

Б.М. Десятков, С.Р. Сарманаев, А.И. Бородулин, С.С. Котлярова

## Учет разброса измеренных значений концентрации в задачах поиска скрытых источников аэрозольных загрязнений атмосферы

ГНЦ ВБ «Вектор», Кольцово Новосибирской обл.

Поступила в редакцию 27.11.2002 г.

Рассматривается обратная задача определения характеристик скрытых источников атмосферных примесей на основании данных мониторинга. При решении таких задач измеренные значения концентрации примеси в общем случае не совпадают с математическими ожиданиями и имеют разброс, обусловленный статистической природой процесса распространения атмосферных примесей и наличием погрешностей измерений. Предлагается метод учета разброса измеренных значений концентрации. Определяются вероятности того, что координаты искомого источника примеси и его мощность находятся в диапазоне заданных значений.

Разработка экономичных и устойчивых методов решения обратных задач, когда по информации о концентрации примеси, измеренной в ограниченном количестве контрольных точек, требуется найти тип, координаты и мощность ее источников, является важной и актуальной практической задачей. Это обусловлено необходимостью поиска скрытых источников загрязнений атмосферы, возникающих при техногенных авариях и залповых выбросах вредных примесей, которые происходят в результате работы промышленных предприятий.

В [1–3] был предложен эффективный метод решения подобных задач, основанный на использовании уравнения, сопряженного с полуэмпирическим уравнением турбулентной диффузии. В результате совместного рассмотрения прямой и обратной задач получен функционал, который связывает между собой искомые характеристики источника примесей, измеренные значения концентрации и функцию чувствительности, которая является решением сопряженного уравнения. Минимальное значение этого функционала определяет искомые характеристики источника. При этом предполагается, что в качестве входных значений концентрации используются ее математические ожидания и отсутствуют инструментальные погрешности измерений. Однако измеренные значения концентрации примеси в общем случае не совпадают с математическими ожиданиями концентрации и имеют разброс, обусловленный статистической природой процесса распространения атмосферных примесей и наличием погрешностей измерений.

В данной статье предлагается метод учета разброса измеренных значений концентрации при решении обратных задач. Определяется вероятность того, что искомый источник примеси находится в указанной области, а его мощность — в указанном диапазоне значений.

Пусть  $C_i$  — среднее за интервал времени  $[0, T]$ , измеренное в  $i$ -й контрольной точке значение концентрации, которое, как было отмечено выше, в общем случае отличается от математического ожидания концентрации. Пусть  $\varphi_i(C_i)$  — известная функция плотности вероятности измеренного значения концентрации. Согласно алгоритму решения обратной задачи мы последовательно для каждой контрольной точки  $i$ , используя измеренное значение  $C_i$ , решаем сопряженное уравнение с соответствующими начальными и краевыми условиями и в каждом  $k$ -м узле разностной сетки вычисляем теоретически возможные значения мощности источника  $Q_{ki}$ . Концентрация примеси линейно зависит от мощности источника примеси. В силу этого вычисленные значения мощности источника  $Q_{ki}$  будут описываться аналогичной функцией плотности вероятности мощности  $\varphi_{ki}(Q_{ki})$ .

Для определенности рассмотрим двухпараметрические функции плотности вероятности с заданными значениями математического ожидания и дисперсии. В каждой точке пространства вычислим стандартное отклонение мощности  $\sigma_{qki}$ , связанное с соответствующим стандартным отклонением концентрации  $\sigma_{ci}$  соотношением  $\sigma_{qki} = \sigma_{ci} Q_{ki} / C_i$ . Таким образом, в каждой  $k$ -й точке пространства будем иметь  $I$  пар значений  $Q_{ki}$  и  $\sigma_{qki}$  ( $I$  — количество контрольных точек, в которых проводятся измерения концентрации). Пусть  $(Q_{\min}^k, Q_{\max}^k)$  есть совместная область пересечения всех указанных выше интервалов (рис. 1). Тогда очевидно, что

$$P_k = \min_i \left( \int_{Q_{\min}^k}^{Q_{\max}^k} \varphi_{ki}(Q) dQ \right)$$

есть вероятность того, что в  $k$ -й точке пространства находится источник примеси с мощностью в диапазоне

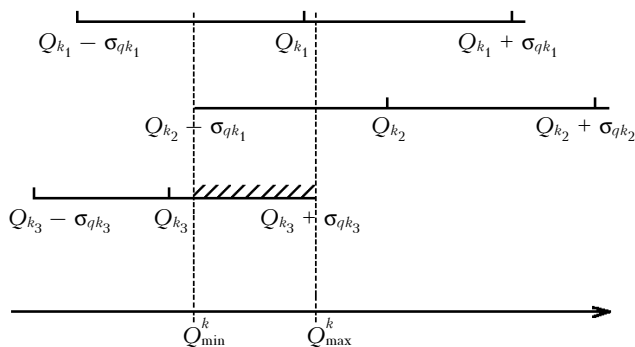


Рис. 1. Пример области изменения значений мощности источника для трех контрольных точек измерения концентрации

$(Q_{min}^k, Q_{max}^k)$ , который создает в  $i$ -х контрольных точках концентрацию с математическим ожиданием в пределах  $C_i \pm \sigma_{ci}$ .

Для проверки описанного выше подхода были проведены две серии расчетов. В первой серии использовались теоретически рассчитанные значения концентрации, полученные решением прямой задачи. Эти значения интерпретировались как «экспериментальные» и использовались далее для решения обратной задачи. Многочисленные расчеты показали, что для случая, когда  $\sigma_{ci} = 0$ , т.е. когда измеренные значения концентрации строго равны математическим ожиданиям, вычисленные значения параметров источника (мощность и координаты) совпадают с истинными значениями.

Для учета ошибок измерения концентрации были рассмотрены два варианта задания  $\sigma_{ci}$ . В первом варианте относительная ошибка  $\delta_c = \sigma_{ci}/C_i$  задавалась одинаковой во всех контрольных точках. Во втором варианте она была различной в разных контрольных точках. Далее по изложенному выше алгоритму решалась обратная задача и вычислялась вероятность нахождения источника в произвольной точке пространства.

В табл. 1 представлены результаты расчетов. Приведены значения относительной ошибки измерения концентрации в трех контрольных точках  $\delta_c$ , рассмотренный интервал ошибки измерения концентрации  $\Delta C$ , вычисленные значения координат источника, минимальное  $Q_{min}^k$ , максимальное значение мощности  $Q_{max}^k$  и вероятность этого события  $P$ .

Таблица 1

**Результаты расчетов, проведенных для одинаковых ошибок измерения концентрации в контрольных точках**

№ расчета	$\delta_c, \%$	$\Delta C$	$x_0, y_0, z_0, \text{ км, м}$	$Q_{min}^k, \text{ усл. ед.}$	$Q_{max}^k, \text{ усл. ед.}$	$P$
1	10; 10; 10	$2\delta_{ci}$	4; 3; 50	0,90	1,10	0,68
2	10; 10; 10	$4\delta_{ci}$	4; 3; 50	0,80	1,20	0,95
3	10; 10; 10	$6\delta_{ci}$	4; 3; 50	0,70	1,30	0,99
4	50; 50; 50	$2\delta_{ci}$	4; 3; 50	0,50	1,50	0,68
5	50; 50; 50	$4\delta_{ci}$	4; 3; 50	0,00	2,00	0,95

Примечание. Истинные значения параметров источника составляют:  $x_0 = 4$  км,  $y_0 = 3$  км,  $z_0 = 50$  м; мощность равна 1 усл. ед.

Видно, что максимальное значение вероятности всегда находится в точке, в которой расположен источник. Увеличение стандартного отклонения ошибки (см. расчеты 1, 4 и 2, 5) приводит к увеличению интервала возможных значений мощности, т.е. увеличивается ошибка определения мощности при неизменном значении вероятности нахождения мощности в этом интервале. Интервал изменения мощности, т.е. ее ошибка, всегда пропорционален ошибке измерения концентрации. Увеличение рассмотренного диапазона изменения концентрации  $\Delta C$  (см. расчеты 1–3 и 4, 5) также увеличивает интервал изменения мощности и вероятность нахождения мощности в этом интервале. Результаты расчетов, соответствующие второму случаю, когда ошибки измерения концентрации были различными в разных контрольных точках, приведены в табл. 2. Приведены относительные погрешности концентрации  $\delta_c$  в контрольных точках. Далее приводятся

Таблица 2

**Результаты расчетов, проведенных для различных ошибок измерения концентрации в контрольных точках**

№ расчета	Значения $\delta_c (\%)$ в точках с номерами						$x_0, y_0, z_0, \text{ км, м}$	$Q_{min}^k, \text{ усл. ед.}$	$Q_{max}^k, \text{ усл. ед.}$	$P$		
	1	2	3	4	5	6						
1	50	30	40				4; 3; 10	0,73	1,35	0,68		
2	50	30	40	20			5; 3; 50	0,80	1,18	0,46		
3	50	30	40	20	10		4; 3; 10	0,97	1,19	0,23		
4	50	30	40	20	10	5	4; 3; 10	1,01	1,12	0,11		
5		30	40	20	10	5	4; 3; 10	1,01	1,12	0,13		
6			40	20	10	5	4; 3; 10	1,01	1,12	0,13		
7				20	10	5	4; 3; 80	1,02	1,12	0,28		
8					40	20	10	4; 3; 100	1,04	1,27	0,31	
9						50	30	40	4; 3; 90	0,74	1,37	0,68

Примечание. Истинные значения параметров источника см. в табл. 1.

координаты точки, в которой наблюдается максимальная вероятность. Последние три столбца содержат минимальное  $Q_{min}^k$  и максимальное  $Q_{max}^k$  значения мощности источника и вероятность  $P$  этого события соответственно.

Из таблицы видно, что последовательное добавление контрольных точек с уменьшающимися ошибками измерения концентрации (см. расчеты 1–5) уменьшает диапазон возможного значения мощности источника, т.е. увеличивается точность определения мощности источника, но при этом уменьшается вероятность нахождения источника с такой мощностью в данной точке. Анализ поля вероятности показывает, что в этом случае область возможного нахождения источника при заданной вероятности также уменьшается, т.е. увеличивается точность определения координат источника.

Последовательное добавление контрольных точек с увеличивающимися ошибками измерения концентрации (см. расчеты 4–7) не изменяет диапазон возможного значения мощности источника, но уменьшает вероятность соответствующего события. При одинаковом количестве контрольных точек (см. рас-

четы 7, 8 или 8, 9) уменьшение ошибки измерения концентрации увеличивает точность определения характеристик источника, но уменьшает вероятность этого. По-видимому, в общем случае справедлив своеобразный «принцип неопределенности»: чем точнее определяются характеристики источника, что соответствует увеличению точности измерения концентрации и увеличению числа контрольных точек, тем меньше вероятность этого события.

Во второй серии расчетов использовались экспериментальные данные, полученные при разработке аэрозольной технологии защиты растений от насекомых-вредителей [4] и при изучении воздействия выбросов Бердского химического завода на атмосферу окружающей селитебной территории [5]. Как и при использовании теоретических данных, были рассмотрены два варианта. В первом случае предполагалось, что измеренные экспериментальные значения концентрации в контрольных точках совпадают с математическим ожиданием, а ошибки измерения отсутствуют. Как было показано в [3], в этом случае средняя ошибка в определении координат источника с использованием данных [4] составила 83 м, а стандартное отклонение координат 70 м. Соответствующие значения для найденной мощности источника получились 89 и 96%. Необходимо заметить, что размер экспериментальной площадки был равен  $5 \times 5$  км, а в измеренных значениях концентрации присутствует как инструментальная ошибка измерения концентрации, так и случайный характер самого значения концентрации, обусловленный атмосферной турбулентностью. Так, например, в некоторых удаленных от источника соседних контрольных точках, расстояние между которыми 50 м, концентрации различались от 2,5 до 5 раз.

Аналогичные результаты получены с использованием экспериментальных данных из [5]. Здесь средняя ошибка в определении координат источника равнялась 557 м, а ее стандартное отклонение было 360 м. Соответствующие значения для мощности источника составили 38 и 28%. Размер экспериментальной площадки был равен  $4,6 \times 4,4$  км.

Существенно большие значения ошибок в определении координат источника в экспериментах [5] по сравнению с экспериментами [4], по нашему мнению, объясняются тем, что первые проводились в полевых условиях с относительно однородной подстилающей поверхностью, а вторые проводились в условиях города с неоднородной подстилающей поверхностью. Заметим, что в используемой нами процедуре восстановления поля скорости и турбулентности в пограничном слое атмосферы по метеорологической информации городская застройка учитывается заданием соответствующего параметра шероховатости, а циркуляция воздуха и распространение примеси вблизи отдельных городских зданий не моделируется.

Во втором случае при использовании этих же экспериментальных данных предполагалось, что измеренные значения концентрации отличаются от математического ожидания и описываются логарифмически-нормальным законом распределения. Предполагалось также, что относительная ошибка изме-

рения была одинакова во всех контрольных точках. Результаты этих расчетов для 5%-й величины стандартного отклонения логарифма экспериментального значения концентрации с использованием данных из [4] приведены на рис. 2.

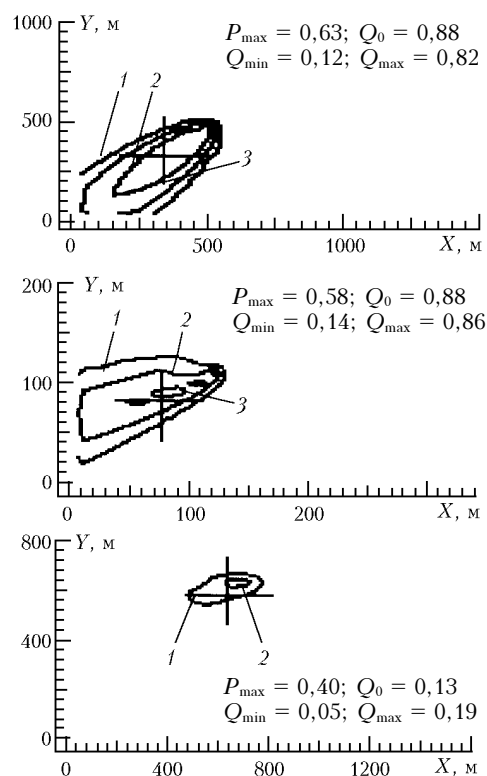


Рис. 2. Результаты восстановления значений параметров источника по данным [4]. Крестиком отмечено положение источника. Изолинии значений вероятности  $P = 0,1; 0,3; 0,5$  соответствуют цифрам 1–3

С учетом сделанного выше замечания, касающегося ошибок измерения концентрации, совпадение вычисленных значений характеристик источника с экспериментальными значениями можно считать вполне удовлетворительным. Аналогичные результаты были получены и при использовании данных из [5].

Таким образом, результаты приведенных расчетов показывают возможность учета статистической природы рассеяния атмосферных примесей и наличия погрешностей измерения ее концентрации при решении обратных задач рассеяния атмосферных примесей.

1. Desyatkov B.M., Sarmanaev S.R., Borodulin A.I., Kotlyarova S.S., Selegei V.V. Determination of Some Characteristics of an Aerosol Pollution Source by Solving the Inverse Problem of Pollutant Spread in the Atmosphere // Atmos. and Ocean. Opt. 1999. V. 12. N 2. P. 130–133.
2. Sarmanaev S.R., Desyatkov B.M., Borodulin A.I., Kotlyarova S.S. Definition of Parameters of a Multipoint Source of Aerosol Pollutants by Solution of the Inverse Problem of Their Dispersion in Atmosphere // Atmosph. and Ocean. Opt. 2000. V. 13. N 9. P. 875–878.
3. Desyatkov B.M., Sarmanaev S.R., Borodulin A.I., Kotlyarova S.S. Study of the Method for Determining

Characteristics of an Instantaneous Point Source from the Measured Pollutant Concentration // Atmos. and Ocean. Opt. 2001. V. 14. N 6–7. P. 557–560.

4. Ковальский А.А., Куценогий К.П., Сахаров В.М., Киров Е.И., Макаров В.И. Применение аэрозолей

для борьбы с вредными насекомыми. Новосибирск: Наука, 1978. 148 с.

5. Изучение воздействия выбросов Бердского химического завода на атмосферный воздух окружающей сельтебной территории / НПО «Вектор»: Отчет о НИР ВК-0989. Кольцово, 1989. 86 с.

*B.M. Desyatkov, S.R. Sarmanaev, A.I. Borodulin, S.S. Kotlyarova. Accounting for spread in measured concentration values in the problems of searching for latent sources of atmospheric aerosol pollutants.*

An inverse problem of determination of characteristics of latent sources of atmospheric aerosol pollutants on the basis of monitoring data is considered. In solution of the problems, the measured values of pollutant concentration differ generally from their mathematical expectations. The data spread is caused by the statistical nature of the process of atmospheric pollutant diffusion and by measuring errors. The method for taking into account the spread of measured values of concentration is proposed. The probability that a sought source of admixture is located in a given region and its rate lies in a given range is determined.