскости, соответствующей изображению плоскости $z=0$, записывается следующим образом:

$$u(x_3, y_3) = \int t(x_0, y_0) \exp\{ik/2 z_0 [(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2]\} P_0(x_1, y_1) \exp[-ik/2 F (x_1^2 + y_1^2)] \times \\ \times \exp\{ik/2 (z + \Delta) [(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2]\} dx_0 dy_0 dx_1 dy_1. \quad (9)$$

Здесь предполагается линейная запись голограммы. Варьируя Δ и подставляя $t(x_0, y_0)$ для соответствующей плоскости исследуемого объема, можно рассчитать распределение поля в любой плоскости голографического изображения.

В качестве примера рассмотрим случай $P_0(x_1, y_1) = 1$, тогда такой расчет выполняется аналитически и для плоскости объекта $z = 0$ получаем

$$u(x_3, y_3) = t[-(x_3 z_0)/(z + \Delta), -(y_3 z_0)/(z + \Delta)] \exp[ik (x_3^2 + y_3^2)/2(z + \Delta - F)]. \quad (10)$$

Как и следовало ожидать, в изображении получается исходный объект с пропусканием t , причем увеличение $z_0/(z + \Delta)$ определяется свойствами объектива 2 (рис. 2). Фазовый же множитель при переходе к интенсивности исчезнет.

3. Исследование голографического изображения

Для определения параметров изучаемого ансамбля микрочастиц голографическое изображение исследуют при помощи увеличивающей системы 5 (рис. 3). Чаще всего такой системой является микрообъектив, а увеличенное изображение b проецируется на сетчатку глаза (с использованием окуляра), на фотоматериал, на ПЗС- или фотодиодную матрицу, в зависимости от решаемой задачи.

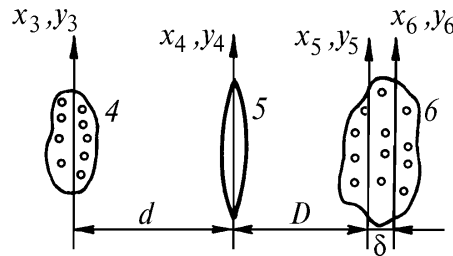


Рис. 3. К расчету увеличенного голографического изображения: 4 – восстановленное изображение; 5 – увеличивающая оптическая система; 6 – увеличенное изображение

На рис. 3 плоскость (x_5, y_5) соответствует центральной плоскости (x_3, y_3) объемного голографического изображения и, следовательно, плоскости (x_0, y_0) объекта (или плоскости $z = 0$, см. рис. 2). Очевидно, что можно однозначно поставить в соответствие расстояния Δz , Δ и δ . Это позволяет при численном расчете варьировать одно из этих расстояний, автоматически изменяя два других.

Поле в плоскости (x_6, y_6) можно записать в виде

$$u(x_6, y_6) = \int u(x_3, y_3) \exp\{ik/2 d [(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2]\} P(x_4, y_4) \exp[-ik/2 f (x_4^2 + y_4^2)] \exp\{ik/2 D\} \times \\ \times [(x_4 - x_5)^2 + (y_4 - y_5)^2]\} \exp\{ik/2 \delta [(x_5 - x_6)^2 + (y_5 - y_6)^2]\} dx_3 dy_3 dx_4 dy_4 dx_5 dy_5. \quad (11)$$

Здесь f – фокусное расстояние системы 5 (рис. 3). Интегрирование по x_5, y_5 приводит, с точностью до констант, к следующему выражению:

$$u(x_6, y_6) = \int u(x_3, y_3) \exp[(ik/2d)(x_3^2 + y_3^2)] P(x_4, y_4) \exp[(ik/2L)(x_4^2 + y_4^2)] \exp\{-ik[x_4(x_3/d + x_6/(D+\delta)) + y_4(y_3/d + y_6/(D+\delta))]\} \exp\{[ik/2(D+\delta)](x_6^2 + y_6^2)\} dx_3 dy_3 dx_4 dy_4, \quad (12)$$

где

$$1/L = (fD\delta + fD^2 - dD\delta - dD^2 + dfD)/(dfD(\delta + D)). \quad (13)$$

При $\delta = 0$, $1/L = 1/d - 1/f + 1/D = 0$ и в плоскости $(x_6 = x_5, y_6 = y_5)$ получается выражение

$$u(x_6, y_6) = \int u(x_3, y_3) \exp[(ik/2d)(x_3^2 + y_3^2)] P(x_4, y_4) \exp\{-ik[x_4(x_3/d + x_6/D) + y_4(y_3/d + y_6/D)]\} \times \\ \times \exp\{(ik/2D)(x_6^2 + y_6^2)\} dx_3 dy_3 dx_4 dy_4 = \exp\{(ik/2D)(x_6^2 + y_6^2)\} \int u(x_3, y_3) \exp[(ik/2d)(x_3^2 + y_3^2)] \times \\ \times G[(1/\lambda)(x_3/d + x_6/D), (1/\lambda)(y_3/d + y_6/D)] dx_3 dy_3. \quad (14)$$

Считая, как и раньше, $(x_3^2 + y_3^2)/\lambda d \ll 1$, можно записать окончательное выражение для поля $u(x_6, y_6)$, где под интегралом стоит поле $u(x_3, y_3)$ и Фурье-образ зрачка микрообъектива 5 (рис. 3) или, другими словами, свертка восстановленного с голограммы поля $u(x_3, y_3)$ и импульсного отклика G микрообъектива 5. В случае $\delta \neq 0$ выражение (14) по структуре не меняется, но в нем будет присутствовать Фурье-образ от обобщенной функции зрачка микрообъектива 5:

$$P'(x_4, y_4) \exp[(ik/2L)(x_4^2 + y_4^2)].$$

Итак, расчетные формулы, приведенные в данном разделе, позволяют рассчитать распределение поля и интенсивности в плоскости голограммы, в области восстановленного и увеличенного изображений. При этом, естественно, необходимо конкретизировать функции $t(x_0, y_0)$, $P_0(x_1, y_1)$ и $P_1(x_4, y_4)$.

Следует отметить, что эти расчетные формулы могут быть использованы как в случае непрозрачных, «жестких» (соответствующих условию (2)), так и в случае оптически мягких частиц. Тип частиц учитывается при расчете функции пропускания частицы $t(x_0, y_0)$.

4. Расчет функции пропускания прозрачной частицы

При расчете для случая оптически мягкой частицы можно пренебречь отражением от границы раздела среда – частица. Здесь мы будем рассматривать случай прозрачной частицы, поэтому пренебрежем поглощением. Для случая полупрозрачной частицы поглощение легко учитывается. Основная идея расчета идентична [7], где рассчитывается поле, рассеянное частицей, и считается, что это поле распространяется от центрального сечения частицы (x_0, y_0) .

Эта идея позволяет при расчете пользоваться дифракционным интегралом. Отличие же заключается в том, что в наших расчетах набег фазы внутри частицы рассчитывается непосредственно из геометрии лучей, а в работе [7] он учитывается множителем, описывающим аберрации. Поэтому метод расчета [7] не применим для частиц сложной формы. Кроме того, в наших расчетах принято, что поле, рассеянное частицей, распространяется от плоскости, касательной к ней (плоскость $z = a_2$ на рис. 4). В случае, когда в выбранном монослое среды присутствуют частицы различных размеров, эта плоскость выбирается касательной к наибольшей частице.

Расчет проведем для плоской волны, так как обобщение на случай трехмерной волны не вызывает затруднений. На рис. 4 изображена частица произвольной формы, n_0 и n – показатели преломления среды и частицы соответственно, частица освещается плоской волной с единичной амплитудой и лучевым вектором S_0 . Плоскость $z = 0$ проходит через центральное сечение, а плоскости $z = -a_1$ и $z = a_2$ – через крайние точки частицы. Плоскость $z = -a_1$ является при этом волновым фронтом освещающей волны.

Рассмотрим прохождение луча через такую частицу. Отрезок AB – путь δ_1 , пройденный падающей волной от плоскости $z = -a_1$ до границы частицы; CM – путь δ_3 , пройденный пре-

ломленной волной от границы частицы до плоскости $z = a_2$; BC – путь δ_2 , пройденный внутри частицы; \vec{S}_0 , \vec{S} и \vec{S}_1 – соответствующие лучевые векторы.

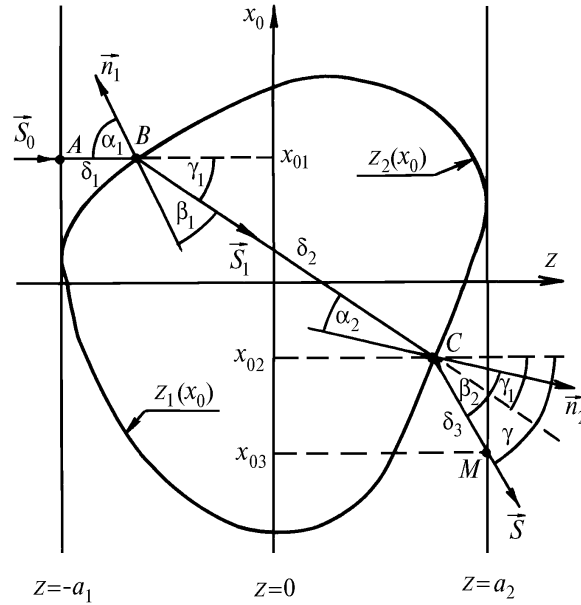


Рис. 4. К расчету функции пропускания прозрачной частицы

Поле в произвольной точке плоскости $z = a_2$ будем записывать в виде $u(x_0, z) = \exp[i \varphi(x_0)]$, где

$$\varphi(x_0) = \varphi(z = -a_0) + (2\pi/\lambda) [(\delta_1 + \delta_3) n_0 + \delta_2 n]. \quad (15)$$

Тогда для нахождения фазы $\varphi(x_0)$ необходимо вычислить расстояния δ_1 , δ_2 , δ_3 , зная вид поверхностей (в рассматриваемом плоском случае – кривых) $z_1(x_0)$ и $z_2(x_0)$ (см. рис. 4). Поскольку плоскость $z = a_2$ располагается вплотную к частице, дифракционные эффекты отсутствуют и можно ограничиться геометрическим рассмотрением.

Рассмотрим луч, проходящий через точки $B(x_{01}, z_1(x_{01}))$ и $C(x_{02}, z_2(x_{02}))$. Расстояние δ_1 легко определить следующим образом:

$$\delta_1 = z_1(x_{01}) - a_1. \quad (16)$$

Зная $z_1 = z_1(x_0)$ и используя стандартные методы аналитической геометрии, можно записать выражение для единичного вектора нормали первой поверхности в следующем виде:

$$\mathbf{n}_1 = \mathbf{i} \sin \alpha_1 + \mathbf{j} \cos \alpha_1, \quad (17)$$

после чего можно определить лучевой вектор \vec{S}_1 :

$$\vec{S}_1(x_{01}) = \mathbf{i} \sin \gamma_1 + \mathbf{j} \cos \gamma_1; \quad (18)$$

$$\gamma_1 = \alpha_1 - \beta_1; \quad \sin \alpha_1 = (n/n_0) \sin \beta_1. \quad (19)$$

Зная γ_1 , легко найти δ_2 :

$$\delta_2^2 = (x_{01} - x_{02})^2 + (z_1(x_{01}) - z_2(x_{02}))^2, \quad (20)$$

$$\delta_2 = (x_{01} - x_{02})/\sin \gamma_1. \quad (21)$$

Заметим, что отрезок δ_2 может быть записан как функция лишь одной координаты (x_{01} или x_{02}), поскольку (20) и (21) при известном $\sin \gamma_1$ позволяют однозначно выразить одну координату через другую:

$$\sin \gamma_1 = (x_{01} - x_{02}) / \sqrt{(x_{01} - x_{02})^2 + (z_1(x_{01}) - z_2(x_{02}))^2}. \quad (22)$$

Используя вид кривой $z_2(x_0)$ и определив вектор нормали \mathbf{n}_2 в точке $(x_{02}, z_2(x_{02}))$, можно рассчитать лучевой вектор вышедшего из частицы луча:

$$\mathbf{S}(x_{02}) = \mathbf{i} \sin \gamma + \mathbf{j} \cos \gamma; \quad (23)$$

где

$$\gamma = \gamma_1 + (\beta_2 - \alpha_2), \quad n \sin \alpha_2 = n_0 \sin \beta_2. \quad (24)$$

Тогда величина отрезка δ_3 равна

$$\delta_3 = (x_{02} - x_{03}) / \sin \gamma. \quad (25)$$

Кроме того, аналогично (22) легко записать связь x_{02} и x_{03} :

$$\sin \gamma = (x_{02} - x_{03}) / \sqrt{(x_{02} - x_{03})^2 + (z(x_{02}) - a_2)^2}. \quad (26)$$

Вернемся теперь к трехмерному случаю. Вышеизложенный метод расчета позволяет найти преломленное частицей поле $u(x_0, y_0)$ в плоскости $(z_0 + a_2)$. Естественно, что при такой методике расчета множитель $ik/2 z_0$ в первой экспоненте выражения (4) должен быть заменен на $ik/2 (z_0 - a)$.

Пусть $t_s(x_0, y_0)$ – функция, описывающая сечение частицы (функция тени частицы):

$$t_s(x_0, y_0) = \begin{cases} 1 & \text{– внутри сечения частицы,} \\ 0 & \text{– вне сечения частицы.} \end{cases}$$

Тогда пропускание $t(x_0, y_0)$, которое должно быть подставлено в дифракционный интеграл(4), выглядит следующим образом:

$$t(x_0, y_0) = t_s(x_0, y_0) + u(x_0, y_0). \quad (27)$$

Если же в схеме рис. 1 отсутствует непрозрачная маска 7, то выражение (27) принимает следующий вид:

$$t(x_0, y_0) = 1 - t_s(x_0, y_0) + u(x_0, y_0). \quad (28)$$

Проиллюстрируем методику расчета функции пропускания частицы на простом примере. Пусть частица имеет вид полусферы, изображенной на рис. 5, частица находится в воздухе, т.е. $n_0=1$.

Процедура расчета поля в плоскости $z = R$ сводится в этом случае к нахождению отрезков AB :

$$\delta_2 = \sqrt{R^2 - (x_{02})^2} \quad (29)$$

и BC :

$$\delta_3 = \sqrt{(x_{03} - x_{02})^2 + (R - \sqrt{R^2 - (x_{02})^2})^2}, \quad (30)$$

где координата x_{02} связана с x_{03} посредством соотношений

$$\sin \gamma = (x_{02}/R) (n \sqrt{1 - (x_{02})^2/R^2} - \sqrt{1 - (n x_{02}/R)^2}); \quad (31)$$

$$\sin \gamma = (x_{03} - x_{02}) / \sqrt{(x_{03} - x_{02})^2 + (R - \sqrt{R^2 - (x_{02})^2})^2}. \quad (32)$$

Здесь выражение (31) получено на основе закона преломления на сферической поверхности, а (32) определяется геометрией рисунка. Выразив x_{02} через x_{03} и подставив в (29) и (30), получим $\delta_2 = R - (x_{03})^2/2R$, $\delta_3 = (x_{03})^2/2R$. А для распределения поля в плоскости $z = R$ в параксиальном случае, в частности, получаем предсказуемый результат:

$$u(x_{03}, z) = \exp\{ik [Rn - ((x_{03})^2/2R)(n-1)]\}.$$

