

В.Т. Калайда, Н.В. Молчунов, С.В. Сапожников

МЕТОД КОРРЕКЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ИНВАРИАНТНЫХ ИСКАЖЕНИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ

На основе представления импульсной переходной функции отклика в виде одноквадрантного двумерного рекурсивного фильтра с линейным предсказанием излагается эффективный метод коррекции пространственно-инвариантных искажений изображений типа скоростного сдвига. Метод позволяет по заданной импульсной переходной функции отклика устранять искажения, вызванные взаимным перемещением объекта и средства регистрации. Восстановление проводится в пространственной области, не включает некорректные математические операции и в общем случае трактуется как результат действия на изображение двумерного нерекурсивного фильтра. Коррекция осевого сдвига осуществляется наиболее эффективным образом — однократным проходом по полю изображения одномерного нерекурсивного фильтра второго порядка.

При регистрации изображений, проводимой с бортов летательных аппаратов с целью дистанционного зондирования атмосферы и подстилающей поверхности, возможно возникновение искажений, которые вызываются взаимным перемещением объекта и средства регистрации. Возникающие при этом искажения принято называть скоростным сдвигом или смазом изображения [1].

Для апостериорной компенсации искажений изображений, вызванных относительным прямолинейным перемещением объекта и средства регистрации при отсутствии шумов, требуется решить интегральное уравнение следующего вида:

$$f(x, y) = \int_0^a \int_0^b \varphi(x - \alpha, y - \gamma) h(\alpha, \gamma) d\alpha d\gamma, \quad (1)$$

где $f(x, y)$ — искаженное изображение; $\varphi(x, y)$ — исходное неискаженное изображение; $h(x, y)$ — импульсная переходная функция отклика искажающей системы, которая может быть определена следующим образом [2]:

$$h(x, y) = \begin{cases} \delta(x, y) |1/v(x, y)|, & 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b \\ 0, & \text{в остальных случаях;} \end{cases} \quad (2)$$

a, b — полное смещение изображения относительно координат x, y — за время экспозиции; $\delta(x, y)$ — единичная импульсная функция; $v(x, y)$ — скорость смещения относительно координат x, y . Пределы интегрирования в (1) можно делать равными $\pm\infty$, так как функция $h(x, y)$ равна нулю вне интервала $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b$, тогда (1) приобретает вид уравнения типа свертки. Наиболее очевидным методом нахождения неискаженного изображения из уравнения типа свертки в настоящее время является метод инверсной фильтрации [1, 2], для реализации которого все функции, входящие в уравнение (1) с помощью преобразования Фурье, переводятся в частотную область. При этом уравнение (1) приобретает вид

$$F(\omega_x, \omega_y) = \Phi(\omega_x, \omega_y) H(\omega_x, \omega_y), \quad (3)$$

откуда

$$\varphi(x, y) = FT^{-1} \left[\frac{F(\omega_x, \omega_y)}{H(\omega_x, \omega_y)} \right], \quad (4)$$

где $F(\omega_x, \omega_y)$, $\Phi(\omega_x, \omega_y)$, $H(\omega_x, \omega_y)$ — Фурье-образы сигналов $f(x, y)$, $\varphi(x, y)$ и импульсной переходной функции отклика $h(x, y)$ соответственно; ω_x, ω_y — пространственные частоты по координатам x, y ; FT^{-1} — символ обратного преобразования Фурье.

Таким образом, для реализации метода инверсной фильтрации необходимо произвести два прямых и одно обратное двумерное преобразование Фурье, а также выполнить одну операцию деления по двумерной области определения сигналов. Операция деления часто оказывается некорректной, так как функция $H(\omega_x, \omega_y)$ обращается в нуль в некоторых точках ω_x, ω_y . Для устранения последнего обстоятельства необходимо привлекать регуляризующие ограничения [1], что приводит к дополни-

тельному увеличению математических операций, необходимых для достижения поставленной задачи восстановления искаженного изображения.

В данной работе рассматривается возможность коррекции пространственно-инвариантных искажений изображений типа скоростного сдвига с помощью метода, основанного на представлении импульсной переходной функции в виде рекурсивного фильтра с линейным предсказанием. При этом операция восстановления производится в пространственной области представления сигналов и в общем случае является результатом действия на изображение двумерного нерекурсивного фильтра.

Импульсная переходная функция является откликом некоторой линейной системы на единичное импульсное воздействие на входе этой системы, то есть является решением уравнения вида

$$Lh(x, y) = \delta(x, y), \quad (5)$$

где L — оператор линейной системы.

В случае, когда оператор L является дифференциальным или конечно-разностным, уравнение (5) имеет единственное решение при начальном условии $h(x_0, y_0) = h_0$.

Так как реальные сигналы, подлежащие обработке на ЭВМ, обычно заданы на прямоугольной дискретной сетке с равномерным шагом, то есть

$$\begin{aligned} \varphi(x_i, y_j) = \varphi_{ij}, \quad f(x_i, y_j) = f_{ij}, \quad h(x_i, y_j) = h_{ij}, \quad i=0 \dots M, \quad j=0 \dots N, \\ \delta(x_i, y_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j = 0 \\ 0, & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \end{aligned}$$

то удобным видом линейного оператора L является конечно-разностный оператор порядка $p \times q$, заданный на сетке $M \times N$. При этом уравнение (5) можем записать в следующем виде:

$$\sum_{\kappa=0}^p \sum_{l=0}^q \beta_{\kappa l} h_{i-\kappa, j-l} = \delta_{ij}, \quad (6)$$

где β_{kl} — коэффициенты двумерного линейного оператора. Таким образом, уравнение (6) является также условием точного восстановления искаженного изображения.

Без потери общности положим $\beta_{00} = 1$, тогда выражение (6) можно записать в виде

$$h_{ij} = \delta_{ij} - \sum_{\substack{\kappa=0 \\ (\kappa, l) \neq (0,0)}}^p \sum_{l=0}^q \beta_{\kappa l} h_{i-\kappa, j-l}. \quad (7)$$

Уравнение (7) представляет собой выражение для импульсной переходной функции двумерного рекурсивного фильтра с линейным предсказанием, определяемого набором коэффициентов β_{kl} [3]. Если каким-либо образом определить коэффициенты β_{kl} , то этим самым можно однозначно определять прямой искажающий фильтр, а также инверсный восстанавливающий фильтр. Примем $p = q$, тогда процесс искажения изображения может быть описан уравнением вида

$$f_{ij} = \varphi_{ij} - \sum_{\substack{\kappa=0 \\ (\kappa, l) \neq (0,0)}}^p \sum_{l=0}^p \beta_{\kappa l} f_{i-\kappa, j-l}, \quad (8)$$

а процесс восстановления изображения уравнением

$$\varphi_{ij} = \sum_{\kappa=0}^p \sum_{l=0}^p \beta_{\kappa l} f_{i-\kappa, j-l}. \quad (9)$$

Запись $(k, l) \neq (0, 0)$ в уравнениях (7), (8) означает, что значения индексов i и j не могут одновременно быть равными нулю.

Выражения (8) и (9) показывают, что процесс искажения изображения описывается двумерным рекурсивным фильтром порядка p с коэффициентами β_{kl} , а процесс восстановления — нерекурсивным фильтром с теми же коэффициентами и того же порядка. Последнее обстоятельство позволяет сделать заключение о корректности операции восстановления, так как нерекурсивный фильтр всегда устойчив и обладает конечной импульсной характеристикой [3].

В отличие от одномерного случая, определение значений коэффициентов двумерного фильтра является значительно более трудной задачей в связи с отсутствием теоремы о разложении полиномов

двух переменных на произведение простых множителей. В случае известной импульсной переходной функции отклика можно получить оценки коэффициентов $\hat{\beta}_{kl}$, используя стандартную технику регрессионного анализа – метод наименьших квадратов (МНК), который позволяет решить задачу идентификации линейной системы (5), обеспечивая минимальное среднеквадратическое отклонение [4].

Исключив в (7) случай $I = j = 0$, можно записать условие восстановления как $\hat{\beta}_{kl}$

$$\sum_{\substack{\kappa=0 \\ (\kappa, l) \neq (0, 0)}}^p \sum_{l=0}^p \hat{\beta}_{\kappa l} h_{i-\kappa, j-l} \cong 0. \quad (10)$$

Равенство (10) является приближенным из-за того, что модель (7) с некоторым приближением описывает процесс получения импульсной переходной функции отклика. Оценки параметров $\hat{\beta}_{kl}$ получаются путем минимизации суммы квадратов

$$\sum_{\substack{l=0 \\ (i, j) \neq (0, 0)}}^M \sum_{j=0}^N \left(\sum_{\kappa=0}^p \sum_{l=0}^p \hat{\beta}_{\kappa l} h_{i-\kappa, j-l} \right)^2 \rightarrow \min_{\hat{\beta}_{kl}}. \quad (11)$$

После дифференцирования (11) по $\hat{\beta}_{kl}$ и приравнивания результата нулю получаем систему нормальных линейных уравнений:

$$C_{\kappa l}^{mn} \hat{\beta}_{\kappa l} = C_{00}^{mn}, \quad (12)$$

где

$$C_{\kappa l}^{mn} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=0}^N h_{i-\kappa, j-l} \cdot h_{i-m, j-n}. \quad (13)$$

Система (12) включает $p^2 - 1$ линейных алгебраических уравнений с $p^2 - 1$ неизвестными.

Решая систему (12), получаем оценки значений коэффициентов $\hat{\beta}_{kl}$, дающие наилучшее приближение в смысле среднеквадратического отклонения от заданной импульсной переходной функции h_{ij} и, подставляя их в (9), решаем поставленную задачу восстановления изображения (проводим инверсную фильтрацию в пространственной области).

Для практического применения изложенного метода необходимо каким-либо образом определить порядок и конфигурацию двумерного фильтра с линейным предсказанием. Как показано в работе [5], для многих применений достаточно задавать фильтр второго порядка в виде квадранта плоскости, для которого определяются восемь коэффициентов. Порядок двумерного цифрового фильтра определяется количеством предшествующих отсчетов изображения, лежащих на оси маски фильтра, по которым производится оценка текущего отсчета.

В соответствии с (2) для скоростного сдвига, обусловленного взаимным равномерным прямолинейным перемещением объекта и средства регистрации вдоль одной из координатных осей, например оси x , импульсная переходная функция может быть определена в следующем виде

$$h_{ij} = \text{Rect}(n\delta_j) = \begin{cases} 1, & \text{при } 0 \leq j \leq n, i = 0 \dots M \\ 0, & \text{при } j > n, i = 0 \dots M, \end{cases} \quad (14)$$

где m – целое положительное число, определяющее величину сдвига, $m = 0, 1, 2 \dots N$. Величина сдвига зависит от времени регистрации изображения t_p и времени взаимного перемещения объекта и средства регистрации t_n .

Такого вида импульсная переходная функция отклика, завершающаяся крутой ступенькой, является наиболее неблагоприятной в смысле нахождения для нее решения уравнения (5) с наименьшим среднеквадратическим отклонением.

Оценим величину среднеквадратического отклонения (СКО) решения уравнения (5) для заданной импульсной переходной функции (14) по следующей формуле:

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^N (h_j - \hat{h}_j)^2.$$

Величина \hat{h}_j — получена в соответствии с (7) по результатам решения системы (12). Индекс по второй координате опущен, так как в данном случае ненулевые значения имеют только коэффициенты $\hat{\beta}_{kl}$, лежащие на оси маски фильтра, соответствующей направлению сдвига.

На рис. 1 представлен ход СКО в зависимости от величины сдвига n , пронормированного на длину последовательности заданного направления смещения. Оценка СКО проводилась для фильтров второго и пятого порядков. Размер изображения в направлении сдвига N равен 128. Для фильтра второго порядка максимальное СКО, составляющее 0,167, соответствует сдвигу $n = N - 1$ и с уменьшением отношения n/N падает до нуля при $n = 0$. При $n = N$, т.е. при сдвиге, выходящем за пределы области определения изображения, что соответствует бесконечной импульсной переходной функции, СКО также равна нулю. Этот результат кажется парадоксальным, но он отражает тот факт, что в качестве модели получения импульсной переходной функции выбран рекурсивный фильтр (7), обладающий бесконечным носителем. Следовательно, минимальную ошибку восстановления можно получить при сдвиге, выходящем за область определения изображения. В реальной физической ситуации это соответствует случаю, когда время регистрации меньше времени относительного перемещения объекта и средства регистрации.

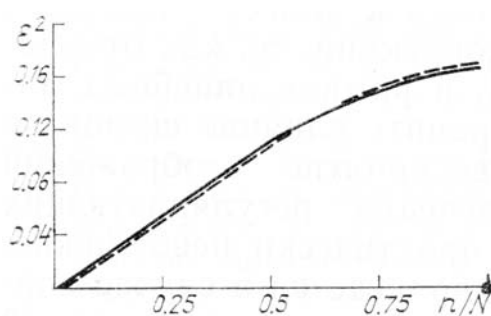


Рис. 1. Зависимость среднеквадратического отклонения решения уравнения (5) от величины сдвига для равномерного прямолинейного осевого смещения (сплошная кривая — фильтр второго порядка, пунктирная — фильтр пятого порядка)

С увеличением порядка фильтра существенного улучшения зависимости СКО от величины сдвига не происходит.

Для случая равноускоренного осевого смещения импульсная переходная функция может быть определена в виде спадающей прямой на отрезке $0 \dots N$ заданного направления сдвига. При этом СКО решения уравнения (5) для фильтра второго порядка, полученное по результатам моделирования для различных углов наклона h_j , $j = 0 \dots N$ ($N = 128$), не превышает 0,01. Следовательно, можно говорить о лучших результатах при использовании изложенного метода для коррекции сдвига, обусловленного ускоренным движением.

Реальные системы регистрации изображений вносят различного рода помехи, являющиеся следствием работы дискретизирующих преобразователей, шумов приемной оптико-электронной системы, случайных или периодических флуктуации параметров канала передачи. Совокупное действие помех можно описать в виде аддитивной шумовой добавки $n(x, y)$ в уравнении (1). Кроме того, возможно мультипликативное действие некоторых мешающих воздействий на процесс формирования изображений.

Аналізу влияния шумов на реставрацию изображений посвящено большое количество работ, в которых в зависимости от статистических свойств шума предлагаются различные эффективные методы подавления шумовых компонент изображения [6].

В данной работе влияние шума на устойчивость решения задачи восстановления искажений типа скоростного сдвига не рассматривается в связи с множеством возможных конкретных проявлений шумового воздействия, которые можно предварительно устранить путем привлечения специальных методов. А так как рассматриваемый метод относится к классу линейных алгоритмов коррекции, то, как отмечается в [1, 7], в рамках линейных алгоритмов устранить влияние шумов на зрительное восприятие изображений путем привлечения регуляризирующих ограничений практически невозможно. Поэтому предполагается в случае коррекции зашумленных изображений сначала провести анализ статистических свойств шумовой компоненты изображения, подобрать для ее подавления наиболее подходящий нелинейный алгоритм из описанных в литературе и после этого проводить коррекцию скоростного сдвига с помощью рассмотренного в данной работе метода.

Для применения техники МНК с целью определения коэффициентов фильтра важное значение имеет априорное знание характера искажений, вид двумерной импульсной переходной функции отклика. Вышеизложенная методика задания функции отклика моделью авторегрессии в виде причинного фильтра с линейным предсказанием возможна, когда функция отклика располагается в одном квадранте плоскости, как для случая скоростного сдвига изображения. Если функция отклика задает-

ся на четырех квадрантах плоскости, что характерно для большинства искажений, вызванных атмосферными явлениями, то мы должны выбрать непричинную модель фильтра. Как сделать оценки коэффициентов по МНК для такого фильтра, а также смоделировать искажение на существующих ЭВМ, в основе работы которых заложен принцип причинности, предполагается рассмотреть в будущих публикациях.

С целью опробования изложенного метода реставрации искажений изображений типа скоростного сдвига задавались два вида импульсных переходных функций отклика. В первом случае для моделирования сдвига по координате x в одной строке двумерной функции отклика размером $N \times N$ (при $N = 64$) располагалось $n = 1 \dots N$ одномерных δ -функций. Во втором случае для моделирования сдвига под углом 45° к осям изображения импульсная переходная функция задавалась в виде одного квадранта функции с круговой симметрией. Коэффициенты $\hat{\beta}_{kl}$ определялись для фильтра второго порядка вида квадранта плоскости.

Для моделирования сдвига по одной координатной оси достаточно одномерного фильтра второго порядка, так как ненулевые значения имеют только два коэффициента из восьми. Соответственно и восстановление представляется весьма эффективной в вычислительном отношении процедурой, для осуществления которой достаточно однократного прохода по полю изображения одномерного некурсивного фильтра того же порядка. При этом требуется выполнить $2N \times M$ операций умножения и $N \times M$ операций сложения.

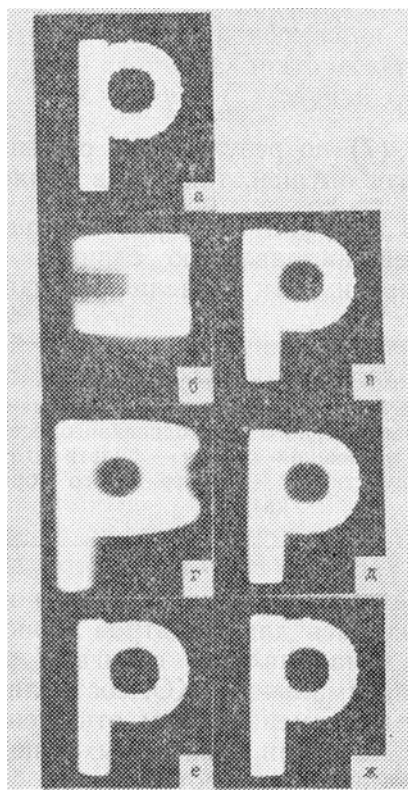


Рис. 2

Результаты моделирования искажений представлены на рис. 2. На рис. 2,а изображено исходное модельное изображение, на рис. 2,б,г показан результат моделирования скоростного сдвига по оси x по 64 и 32 точкам. На рис. 2,е представлен результат моделирования наклонного сдвига по 10 точкам. Результаты восстановления изображений рис. 2,б,г,е даны на рис. 2,в,д,ж соответственно.

1. Василенко Г. И., Тараторин А. М. Восстановление изображений. М.: Радио и связь. 1986. 302 с.
2. Сондхи М. М. // В кн.: Обработка изображений при помощи цифровых вычислительных машин./Под ред. Г. Эндрюса и Л. Инло. Пер. с англ. М.: Мир. 1973. С. 137–152.
3. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. Пер. с англ. М.: Мир. 1978. 848 с.
4. Форсайт Д., Малькольн М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. Пер. с англ. М.: Мир. 1980. 279 с.
5. Террайн Ч. У., Куатъери Т. Ф., Даджон Д. Е. // ТИИЭР. 1986. Т. 74. № 4. С. 4–25.
6. Ярославский Л. П. Введение в цифровую обработку изображений. М.: Сов. радио. 1979.
7. Обработка изображений и цифровая фильтрация/Под ред. Т. Хуанга. Пер. с англ. М.: Мир. 1979. 319 с.

V. T. Kalayda, N. V. Molchunov, S. V. Sapozhnikov. **Image Reconstruction: Removal of Spatially Invariant Degradations.**

An efficient procedure for the motion-blurred image reconstruction using an impulse response function representation in terms of a $2-D$ recursive filter with a linear prediction is discussed.

Image restoration on the basis of a given impulse response function is in the spatial domain and is generally treated as a result of a $2-D$ nonrecursive filter operation.

A single run of a $1-D$ nonrecursive second-order filter through the image field is shown to be sufficient to remove an image axial smear due to the mutual object and detector motion.