

В.Ф. Рапута, А.И. Крылова

ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ И КОНТРОЛЯ ИСТОЧНИКОВ АЭРОЗОЛЕЙ В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

На основе полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии рассматриваются задачи оптимального управления источниками аэрозолей в приземном слое атмосферы, оценивания параметров источников и зон их влияния, оптимизации системы наблюдений.

Приведены примеры численного решения обратных задач оценивания мощности и положения источников, оптимального размещения точек наблюдения с учетом метеорологических условий и конфигурации источников.

Для аэрозольного генератора регулируемой дисперсности (ГРД) приведены результаты численных экспериментов по моделированию оптимальных режимов аэрозольных обработок сельхозкультур.

Основой для объективной оценки состояния и тенденций изменения загрязнения воздушного бассейна являются исследования закономерностей распространения и накопления загрязняющих примесей, особенности их локальных циркуляций и пространственно-временных распределений. Значительную роль в этих исследованиях играет математическое моделирование, в котором наряду с традиционными постановками задач рассматриваются и исследуются относительно новые, возникающие при мониторинге загрязнений, при регулировании источников и оптимальном их размещении и т.д.

В данном обзоре будут рассмотрены задачи эффективного управления источниками аэрозолей, оценивания зон влияния источников по данным наблюдений и их параметров. В качестве отдельного этапа рассматривается задача оптимизации системы наблюдений.

Пусть в трехмерной области $\Omega = \omega \times [0, H]$ находится точечный источник примеси, положение и мощность которого характеризуются величинами $\mathbf{X} = (X, Y, Z) \in \Omega$ и Q соответственно (ω – горизонтальная область допустимых изменений). Для описания процесса переноса примеси воспользуемся следующей моделью [1, 2]:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla q + p q - \tilde{\Delta} q = f_1(\mathbf{x}, t) + Q \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}) \gamma(t); \tag{1}$$

$$\left(v \frac{\partial q}{\partial z} + \beta q \right) \Big|_{z=0} = f_2, \quad v \frac{\partial q}{\partial z} \Big|_{z=H} = h_1; \tag{2}$$

$$q \Big|_S = h_2, \quad q \Big|_{t=0} = q_0(\mathbf{x}), \tag{3}$$

где \mathbf{u} – вектор скорости с компонентами u, v, w ; p – функция, определяющая скорость изменения концентрации $q(\mathbf{x}, t)$ за счет превращения примеси; $\tilde{\Delta} = \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial}{\partial z} + \text{div}_S \mu \text{grad}_S$ – оператор, описывающий турбулентный обмен в вертикальном и горизонтальном направлениях; S – боковая граница области Ω ; f_1, f_2, h_1, h_2, q_0 – функции, характеризующие расположение и мощности известных источников внутри области $\Omega_T = \Omega \times [0, T]$ и на ее границе; $\gamma(t) = 0$ при $t \leq t_0$, $\gamma(t) = 1$ при $t > t_0 > 0$; (δ – дельта-функция; γ – параметр, характеризующий время действия источника; v, μ – коэффициенты турбулентного обмена в вертикальном и горизонтальном направлении).

1. Обратные задачи переноса примеси. Планирование наблюдений

а) Оценивание мощности источников

Предположим, что правая часть уравнения (1) имеет вид

$$f(\mathbf{x}, t) = \sum_{m=1}^M \theta_m f_m(\mathbf{x}, t), \quad (4)$$

где $f_m(\mathbf{x}, t)$ – функции, описывающие положение источника и режим его работы во времени; θ_m – мощность источника, $m = \overline{1, M}$.

Тогда, в силу принципа суперпозиции, решение задачи (1) – (3) можно представить в виде

$$q(\mathbf{x}, t, \Theta) = \Phi(\mathbf{x}, t) + \sum_{m=1}^M \theta_m q_m(\mathbf{x}, t), \quad (5)$$

где $q_m(\mathbf{x}, t)$ – фундаментальное решение, отвечающее m -му источнику; $\Phi(\mathbf{x}, t)$ – решение уравнения (1) с нулевой правой частью и с заданными условиями (2) и (3).

Предположим, что измерения проводятся в точках $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N \in \Omega$:

$$y_n(t) = q(\mathbf{x}_n, t, \Theta) + \varepsilon_n, \quad 0 \leq t \leq \tau, \quad (6)$$

$$E[\varepsilon_n] = 0, \quad E[\varepsilon_n \varepsilon_{n'}] = \delta_{nn'} \sigma_n^2, \quad n \leq N.$$

Здесь E – операция математического ожидания; $\delta_{nn'}$ – символ Кронекера; τ – общий период наблюдений.

Принимая в качестве целевой функции среднеквадратическое отклонение вычисленных и измеренных концентраций примеси, получаем в явном виде оценки мощностей источников [3]

$$\hat{\Theta} = C^{-1} \mathbf{Y}. \quad (7)$$

Здесь C – информационная матрица Фишера; $\mathbf{Y} = \sum_{i=1}^n P_i \int_0^s \mathbf{q}(\mathbf{x}_p, t) [y_i(t) - \Phi(\mathbf{x}_p, t)] dt$,

$\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_M)$, $P_i, i = \overline{1, N}$ – веса измерений.

Зависимость (5), (6) представляет собой линейную регрессию относительно вектора Θ и для построения оптимального плана наблюдений достаточно воспользоваться методами, предлагаемыми в [4].

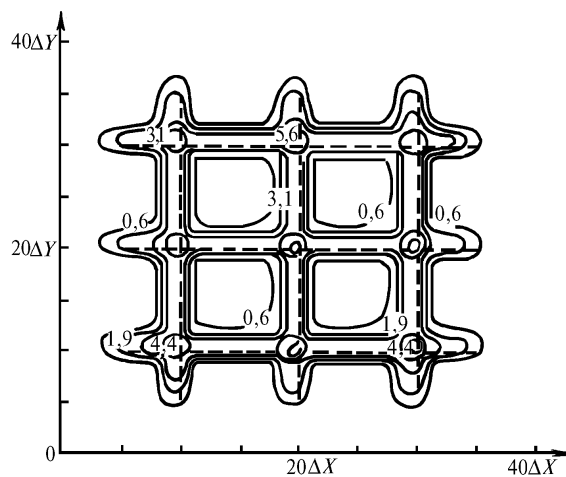


Рис. 1. След дисперсионной матрицы поля призматической концентрации (штриховые линии – расположение источников)

На рис. 1 представлен результат построения оптимального плана наблюдений для системы линейных наземных источников примеси [5]. Точки локальных максимумов дисперсии

поля на земной концентрации являются точками оптимального плана. Как видно из рисунка, это точки пересечения линейных источников.

б) Определение положения и мощности источника

Искомыми параметрами являются как мощность источника θ , так и его положение X . Функция регрессии задается в этом случае неявно, и для ее нахождения необходимо численно решать задачу (1)–(3). Оптимальный план наблюдений зависит от искомых параметров Θ и X нелинейно, и возможно лишь локальное его представление.

Поиск локально оптимального плана осуществляется с помощью процедуры последовательного планирования [6], состоящей из четырех операций. Сначала проводится поисковый эксперимент по плану ε_N , который выбирается из условия невырожденности матрицы Фишера. Затем вычисляются оценки метода наименьших квадратов $\hat{\Theta}$ на этом плане. Далее отыскивается точка

$$x_{N+1} = \text{Arg sup } d(x, \varepsilon_N, \hat{\Theta}, \hat{X}),$$

где $d(x, \varepsilon_N, \hat{\Theta}, \hat{X})$ – дисперсия поля концентрации. И наконец, в точке x_{N+1} проводится дополнительное наблюдение, после которого все операции, кроме первой, повторяются.

Решение обратной задачи нахождения параметров источника Θ и X значительно упрощается с использованием свойства двойственного представления линейных функционалов от концентрации через прямые и сопряженные уравнения переноса примесей [2, 7, 8].

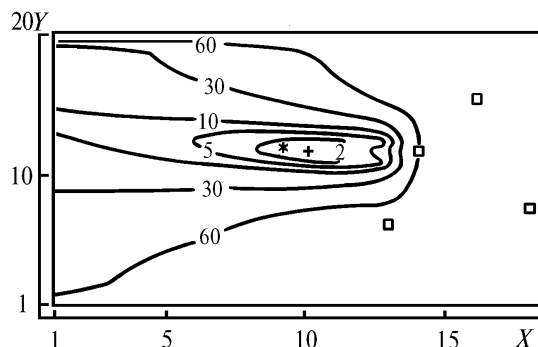


Рис. 2

На рис. 2 приведен пример решения обратной задачи. На нем изображены изолинии целевой функции. Звездочкой обозначено положение источника, совпадающее с минимумом целевой функции, квадратиками – положение точек наблюдения, крестик – восстановленное положение источника.

в) Восстановление приземной концентрации примеси

Для источников примесей, расположенных в приземном слое атмосферы, рассматривается обратная задача восстановления концентрации аэрозольной примеси по редкой сети наблюдений. В предположении степенной аппроксимации профилей ветра и коэффициентов турбулентного обмена решение задачи (1)–(3) представляется в виде нелинейной функции регрессии от трех параметров. В соответствии с вышеописанной процедурой последовательного планирования [6] строятся аналитически и численно локально-оптимальные планы наблюдений в приближении легкой и тяжелой примеси [9, 10]. Построены эффективные численные алгоритмы нахождения параметров регрессионной функции.

Результаты восстановления плотности осадка аэрозольной примеси на растительности по планам, близким к оптимальным, представлены на рис. 3.

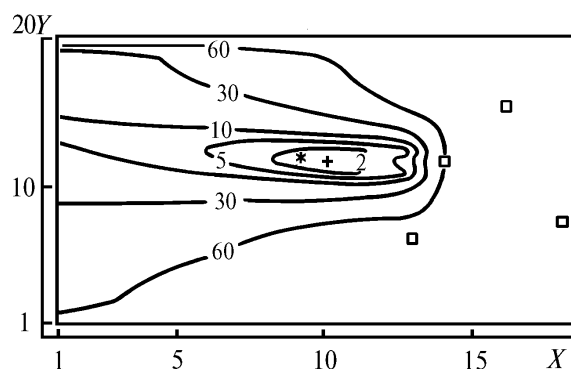


Рис. 3. Восстановленная плотность осадка $\rho(X)$ на пшенице для полидисперсного аэрозоля: *, + – данные измерений плотности; * – измеренные значения плотности в точках отбора проб, относящихся к точкам плана

2. Управление источниками аэрозоля в приземном слое атмосферы

В зависимости от преследуемых целей в качестве критериев эффективности аэрозольных обработок могут быть предложены плотность осадка, расход препарата, суммарная функция потенциальных потерь и расходов на обработку и т.д. Спектр возникающих при этом математических постановок оптимизационных задач оказывается весьма широким.

а) Стандартная задача аэрозольной технологии

Главной целью при обработке сельхозкультур является стремление уменьшить расход препаратов на единицу площади в связи с их высокой стоимостью и нежелательными последствиями загрязнения ими окружающей среды. Однако уменьшение расхода препарата не должно проводиться в ущерб эффективности его действия. Таким образом, возникающая оптимизационная задача может быть представлена в следующем виде:

$$Q \rightarrow \min_d, \quad (8)$$

$$B(x, z, Q, d) \geq LD m, \quad x \in (0, l), \quad z \in (z_1, z_h), \quad (9)$$

$$q(l, z, Q, d) \leq q_{\text{ПДК}},$$

где Q – расход препарата; B – доза, полученная вредителем в результате обработки; LD – летальная доза; m – масса насекомого; l – глубина поля; (z_1, z_h) – слой растительности; q – концентрация препарата; $q_{\text{ПДК}}$ – предельно допустимая концентрация.

Таблица 1

Распределение оптимальных расходов и диаметров аэрозольных частиц для $R = 5$

$l, \text{ м}$	$Q_i/d_i, \text{ г/м/мкм}, i = \overline{1,5}$					$\Phi, \text{ г/м}$
	1	2	3	4	5	
500	23,6/20	5,3/21	5,9/22	5,7/24	5,7/30	46,3
1000	35,4/17	13,1/18	12,2/19	12,1/20	12,1/22	85,0
2000	60,1/16	32,7/16	30,4/16	28,3/17	28,2/18	179,8

В табл. 1 приведено численное решение стандартной задачи аэрозольной технологии [11], которое также качественно согласуется с представлениями о поведении оптимальных значений параметров аэрозольных обработок.

б) Метод волны

При обработках сельхозмассивов возникает возможность дополнительного сокращения расхода препарата за счет более рациональной схемы размещения источников аэрозоля. Это реализуется путем оптимального распределения источников как по высоте, так и в горизонтальном направлении.

Таблица 2

Распределение оптимальных расходов при аэрозольной обработке частицами одного диаметра, $R = 5$

$l, \text{ м}$	$d, \text{ мкм}$	$Q_i, \text{ г/м}, i = \overline{1,5}$					$\Phi, \text{ г/м}$
		1	2	3	4	5	
500	21	22,5	5,8	6,6	6,5	6,4	47,8
1000	18	33,3	14,0	13,5	13,0	12,8	86,6
2000	16	61,1	32,7	30,5	29,4	28,8	181,5

В табл. 2 приведены результаты использования метода волны при проходах аэрозольного генератора в поперечном к ветру направлении. Использование этого метода позволяет добиться дополнительного сокращения препарата в некоторых вариантах обработки более чем в два раза [12].

При решении задачи оптимального размещения источников по высоте соответствующий подбор размеров аэрозольных частиц, доз препарата на каждом уровне позволяет добиться распределения плотности осадка, близкой к заданной [13].

в) Оптимизация аэрозольной обработки при наличии лесополосы

Одним из наиболее интересных объектов при проведении аэрозольных обработок являются лесополосы, небольшие участки леса или кустарник. Для описания процесса взаимодействия воздушного потока с этими препятствиями использовалась математическая модель, предложенная в [14].

В [15] была рассмотрена стандартная задача аэрозольной технологии с учетом лесополосы, решение которой представлено на рис. 4. Анализ результатов показывает, что за лесополосой характерно скачкообразное изменение дозы препарата.

В заключение следует отметить определенное сходство математических постановок задач оптимального управления и обратных задач. Однако имеются и принципиальные различия. Для обратных задач, как правило, необходима единственность решения. Задачи оптимального управления требуют полного описания условий и ограничений для выделения требуемого решения из множества допустимых.

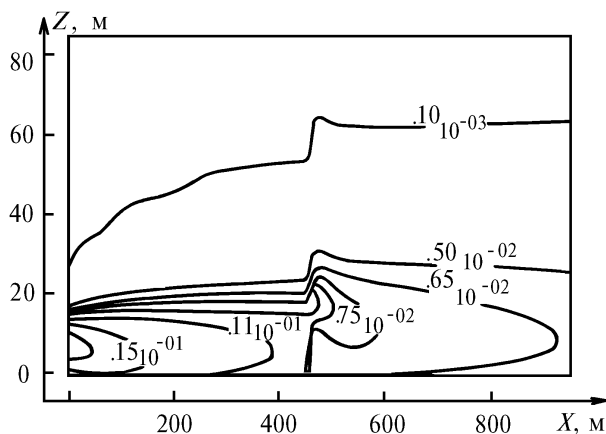


Рис. 4. Изолинии поля интегральной концентрации аэрозольных частиц с диаметром 2 мкм при наличии лесополосы высотой 10 м и $c_d s = 0,1 \text{ м}^{-1}$ (c_d – коэффициент радиодинамического сопротивления, s – удельная поверхность элементов растительности)

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (93–05–8991).

1. Берлянд М. Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1975. 448 с.
2. Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 319 с.
3. Пененко В. В., Рапута В. Ф. // Метеорология и гидрология. 1982. N 8. С. 38–46.
4. Успенский А. Б., Федоров В. В. Вычислительные аспекты метода наименьших квадратов при анализе и планировании регрессионных экспериментов. М.: Изд-во МГУ, 1975. 168 с.
5. Пененко В. В., Рапута В. Ф., Быков А. В. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1985. N 9. С. 913–920.
6. Федоров В. В. // Математические методы планирования эксперимента. Новосибирск: Наука, 1981. С. 19–73.
7. Пененко В. В., Рапута В. Ф., Панарин А. В. // Метеорология и гидрология. 1985. N 11. С. 15–22.
8. Рапута В. Ф., Панарин А. В. // Изв. СО АН СССР. Серия техн. наук. 1986. N 2. С. 92–96.
9. Крылова А. И., Рапута В. Ф., Суторихин И. А. // Метеорология и гидрология. 1993. N 5. С. 5–13.
10. Крылова А. И., Рапута В. Ф. Обратная задача восстановления плотности осадка препарата при аэрозольных обработках сельхозкультур. Новосибирск, 1993. 18 с. (Препринт/ ВЦ СО РАН, N 995).
11. Быков А. В., Рапута В. Ф., Анкилов А. Н. и др. // Оптимальная аэрозольная технология применения пестицидов. Новосибирск: ИХКиГ СО АН СССР, 1989. С. 71–84.
12. Быков А. В., Рапута В. Ф. Численная модель оптимизации использования пестицидных аэрозолей методом волны. Новосибирск, 1986. 13 с. (Препринт/ВЦ СО АН СССР, N 710).
13. Быков А. В., Недашковская Н. И., Рапута В. Ф. // Численные модели в задачах физики атмосферы и охраны окружающей среды. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1987. С. 13–21.
14. Дубов А. С., Быкова Л. П., Марунич С. В. Турбулентность в растительном покрове. Л.: Гидрометеоздат, 1978. 182 с.
15. Винкенштерн О. Ф., Рапута В. Ф. // Численное моделирование для задач динамики атмосферы и охраны окружающей среды. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР. 1989. С. 39–47.

ВЦ СО РАН,
Новосибирск

Поступила в редакцию
9 марта 1994 г.

V. F. Raputa, A. I. Krylova. **Optimization Models of Monitoring Aerosol Sources in the Ground Atmospheric Layer.**

In this paper we consider the problems on optimal regulation of aerosol sources in the ground atmospheric layer and on estimation of the sources parameters, and optimization of the observational network. Analysis is made based on semiempirical equation of the turbulent diffusion.

To illustrate the approach used we give examples of solutions of the inverse problems on estimating power and location of sources. Examples of optimal distribution of the observational points taking into account meteorological situation and configuration of aerosol sources are given in the paper also.

We also present in this paper some results of numerical experiments on modeling optimal modes of treatment of agricultural crops with aerosols produced by a generator capable of regulating disperse composition of aerosol.