

А.И. Бородулин, Б.М. Десятков, С.С. Котлярова,  
Н.А. Лаптева, С.Р. Сарманов, А.А. Ярыгин

## Определение параметров источника атмосферных загрязнений с помощью мобильных пунктов мониторинга

НИИ аэробиологии ГНЦ ВБ «Вектор», Кольцово Новосибирской обл.

Поступила в редакцию 27.11.2002 г.

Рассматривается «обратная» задача определения мощности и координат стационарного точечного источника атмосферных примесей с привлечением данных о концентрации примеси, полученных с помощью мобильной сети мониторинга. Рассмотренный практический пример использует в качестве входных данных результаты решения «прямой» задачи распространения атмосферной примеси. Показано, что предлагаемый подход может быть достаточно эффективно использован при решении задач определения неизвестных характеристик источников атмосферных загрязнений на основании информации о концентрации примесей, полученной с привлечением мобильной сети мониторинга атмосферы.

Проблема описания распространения аэрозольных и газовых загрязнений атмосферы обычно представляется двумя классами задач. Первый — решение «прямых» задач, когда по известным характеристикам источников примеси требуется найти поле ее концентрации. Второй — решение «обратных» задач, когда по информации о концентрации примеси, измеренной в ряде контрольных точек, требуется найти тип, координаты и мощность ее источников. При эйлеровом подходе к описанию процесса турбулентной диффузии наиболее плодотворным оказывается использование полуэмпирического уравнения [1]. Для стационарных источников примеси оно записывается в виде

$$\frac{\partial \bar{U}_i \bar{C}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} K_{ij} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_j} = Q \quad (i, j = \overline{1, 3}), \quad (1)$$

где  $\bar{C}$  и  $\bar{U}_i$  — математические ожидания концентрации примеси и компонент скорости ветра;  $K_{ij}$  — компоненты тензора коэффициентов турбулентной диффузии (будем считать  $K_{ij} = 0$  при  $i \neq j$ );  $Q$  — член, описывающий источники примеси;  $x = x_1$  и  $y = x_2$  соответствуют горизонтальным координатам, а  $z = x_3$  — вертикальной. Черта сверху обозначает усреднение по статистическому ансамблю. По повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Решение «прямой» задачи определим в прямоугольной области  $G$  с поверхностью  $S$ , состоящей из боковой поверхности  $\Sigma$ , нижнего основания  $\Sigma_0$  (при  $z = 0$ ) и верхнего основания  $\Sigma_H$  (при  $z = H$ ). Граничные условия (1) задаются следующим образом:

$$\bar{C} = 0 \text{ на } \Sigma, \Sigma_H; \quad K_{zz} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} + V_s \bar{C} = \beta \bar{C} \text{ на } \Sigma_0, \quad (2)$$

где  $V_s$  — скорость седиментации частиц;  $\beta$  — параметр взаимодействия примеси с подстилающей поверхностью.

Эффективный метод решения «обратных» задач разработан Марчуком [2]. Данный подход основан на применении уравнения, сопряженного с полуэмпирическим уравнением турбулентной диффузии. Сопряженное уравнение, соответствующее (1), имеет вид

$$-\frac{\partial \bar{U}_i \bar{C}^*}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} K_{ij} \frac{\partial \bar{C}^*}{\partial x_j} = P \quad (3)$$

с системой граничных условий

$$\bar{C}^* = 0 \text{ на } \Sigma, \Sigma_H; \quad K_{zz} \frac{\partial \bar{C}^*}{\partial z} + V_s \bar{C}^* = \beta \bar{C}^* \text{ на } \Sigma_0. \quad (4)$$

Согласно методу Марчука двойственное представление функционала [2]:

$$\int_G P \bar{C} dG = \int_G Q \bar{C}^* dG, \quad (5)$$

позволяет решать широкий спектр «обратных» задач. Конкретные примеры, в частности, рассматриваются в [3, 4].

Помимо стационарных пунктов наблюдения за концентрацией атмосферных загрязнений возможна мобильная сеть мониторинга. В этом случае приборы для измерения концентрации примеси располагаются на каком-либо виде транспорта. Одним из преимуществ мобильной сети мониторинга перед стационарной сетью наблюдений является сбор информации о концентрации атмосферных загрязнений с достаточно больших территорий. В данной статье рассматривается «обратная» задача определения мощности и координат стационарного точечного источника атмосферных примесей с привлечением данных мониторинга, полученных с помощью мобильной сети.

Пусть мобильная сеть мониторинга представлена  $K$  маршрутами, в процессе движения по которым производится измерение концентрации атмосферных примесей. Предположим, что  $k$ -й маршрут ( $k = \overline{1, K}$ ) является прямолинейным отрезком с начальными

координатами  $x = x_k, y = y_k, z = z_k$ . Пусть движение по  $k$ -му маршруту происходит вдоль оси  $y$  с постоянной скоростью  $V_k$ , начинается в момент времени  $t_k$  и происходит в течение времени  $T_k$ . Протяженность  $k$ -го маршрута составляет  $L_k = V_k T_k$ .

Дальнейшие выкладки и рассуждения будем проводить с ориентацией на решение поставленной задачи с использованием конечно-разностных методов. Пусть стационарный точечный источник примеси расположен в  $m$ -м узле ( $m = \overline{1, M}$ ) разностной сетки, покрывающей область  $G$ , и имеет координаты  $x_m, y_m, z_m$ , а его мощность равна  $Q_m$ . Это значит, что в (1)

$$Q = Q_m \delta(x - x_m) \delta(y - y_m) \delta(z - z_m). \quad (6)$$

В общем случае измеренная на  $k$ -м маршруте концентрация примеси представляет собой ансамбль усредненных на отрезках времени  $\Delta t$  мгновенных значений концентрации

$$C_{ik} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_k + i\Delta t}^{t_k + (i+1)\Delta t} C(x_k, y_k + V_k t, z_k, t) dt, \quad (7a)$$

где  $C(x, y, z, t)$  – мгновенные, случайные значения концентрации примеси на  $k$ -м маршруте;  $i$  – номер текущего узла разностной сетки на  $k$ -м маршруте,  $i = \overline{0, I_k}$ ,  $I_k = L_k / (V_k \Delta t) = L_k / \Delta y$ ,  $\Delta y$  – шаг разностной сетки по оси  $y$ . Замена переменных  $y = y_k + V_k t$  в (7a) приводит к

$$C_{ik} = \frac{1}{\Delta y} \int_{y_k + i\Delta y}^{y_k + (i+1)\Delta y} C\left(x_k, y, z, \frac{y - y_k}{V_k}\right) dy. \quad (7b)$$

Величина  $C_{ik}$  по определению является случайной, а полуэмпирическое уравнение оперируют с усредненными по статистическому ансамблю значениями концентрации  $\bar{C}$ , которые в рассматриваемом случае не зависят от времени. Выпишем результат усреднения (7b) по статистическому ансамблю

$$\bar{C}_{ik} = \frac{1}{\Delta y} \int_{y_k + i\Delta y}^{y_k + (i+1)\Delta y} \bar{C}(x_k, y, z_k) dy. \quad (8)$$

В общем случае  $C_{ik} \neq \bar{C}_{ik}$ . Строгий анализ условий, когда выполняется равенство  $C_{ik} = \bar{C}_{ik}$ , выходит за рамки данной работы. Однако можно указать достаточно простые ограничения, обеспечивающие их приближенное выполнение. Если случайный процесс  $C(t)$  на участке движения от одного узла до другого эргодический, то усреднение по времени эквивалентно усреднению по статистическому ансамблю. Интеграл (7a) представляет собой пример «скользящего» усреднения по времени. Если характерный эйлеров временной масштаб пульсаций концентрации примеси  $\tau$  много меньше шага по времени  $\Delta t$ , то условие эргодичности будет приближенно выполняться [5]. В общем случае  $\tau$  является оценкой протяжен-

ности автокорреляционной функции пульсаций концентрации на оси времени [1, 6].

Таким образом, при выполнении указанного ограничения на времена  $\tau$  и  $\Delta t$  можно считать, что  $C_{ik} \approx \bar{C}_{ik}$ . Заметим, что эти ограничения также соответствуют условиям применимости полуэмпирического и сопряженного уравнений [6].

Если  $\Delta t = \Delta y / V_k$ , то при решении «обратной» задачи численными методами измеренные значения концентрации примеси в  $i$ -й точке  $k$ -го маршрута соответствуют значениям  $C_{ik} \approx \bar{C}_{ik}$  в узлах разностной сетки. Положим для  $k$ -го маршрута

$$P_{ik}(x, y, z) = Q_* \delta(x - x_k) \delta(y - y_k - i\Delta y) \delta(z - z_k), \quad (9)$$

где  $Q_*$  – произвольная ненулевая константа с размерностью, совпадающей с размерностью  $Q_m$ . В силу (5), (6) и (9) будем иметь

$$Q_* \bar{C}_{ik} = Q_{ikm} \bar{C}_{*ik}(x_m, y_m, z_m), \quad (10)$$

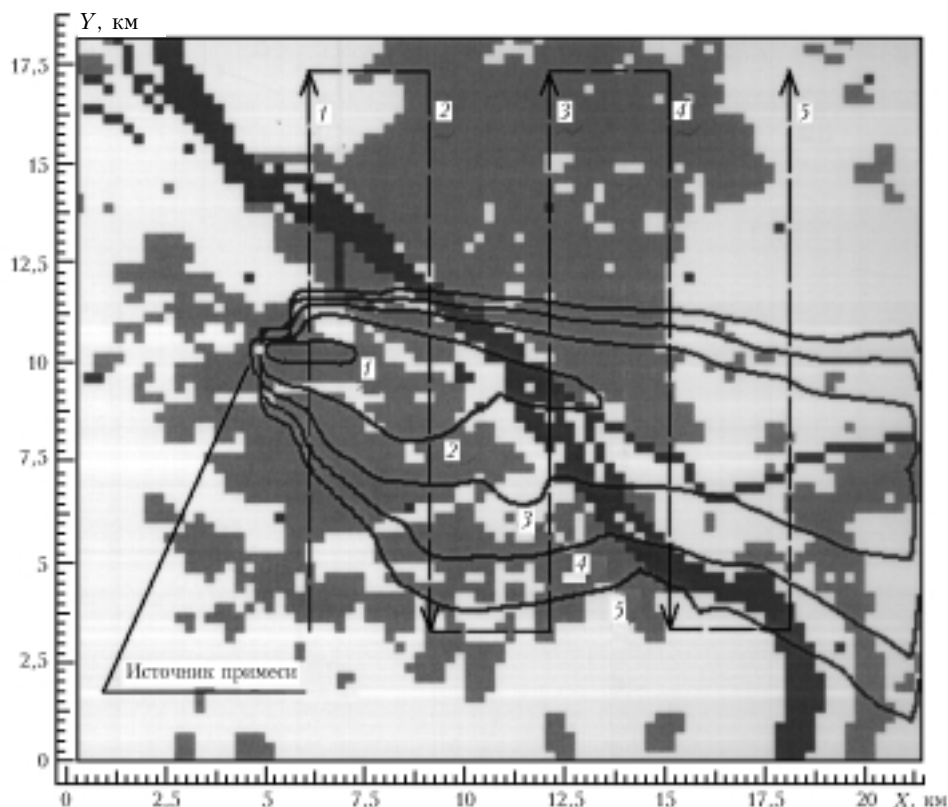
где  $\bar{C}_{*ik}$  – решение сопряженной задачи для  $i$ -й точки  $k$ -го маршрута. В отличие от (1) и (3) суммирование по повторяющимся индексам в (10) не производится. Величины  $Q_{ikm}$  представляют собой мощность стационарного источника, расположенного в  $m$ -м узле расчетного шаблона и создающего в  $i$ -й точке  $k$ -го маршрута измеренное значение концентрации  $\bar{C}_{ik}$ . Таким образом, соотношение (10) определяет в каждом из  $M$  узлов расчетного шаблона набор  $Q_{ikm}$  для всех  $K$  маршрутов. Определим также

$$\bar{Q}_{km} = \frac{1}{I_k + 1} \sum_{i=0}^{I_k} Q_{ikm};$$

$$\sigma_{km}^2 = \frac{1}{I_k} \sum_{i=0}^{I_k} (Q_{ikm} - \bar{Q}_{km})^2. \quad (11)$$

В силу условия единственности решения «обратной» задачи только в одном узле расчетного шаблона может находиться источник, который определяет измеренные на заданных маршрутах значения интегральной концентрации. Очевидно, что узел расчетного шаблона с минимальным значением дисперсии  $\sigma_{km}^2$  определяет искомые координаты источника, а величина  $\bar{Q}_{km}$  оценивает искомую мощность источника. Во многом аналогичная процедура определения мощности и координат мгновенного точечного источника по данным, полученным с привлечением стационарной сети мониторинга, представлена в [3]. Заметим также, что определение координат и мощности источника можно проводить объединением информации о концентрации примеси, полученной на различных маршрутах.

В качестве примера, иллюстрирующего изложенные выше подходы, рассмотрим распространение примеси от стационарного точечного источника, находящегося на западной окраине г. Новосибирска (рисунок). Город расположен на берегах р. Обь



Схема, иллюстрирующая пример решения поставленной задачи. Изолинии 1–5 соответствуют концентрациям примеси  $10^4$ ,  $10^3$ ,  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^0$  усл. ед. на высоте  $z = 100$  м. Маршруты использованной сети мониторинга атмосферы показаны штриховыми линиями

и показан на рисунке светло-серым цветом. Река Обь, показанная темно-серым цветом, разделяет город на правобережную и левобережную части. В расчетах задавались метеорологические условия, типичные для данной местности на 15 ч июльского дня при западном ветре со скоростью 3 м/с на высоте флюгера. Источник примеси располагался в точке с координатами  $x_m = 4,75$  км,  $y_m = 10,25$  км,  $z_m = 50$  м и имел мощность  $Q_m = 10^{10}$  усл. ед. Определение поля скорости ветра над городом осуществлялось с помощью численно-аналитической модели [7]. После этого производилось решение «прямой» задачи (1), (2). Коэффициенты турбулентной диффузии задавались с помощью алгебраической модели, аналогичной [8]. Результаты решения «прямой» задачи  $\bar{C}_{ik}$  принимались в качестве измеренных на маршрутах значений концентрации. Изолинии, приведенные на рисунке, дают представление о поле концентрации примеси в сечении  $z = 100$  м. Рассмотренные нами  $K = 5$  маршрутов также показаны на рисунке. Их характеристики: координаты начала, протяженность, скорость и время движения по ним приведены в табл. 1.

Известно, что характерный эйлеров временной масштаб пульсации концентрации примеси в приземном слое атмосферы составляет порядка десятка секунд. При указанной скорости движения пункта мониторинга и выбранном шаге по времени  $\Delta t = 100$  с значения концентрации примеси на каждом маршруте

Таблица 1

**Характеристики маршрутов мобильной сети мониторинга**

Характеристика	Номер маршрута $k$				
	1	2	3	4	5
Координаты начала маршрутов					
$x_k$ , км	6	9	12	15	18
$y_k$ , км	3,25	17,25	3,25	7,25	3,25
$z_k$ , м	100	100	100	100	100
Протяженность $L_k$ , км	—	—	14	—	—
Продолжительность движения $T_k$ , с	—	—	700	—	—
Скорость движения $V_k$ , м/с	—	—	20	—	—

в соответствии с указанным выше ограничением задавались через каждые 2000 м. Таким образом, на каждом маршруте рассматривалось по 8 точек измерения концентрации примеси.

Для каждого из  $K$  маршрутов производилось решение сопряженной задачи и согласно (10) определялся набор  $Q_{km}$  для всех  $M$  узлов расчетного шаблона. После этого в соответствии с соотношением (11) вычислялись  $\bar{Q}_m$  и  $\sigma_m^2$ , затем находились узлы расчетного шаблона с минимальными значениями  $\sigma_m^2$ .

Результаты расчетов, приведенные в табл. 2, иллюстрируют процесс приближения рассчитанных характеристик источника примеси к их истинным значениям по мере последовательного добавления информации об измеренных на маршрутах значениях концентрации.

Таблица 2

**Примеры определения параметров источника  
в процессе накопления информации о концентрации  
примеси при движении по заданному маршруту**

В расчетах использована концентрация примеси в точках $k$ -го маршрута с номерами		Найденные характеристики источника			
		$x_m$ , км	$y_m$ , км	$z_m$ , м	$Q_m$ , усл. ед.
$k = 1$	$i = \overline{1, 2}$	5,25	7,50	110	$1,41 \cdot 10^5$
	$i = \overline{1, 3}$	5,00	8,25	120	$8,71 \cdot 10^5$
	$i = \overline{1, 4}$	5,00	10,0	130	$5,28 \cdot 10^9$
	$i = \overline{1, 5}$	4,75	10,25	50	$10^{10}$
	$i = \overline{1, 8}$	4,75	10,25	50	$10^{10}$
$k = 2$	$i = \overline{1, 2}$	7,50	6,75	160	$3,42 \cdot 10^6$
	$i = \overline{1, 3}$	4,75	10,25	20	$9,74 \cdot 10^9$
	$i = \overline{1, 4}$	4,75	10,25	50	$9,99 \cdot 10^9$
	$i = \overline{1, 5}$	4,75	10,25	50	$9,99 \cdot 10^9$
	$i = \overline{1, 8}$	4,75	10,25	50	$9,99 \cdot 10^9$
		Заданные характеристики источника			
		4,75	10,25	50	$10^{10}$

Мы видим, что в рассматриваемом случае для восстановления характеристик источника примеси требуется привлечение информации об ее концентрации, измеренной приблизительно в четырех-пяти точках каждого маршрута. Дополнительные расчеты показывают, что при выборе точек измерения концентрации, отстоящих достаточно далеко от границ расчетной области, и при выборе точек измерения концентрации с достаточно большими, значимыми абсолютными значениями концентрации для восстановления характеристик источника требуется информация о концентрации примеси, полученная всего в двух-трех точках маршрута.

Табл. 3 содержит обобщенные результаты определения характеристик источника примеси, найден-

Таблица 3

**Результаты определения параметров источника**

Номер маршрута*	Найденные характеристики источника			
	$x_m$ , км	$y_m$ , км	$z_m$ , м	$Q_m$ , усл. ед.
1	4,75	10,25	50	$10^{10}$
2	4,75	10,25	50	$9,99 \cdot 10^9$
3	4,75	10,25	60	$1,01 \cdot 10^{10}$
4	4,75	10,25	40	$9,90 \cdot 10^9$
5	4,75	10,25	40	$9,90 \cdot 10^9$
Заданные характеристики источника				
	4,75	10,25	50	$10^{10}$

\* В расчетах использована концентрация примеси, измеренная на этих маршрутах.

*A.I. Borodulin, B.M. Desyatkov, S.S. Kotlyarova, N.A. Lapteva, S.R. Sarmanaev, A.A. Yarygin.*  
**Determination of atmospheric pollution source parameters with the use of mobile monitoring network.**

The inverse problem of determination of power and coordinates of a stationary point source of atmospheric pollution based on pollutant concentration data obtained by a mobile monitoring network is presented. The example of calculations uses the results of the direct problems solution as input data. It is shown that the proposed approach can be sufficiently effectively used when solving problems of determination of unknown atmospheric pollution source parameters from information about the pollutant concentrations obtained from the data of the mobile monitoring network.

ные с привлечением полной информации об измененных значениях концентрации на каждом из рассматривавшихся маршрутов. Данные расчетов демонстрируют весьма хорошие результаты восстановления характеристик источника примеси. Наблюдающиеся отклонения найденной  $z$  координаты источника соответствуют одному шагу разностной сетки расчетного шаблона, составляющего в нашем случае 10 м, и также могут быть признаны вполне удовлетворительными.

Таким образом, в статье сформулированы и рассмотрены основные принципы решения «обратной» задачи определения характеристик стационарного точечного источника атмосферных примесей с привлечением данных об ее концентрации, измеренной на маршрутах мобильной сети мониторинга атмосферы. При рассмотрении практического примера решения данной задачи была использована информация о концентрации атмосферных загрязнений, полученная в результате решения «прямой» задачи распространения атмосферных примесей. Предлагаемый в данной статье подход может достаточно эффективно применяться при решении задач определения неизвестных характеристик источников атмосферных загрязнений с помощью информации о концентрации примесей, полученной с привлечением мобильной сети мониторинга атмосферы.

1. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. М.: Наука, 1965. Ч. 1. 720 с.
2. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 320 с.
3. Desyatkov B.M., Sarmanaev S.R., Borodulin A.I., Kotlyarova S.S., Selegei V.V. Determination of some characteristics of an aerosol pollution source by solving the inverse problem of pollutant spread in the atmosphere // Atmos. and Ocean. Opt. 1999. V. 12. N 2. P. 130–133.
4. Sarmanaev S.R., Desyatkov B.M., Borodulin A.I., Kotlyarova S.S. Determination of parameters of a multi-point source of aerosol pollution by solving inverse problem // Atmos. and Ocean. Opt. 2000. V. 13. N 9. P. 814–817.
5. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 488 с.
6. Бородулин А.И., Майстренко Г.М., Чалдин Б.М. Статистическое описание распространения аэрозолей в атмосфере. Метод и приложения. Новосибирск: Изд-во Новосибир. ун-та, 1992. 124 с.
7. Desyatkov B.M., Sarmanaev S.R., Borodulin A.I. Numerical-analytical model of the aerosol transport in a thermally stratified boundary layer of the atmosphere // Atmos. and Ocean. Opt. 1996. V. 6. N 6. P. 517–520.
8. Теверовский Е.Н., Дмитриев Е.С. Перенос аэрозольных частиц турбулентными потоками. М.: Энергоатомиздат, 1988. 160 с.