

# Преимущества дополнительного канала комбинационного рассеяния света при лазерном зондировании на длинах волн 355–1064 нм для восстановления микрофизических параметров атмосферного аэрозоля

С.В. Самойлова<sup>✉</sup>, Г.П. Коханенко, Ю.С. Балин\*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 3.02.2023 г.;  
после доработки 4.05.2023 г.;  
принята к печати 10.05.2023 г.

Исследуются возможности и преимущества дополнительного канала комбинационного рассеяния в ИК-области спектра при определении микрофизических параметров аэрозоля. Рассмотрены особенности совместного восстановления комплексного показателя преломления  $m = m_{\text{real}} + i \cdot m_{\text{image}}$  и бимодальной функции распределения сферических частиц по размерам  $U(r)$  по лидарным данным. Возможность оценки  $m + U(r)$  исследуется для слабопоглощающих частиц с  $m_{\text{image}} \leq 0,010$  при  $m^{\text{fine}} \neq m^{\text{coarse}}$ . Тестирование алгоритмов проводится для одного  $m^{\text{fine}} = 1,50 + i \cdot 0,01$  и девяти  $m^{\text{coarse}}$  ( $m_{\text{real}} = 1,40; 1,50; 1,60, m_{\text{image}} = 0,0001; 0; m_{\text{real}} = 1,40; 1,50; 1,60, m_{\text{image}} = 0,0001; 0,001; 0,01$ ). Для учета влияния вклада частиц различных фракций в их суммарную концентрацию используются 462 эмпирические модели  $U(r)$ .

*Ключевые слова:* аэрозоль, лидар, оптические параметры, обратная задача, микрофизические характеристики; aerosol, lidar, optical parameters, inverse problem, microphysical characteristics.

## Введение

Адекватность климатических и радиационных моделей определяется надежностью данных об оптических и микрофизических свойствах атмосферы. Глобальная сеть AERONET [1] восстанавливает параметры многокомпонентного аэрозоля в локальной географической точке, и микрофизические характеристики оцениваются для каждой аэрозольной фракции отдельно [2–7].

Региональные лидарные сети [8–11] созданы, чтобы дополнить пассивные измерения активными, дающими вертикальные распределения аэрозольных параметров: коэффициентов обратного рассеяния  $\beta(\lambda_i = 355, 532, 1064 \text{ нм})$ , коэффициентов ослабления  $\sigma(\lambda_i = 355, 532 \text{ нм})$ , линейного деполаризационного отношения  $d^{\text{POL}}(\lambda_i = 355 \text{ и/или } 532 \text{ и/или } 1064 \text{ нм})$ . Они восстанавливаются на основе результатов исследований, а также регулярных и специальных наблюдений за состоянием атмосферы [12–14]. В настоящее время развивается лидарная технология, включающая чисто вращательное комбинационное рассеяние (КР), что позволяет получать достоверные значения  $\sigma(\lambda_i = 532, 1064 \text{ нм})$  [15, 16].

\* Светлана Викторовна Самойлова (ssv@seversk.tmsknet.ru); Григорий Павлович Коханенко (kokh@iao.ru); Юрий Степанович Балин (balin@iao.ru).

Спектральный набор оптических коэффициентов и погрешности их оценивания при определенных условиях дают возможность восстанавливать высотные распределения микрофизических характеристик: комплексного показателя преломления (КПП)  $m = m_{\text{real}} + i \cdot m_{\text{image}}$  и объемной функции распределения частиц по размерам (ФР)  $U(r) = dV(r)/d\ln r = U^{\text{fine}}(r) + U^{\text{coarse}}(r)$  ( $r$  – радиус частиц).

В общем виде совместная оценка КПП + ФР сводится к прямой минимизации функционала невязки  $\Phi(m, U(r))$  на плоскости физических обоснованных значений  $(m_{\text{real}}, m_{\text{image}})$  [17–26]. Если  $m^{\text{fine}} \approx m^{\text{coarse}}$ , определение  $U(r)$  и единого в различных модах  $m$  позволяет правдоподобно восстанавливать их на всей плоскости физических обоснованных значений  $(m_{\text{real}}, m_{\text{image}})$  [25]. В [26] фокус был направлен на реконструкцию различного в разных модах КПП и бимодальной ФР с учетом их ошибок при  $m^{\text{fine}} \neq m^{\text{coarse}}$ . Выявлены особенности для сферических частиц при измерении набора  $(3\beta + 2\sigma)$  системой LOZA-S в Томске ( $56^\circ \text{ с.ш.}, 85^\circ \text{ в.д.}$ ) [11]. В ближайшее время планируется расширить набор до  $(3\beta + 3\sigma)$ .

Дополнительный ИК-канал стимулировал разнородные исследования, основанные на синтетических данных. В [27, 28] рассматривались возможности обращения сигналов для двух лидарных систем: так называемого super lidar  $(3\beta + 3\sigma + 3d^{\text{POL}})$

и стандартной конфигурации ( $3\beta + 2\sigma + \dots d^{\text{POL}}$ ). Выводы первой работы подтверждены экспериментально. Согласно [14], чтобы корректно учитывать вклад несферических частиц, целесообразно использовать ( $3\beta + 2\sigma$ ) с добавлением  $d^{\text{POL}}$  на максимальном возможном количестве длин волн. Цель настоящей работы пересекается с [28] и состоит в том, чтобы оценить эффективность дополнительного КР-канала при оценке  $m^{\text{fine}++} + U^{\text{fine}}(r)$  и  $m^{\text{coarse}++} + U^{\text{coarse}}(r)$  — фактически выделить методическую разницу при обращении данных ( $3\beta + 3\sigma$ ) и ( $3\beta + 2\sigma$ ).

## 1. Математический подход

В настоящей работе по значениям искомым величин  $m^{\text{true}} + U^{\text{true}}(r)$  рассчитываются оптические коэффициенты (прямая задача) и проводится восстановление  $\beta(\lambda_i)$  и  $\sigma(\lambda_i)$  с учетом возможностей оценивания обеих характеристик (обратная задача). Для решения задач используются приближения: 1) сферические частицы; 2) единое по модам значение показателя преломления. При анализе ФР рассматриваются основные параметры каждой фракции: объемная концентрация частиц  $V^i = \int U^i(r) dr / r$ ,  $\text{мкм}^3/\text{см}^3$ , и среднегеометрический радиус  $R^i$ ,  $\text{мкм}$ , для мелкодисперсной (МДФ) и грубодисперсной фракций (ГДФ).

Для сферических частиц оптические коэффициенты связаны с микрофизическими характеристиками системой линейных интегральных уравнений

$$\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} K_j(m, r) U(r) dr + \varepsilon_j^{\text{meas}} = g_j^{\text{meas}}, \quad (1)$$

где  $g_j^{\text{meas}}$  задают набор оптических коэффициентов;  $j \in [1; J_{\max}]$ ;  $J_{\max}$  количество элементов в наборе  $\beta(\lambda_i)$  и  $\sigma(\lambda_i)$ ;  $\varepsilon_j^{\text{meas}}$  — погрешности измерений;  $K_j(m, r)$  — ядра уравнений;  $r_{\min} = 0,01$   $\text{мкм}$ ,  $r_{\max} = 10$   $\text{мкм}$ . Согласно [29, раздел 1.4] рассеяние сферическими частицами имеет выраженную осциллирующую компоненту и низкую гладкость факторов эффективности в области слабого поглощения при  $m_{\text{image}} \leq 0,01$ . Когда определяется аэрозольная микроструктура, ядра теории Ми [30] позволяют оценить максимальную возможность алгоритмов, созданных для интерпретации лидарных данных.

При известном или заданном  $m$  восстановление  $U(r) = U^{\text{true}}(r)$  сводится к обращению системы линейных алгебраических уравнений. Алгебраизация проводится разложением искомой функции по известной системе базисных функций  $B_k(r)$  с неизвестными весовыми коэффициентами  $u_k$ :

$$U(r) = \sum_k B_k(r) u_k + \varepsilon^{\text{base}}(r). \quad (2)$$

Использование бимодальной функции распределения позволяет анализировать фракционную структуру аэрозоля и избавляет от априорного количественного разделения оптических коэффициентов по модам. С учетом (2) система (1) сводится к системе уравнений относительно вектора  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_k^{\text{fine}} + \mathbf{u}_k^{\text{coarse}}$ :

$$\mathbf{A}\mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{g}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_j = \varepsilon_j^{\text{meas}} + \varepsilon_j^{\text{math}}$  — сумма экспериментальных и математических погрешностей,  $\varepsilon_j^{\text{math}} = \int K_j(m, r) \varepsilon^{\text{base}}(r) dr$ . Элементы матрицы  $\mathbf{A}$  связаны с показателем преломления и представимы в виде  $A_{jk}(m) = \int K_j(m, r) B_k(r) dr$ . Логарифмическая шкала  $r_k$  позволяет в одном масштабе рассматривать результаты для МДФ и ГДФ (см. прил. 1).

В предположении нормального распределения и независимости векторов  $\mathbf{u}$  и  $\boldsymbol{\varepsilon}$  решение (3), полученное по методу статистической регуляризации, может быть записано в явном виде [31, 32]:

$$\mathbf{u} = (\mathbf{W}_u^{-1} + \mathbf{A}^T \mathbf{W}_\varepsilon^{-1} \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{W}_\varepsilon^{-1} \mathbf{g} + \mathbf{W}_u^{-1} \boldsymbol{\mu}_u).$$

Математические ожидания  $\boldsymbol{\mu}_u$ ,  $\boldsymbol{\mu}_g$  векторов  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{g}$  (в предположении  $\boldsymbol{\mu}_\varepsilon = 0$ ) и ковариационные (ненормированные корреляционные) матрицы  $\mathbf{W}_u$ ,  $\mathbf{W}_\varepsilon$ ,  $\mathbf{W}_g$  должны удовлетворять уравнениям

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\mu}_u = \boldsymbol{\mu}_g, \quad \mathbf{A}\mathbf{W}_u\mathbf{A}^T + \mathbf{W}_\varepsilon = \mathbf{W}_g.$$

Предположим, что  $\varepsilon_j$  является белым шумом; после подстановки  $\mathbf{W}_\varepsilon = \sigma_\varepsilon^2 \mathbf{I}$  решение (3) преобразуется к виду [26, 33, 34]:

$$\mathbf{u} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \alpha \mathbf{W}_u^{-1})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{g} + \alpha \mathbf{W}_u^{-1} \boldsymbol{\mu}_u), \quad (4)$$

где  $\alpha = \alpha(\sigma_\varepsilon)$  — параметр регуляризации. Справедливость  $\alpha \mathbf{Q} \cong \alpha \mathbf{W}_u^{-1}$  [35] означает, что соотношение (4) дает явное выражение стабилизатора решения. Предварительная оценка  $\mathbf{W}_u^{-1}$  обеспечивает несмещенность параметров ФР крупных частиц (см. прил. 2). Использование (4) с известной матрицей  $\mathbf{W}_u^{-1}$  показывает некорректность элементов  $A_{jk}$  (ядер уравнений (1) для значения  $m$ ) как причину искажений, определяемых  $U^{\text{fine}}(r)$  и  $U^{\text{coarse}}(r)$ . Согласно [25, 26] метод правдоподобно восстанавливает  $U(r)$  для  $r_{\min} < r < r_{\max}$  как при известном показателе преломления, так и при его реконструкции.

Совместное определение ФР и единого КПП в различных модах,  $m^{\text{mean}} + U^{\text{mean}}(r)$ , сводится к прямой минимизации функционала невязки [17–26, 28, 34]:

$$\Phi(m) = \left\| g_j^{\text{meas}} - g_j^{\text{calc}}(m) \right\| \approx \frac{1}{J_{\max}} \sum_{j=1}^{J_{\max}} \left| \frac{g_j^{\text{meas}} - g_j^{\text{calc}}(m)}{g_j^{\text{meas}}} \right| \cdot 100\%. \quad (5)$$

В каждой точке на плоскости ( $m_{\text{real}}, m_{\text{image}}$ ) по одному набору  $m = m_{\text{real}} + i \cdot m_{\text{image}}$  определяются ядра уравнений (1) и, согласно (4), восстанавливается  $U^{\text{fine}}(r) + U^{\text{coarse}}(r)$ . Относительную ошибку в (5) использовать целесообразно, поскольку коэффициенты  $\sigma$  и  $\beta$  имеют разную размерность. Функционал (5) дает различие между измеряемыми ( $g_j^{\text{meas}}$ ) и рассчитанными, согласно (1), оптическими коэффициентами ( $g_j^{\text{calc}}$ ). Погрешности искомым величин анализируются с учетом различного объемного вклада МДФ в суммарную концентрацию  $V^{\text{fine}}/V^{\text{fine}++\text{coarse}} = V^{\text{fine}}/V^{\Sigma}$ . Результаты основываются на эмпирических моделях МДФ с сайта AERONET (aeronet.gsfc.nasa.gov).

## 2. Влияние параметров отдельных фракций

Существует связь между показателем преломления и оптическими коэффициентами. В частности, при возрастании показателя поглощения  $m_{\text{image}}$  коэффициент ослабления почти не меняется, а коэффициент обратного рассеяния заметно уменьшается, что обусловлено особенностью ядер (1) для лидарных коэффициентов. В табл. 1 представлены значения  $\beta^\Sigma$  и процентный вклад  $\beta^{\text{fine}}$  в суммарную величину  $\beta^\Sigma = \beta^{\text{fine}} + \beta^{\text{coarse}}$ . Функция распределения предполагается известной, значение объемного вклада МДФ в суммарную концентрацию частиц является средним,  $V^{\text{fine}}/V^\Sigma = 0,49$ ;  $\varepsilon^{\text{meas}} = \varepsilon^{\text{math}} \equiv 0$ , и в общем случае  $m^{\text{fine}} \neq m^{\text{coarse}}$ . Для произвольных значений  $m_{\text{real}}^{\text{fine}}, m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$  влияние ГДФ на величину  $\beta^\Sigma$  максимально для низких значений показателя поглощения и уменьшается с ростом  $m_{\text{image}}^{\text{coarse}}$ . Следовательно, правдоподобное раздельное определение  $m^{\text{fine}}$  и  $m^{\text{coarse}}$  представительно в области  $m_{\text{image}} < 0,015$ . Когда  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} > m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ , МДФ превалирует в спектре

размеров частиц и определяет значения  $\beta^i$  и  $\sigma^i$ ; если же  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} < m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ , доля ГДФ возрастает и доминирующая фракция не выделяется.

Деформацию  $U^{\text{true}}(r)$  в области слабого поглощения, обусловленную некорректными ядрами (1), рассмотрим на примере оценивания объемной концентрации мелких и крупных частиц. Рис. 1 иллюстрирует погрешности параметров, соответствующие восстанавливаемым ФР и КПП. В расчете оптических коэффициентов (прямая задача) использовались: а) фиксированные значения  $m^{\text{fine}}$  и  $m_{\text{image}}^{\text{coarse}}$  и изменяющаяся величина  $m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ ; б) эмпирические  $U^{\text{true}}(r)$  [25, 26, 34]. Выделены модели: № 290–324, соответствующие доминированию МДФ при  $V^{\text{fine}}/V^\Sigma > 0,75$ ; № 325–369 – преобладанию ГДФ при  $V^{\text{fine}}/V^\Sigma < 0,35$ ; № 370–422 – средним значениям  $0,35 \leq V^{\text{fine}}/V^\Sigma \leq 0,75$ . Восстановление ФР (обратная задача) проводилось согласно (4) с известной матрицей  $W_u$ . Различие погрешностей объясняется «средней» величиной  $m^{\text{mean}}$ , оцениваемой по (5) и обеспечивающей корректность/некорректность элементов  $A_{jk}$  в соотношении (4).

Таблица 1

Коэффициент обратного рассеяния ( $\times 10^4$ ) на длине волны 532 нм,  $1/(\text{км} \cdot \text{ср})$ , и процентный вклад  $\beta^{\text{fine}}$  в  $\beta^{\text{fine}} + \beta^{\text{coarse}}$  для фиксированного  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} = 1,50$

$m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$	$m_{\text{image}}^{\text{fine}}$	$m_{\text{image}}^{\text{coarse}} = 0,0001$	$m_{\text{image}}^{\text{coarse}} = 0,001$	$m_{\text{image}}^{\text{coarse}} = 0,01$	$m_{\text{image}}^{\text{coarse}} = 0,1$
1,40	0,001	10,80/68%	9,95/74%	8,15/90%	7,42/99%
	0,01	10,15/66%	9,30/72%	7,50/89%*	6,77/99%
	0,1	7,25/52%	6,40/59%	4,60/83%	3,87/98%
1,50	0,001	11,55/64%	10,80/68%	8,80/84%	7,45/99%
	0,01	10,90/62%	10,15/66%	8,15/82%**	6,80/98%
	0,1	8,00/48%	7,25/52%	5,25/72%	3,90/97%
1,60	0,001	18,05/41%	16,50/44,5%	11,00/67%	7,50/98%
	0,01	7,40/38,5%	15,85/42,5%	10,40/64,5%***	6,85/98%
	0,1	4,50/26,5%	12,95/29,5%	7,45/51%	3,95/96%

\*95% для  $m_{\text{image}}^{\text{coarse}} = 0,02$ .

\*\*89% для  $m_{\text{image}}^{\text{coarse}} = 0,02$ .

\*\*\*86% для  $m_{\text{image}}^{\text{coarse}} = 0,03$ .

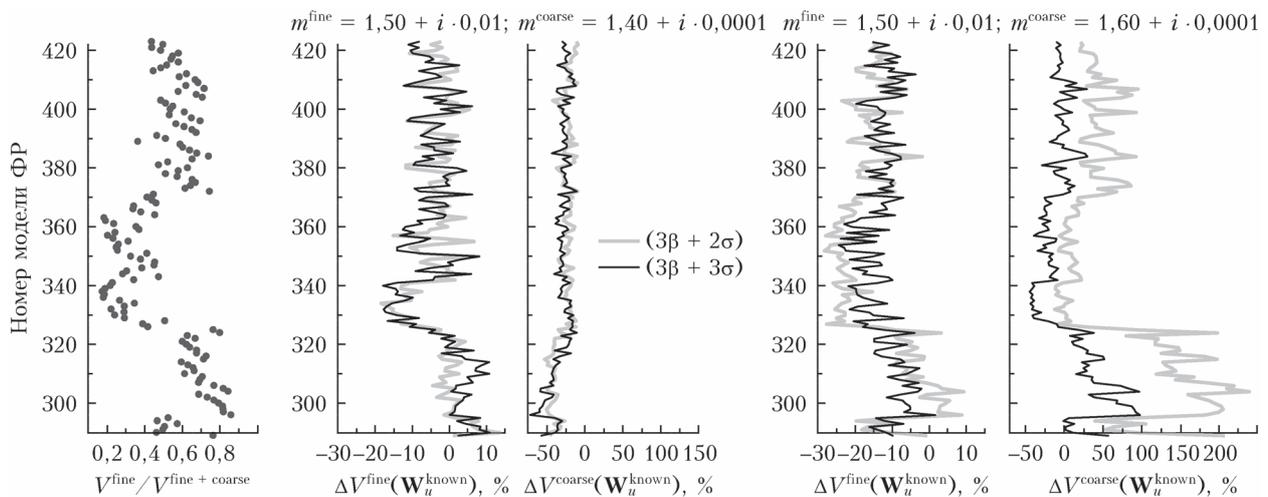


Рис. 1. Влияние единого в разных модах КПП на погрешности оценивания объемной концентрации частиц; матрица  $W_u$  известна

Анализ подтверждает более высокую точность оценивания параметров мелких частиц для обоих наборов и показывает близость значений  $\Delta V^i$  при выраженном влиянии МДФ на оптические коэффициенты (центральный фрагмент на рис. 1,  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} > m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ ). Возрастание вклада ГДФ в оптические параметры (правый фрагмент,  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} < m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ ) приводит к меньшим погрешностям для системы ( $3\beta + 3\sigma$ ). Результаты соответствуют «идеальной» интерпретации оптических коэффициентов согласно (5) + (4):  $\epsilon^{\text{meas}} \equiv 0$ ,  $\epsilon^{\text{math}} \neq 0$ , матрица  $\mathbf{W}_u$  известна. В каждой моде различие  $\Delta V^i(m_{\text{real}}^{\text{fine}} < m_{\text{real}}^{\text{coarse}})$  и  $\Delta V^i(m_{\text{real}}^{\text{fine}} > m_{\text{real}}^{\text{coarse}})$  может объясняться только несоответствием ядер для значения  $m^{\text{mean}}$ . Максимальные погрешности наблюдаются при одновременном выполнении условий: а)  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} > m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$  и  $V^{\text{fine}}/V^{\Sigma} < 0,35$  для мелких частиц; б)  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} < m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$  и  $V^{\text{fine}}/V^{\Sigma} > 0,75$  для крупных частиц.

### 3. Восстановление микрофизических характеристик в аэрозольных фракциях

Если  $m^{\text{fine}} \approx m^{\text{coarse}}$ , то можно корректно восстанавливать ФР и единый в разных модах КПП в области  $m_{\text{image}} < 0,015$  [25]. Когда  $m^{\text{fine}} \neq m^{\text{coarse}}$ , подход, описанный в разд. 1, используется на начальном этапе, поскольку различие действительной части в модах предопределяет расположение локальных минимумов функционала  $\Phi(m)$  на плоскости  $(m_{\text{real}}, m_{\text{image}})$  [26].

#### 3.1. Пример оценивания аэрозольной микроструктуры

Проанализируем деформацию  $U^{\text{mean}}(r)$  в локальных минимумах (5). В расчете оптических коэффициентов применялись фиксированные значения  $m^{\text{fine}} = 1,50 + i \cdot 0,01$ , обе части  $m^{\text{coarse}}$  варьировались. Функция распределения восстанавливалась согласно (4) с оценкой элементов  $\mathbf{W}_u^{-1}$ ,  $\epsilon^{\text{meas}} \equiv 0$ ,  $\epsilon^{\text{math}} \neq 0$ . На рис. 2 (цв. вкладка) визуальное представление локальных минимумов  $\Phi(m)$  соответствует логарифмической сетке 1 ( $0,0001 \leq m_{\text{image}} \leq 0,05$ ) и линейной сетке 2 ( $0,002 \leq m_{\text{image}} \leq 0,05$ ) (см. прил. 3), что разделяет регион низких значений  $M$  функционала  $\Phi(m)$  на две части. Верхняя, основная часть ( $m_{\text{real}} > 1,45$ ) связана со всеми частицами. В нижней части сказывается влияние крупных частиц, что обусловлено расширенным диапазоном области  $M$  вдоль оси  $m_{\text{real}}$ . Соответствующие профили  $U^{\text{mean}}(r)$  в локальных минимумах  $\Phi(m)$  показаны на рис. 3 (цв. вкладка). Для анализа целесообразно рассмотреть три области по радиусу частиц:  $r < 0,3$  мкм – мелкие частицы;  $0,3 \leq r \leq 1$  мкм – переходная зона;  $r > 1$  мкм – крупные частицы. Результаты, соответствующие  $m_{\text{real}}^{\text{coarse}} = 1,50$  и сопоставимые с  $m_{\text{real}}^{\text{coarse}} = 1,40$  вне переходной зоны, не приводятся.

Когда  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} > m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ , ядра со значениями  $m_k^{\text{mean}}$  – локальные минимумы  $\Phi(m)$  – в нижней части  $M$  деформируют обе фракции и приводят к появлению

так называемой ложной моды 1 в переходной зоне. В верхней части  $M$  параметры  $U_k^{\text{mean}}(r, m_k^{\text{mean}})$  сопоставимы с параметрами  $U^{\text{true}}(r)$  вне переходной зоны. Внутри переходной зоны мода 1 отсутствует, но проявляется иная, так называемая ложная мода 2, максимум которой совпадает с глобальным минимумом  $RR^{\text{true}}$  искомой  $U^{\text{true}}(r)$  в переходной зоне. Следовательно, минимум  $U_k^{\text{mean}}(r)$  смещается к большему значению  $r$ , т.е. справедливо  $RR^{\text{mean}} > RR^{\text{true}}$ . Величины  $m^{\text{mean}} + U^{\text{mean}}(r)$  являются корректной оценкой  $m^{\text{fine}} + U^{\text{fine}}(r)$  для  $r < 0,3$  мкм и слабо зависят от выбора  $J_{\text{max}} = 5$  или 6 (см. также центральную часть рис. 1).

Если  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} < m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ , область  $M$  отсутствует в нижней части функционала. В его верхней части не существует локального минимума, удовлетворяющего требованию  $m^{\text{mean}} \approx m^{\text{fine}}$  или  $m^{\text{mean}} \approx m^{\text{coarse}}$  для обеих частей КПП. Последствия «среднего»  $m$  заметны в правой части рис. 1, хотя более высокая точность оценивания параметров МДФ и допускает дальнейшее использование  $m^{\text{mean}} + U^{\text{mean}}(r)$ ,  $r < 0,3$  мкм. Смещение  $RR^{\text{true}}$  к меньшему значению  $r$  вновь слабо зависит от выбора  $J_{\text{max}}$ . В рассматриваемых наборах  $\sigma(\lambda_i)$  проявляются сравнимые ошибки параметров ФР для мелких частиц и слабо сопоставимые для крупных частиц.

#### 3.2. Погрешности восстанавливаемых параметров

Исследуем погрешности микрофизических характеристик при произвольном вкладе частиц различных фракций в их суммарную концентрацию. В расчете оптических коэффициентов вновь использовались фиксированные значения  $m^{\text{fine}} = 1,50 + i \cdot 0,01$  и изменялись значения  $m^{\text{coarse}}$ , а также  $U^{\text{true}}(r)$  (462 модели). Основное количество эмпирических моделей (339 из 462) соответствовало средним значениям  $0,35 \leq V^{\text{fine}}/V^{\Sigma} \leq 0,75$ ; 77 моделей – преобладанию ГДФ,  $V^{\text{fine}}/V^{\Sigma} < 0,35$ ; 46 моделей – доминированию МДФ,  $V^{\text{fine}}/V^{\Sigma} > 0,75$ . Восстановление проводилось согласно (5) + (4): в индивидуальной точке на плоскости  $(m_{\text{real}}, m_{\text{image}})$  элементы  $A_{jk}$  в (4) соответствовали единому в различных фракциях КПП; для каждой модели ФР оценивалась матрица  $\mathbf{W}_u^{-1}$ ,  $\epsilon^{\text{meas}} \equiv 0$ ,  $\epsilon^{\text{math}} \neq 0$ ; среднее (дисперсия) ошибок показано в табл. 2. Неточность показателя преломления целесообразно рассматривать по абсолютным погрешностям. Критерий относительных ошибок малоэффективен, поскольку  $\Delta m_{\text{real}}$  составляет единицы процентов, а  $\Delta m_{\text{image}}$  меняется от 35% ( $m_{\text{image}}^{\text{fine}} = 0,01$ ) до  $> 1000\%$  ( $m_{\text{image}}^{\text{coarse}} = 0,0001$ ).

Преобразуем ансамбль эмпирических моделей ФР по возрастанию объемного вклада МДФ в суммарную концентрацию частиц. Тонкие кривые на рис. 4 показывают вариацию составляющих  $m^{\text{mean}}$ , на рис. 5 –  $\Delta V^{\text{fine}}(m^{\text{mean}})$  и  $\Delta V^{\text{coarse}}(m^{\text{mean}})$ . Левая часть рисунков иллюстрирует модельный профиль  $V^{\text{fine}}/V^{\Sigma}$ , а также его искажения в стандартном (рис. 4) или измененном (рис. 5) ансамбле ФР.

Ошибки восстановления (среднее (дисперсия)) микрофизических параметров  
в различных фракциях

Параметр	$m^{\text{true}}$	$m_{\text{real}}^{\text{fine}} > m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$	
		$\delta m = m^{\text{mean}}(3\beta + 2\sigma) - m^{\text{true}}$	$\delta m = m^{\text{mean}}(3\beta + 3\sigma) - m^{\text{true}}$
$m_{\text{real}}$ (МДФ)	1,50 (0)	-0,0086 (0,015)	-0,0023 (0,019)
$m_{\text{image}}$ (МДФ)	0,01 (0)	-0,0033 (0,0020)	-0,0041 (0,0025)
$m_{\text{real}}$ (ГДФ)	1,40 (0)	0,0914 (0,015)	0,0977 (0,019)
$m_{\text{image}}$ (ГДФ)	0,0001 (0)	0,0066 (0,0020)	0,0058 (0,0025)
	$V^{\text{true}}$	$\Delta V(m^{\text{mean}}(3\beta + 2\sigma)), \%$	$\Delta V(m^{\text{mean}}(3\beta + 3\sigma)), \%$
$V^{\text{fine}}$	3,1 (2,3)	7,87 (3,87)	7,16 (4,71)
$V^{\text{coarse}}$	2,3 (2,0)	-17,83 (12,42)	-22,72 (10,75)
Параметр	$m^{\text{true}}$	$m_{\text{real}}^{\text{fine}} < m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$	
		$\delta m = m^{\text{mean}}(3\beta + 2\sigma) - m^{\text{true}}$	$\delta m = m^{\text{mean}}(3\beta + 3\sigma) - m^{\text{true}}$
$m_{\text{real}}$ (МДФ)	1,50 (0)	0,0631 (0,045)	0,0853 (0,033)
$m_{\text{image}}$ (МДФ)	0,01 (0)	-0,0004 (0,0056)	0,0026 (0,0031)
$m_{\text{real}}$ (ГДФ)	1,60 (0)	-0,0369 (0,045)	-0,0147 (0,033)
$m_{\text{image}}$ (ГДФ)	0,0001 (0)	0,0095 (0,0056)	0,0073 (0,0031)
	$V^{\text{true}}$	$\Delta V(m^{\text{mean}}(3\beta + 2\sigma)), \%$	$\Delta V(m^{\text{mean}}(3\beta + 3\sigma)), \%$
$V^{\text{fine}}$	3,1 (2,3)	-18,58 (3,71)	-17,07 (3,08)
$V^{\text{coarse}}$	2,3 (2,0)	31,42 (23,50)	-3,81 (15,74)

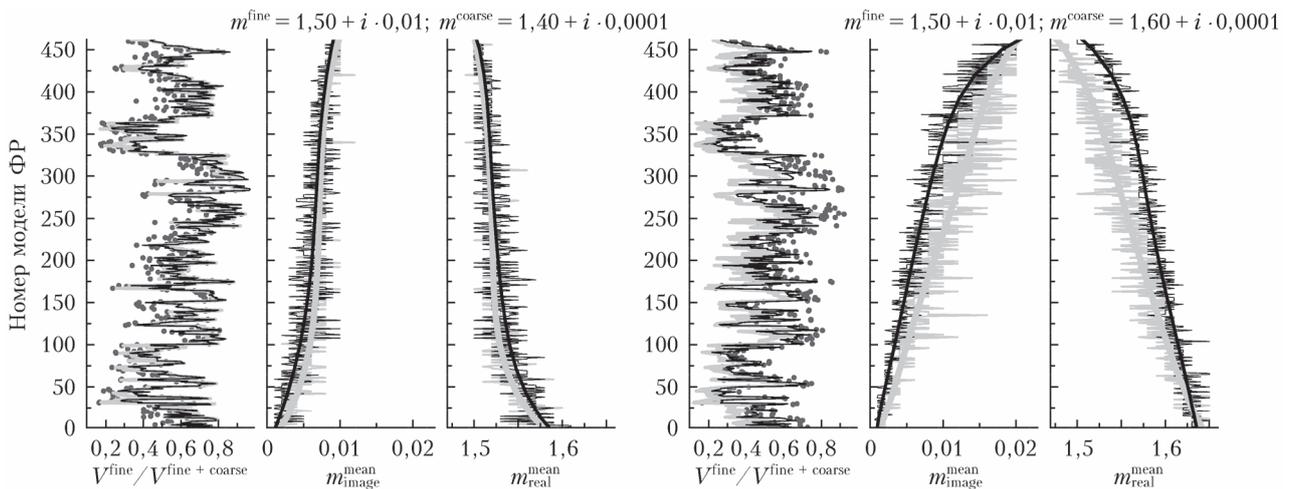


Рис. 4. Восстановленные компоненты показателя преломления, одновременно КПП и ФР: модель (точки);  $(3\beta + 2\sigma)$  (серая кривая);  $(3\beta + 3\sigma)$  (черная кривая).

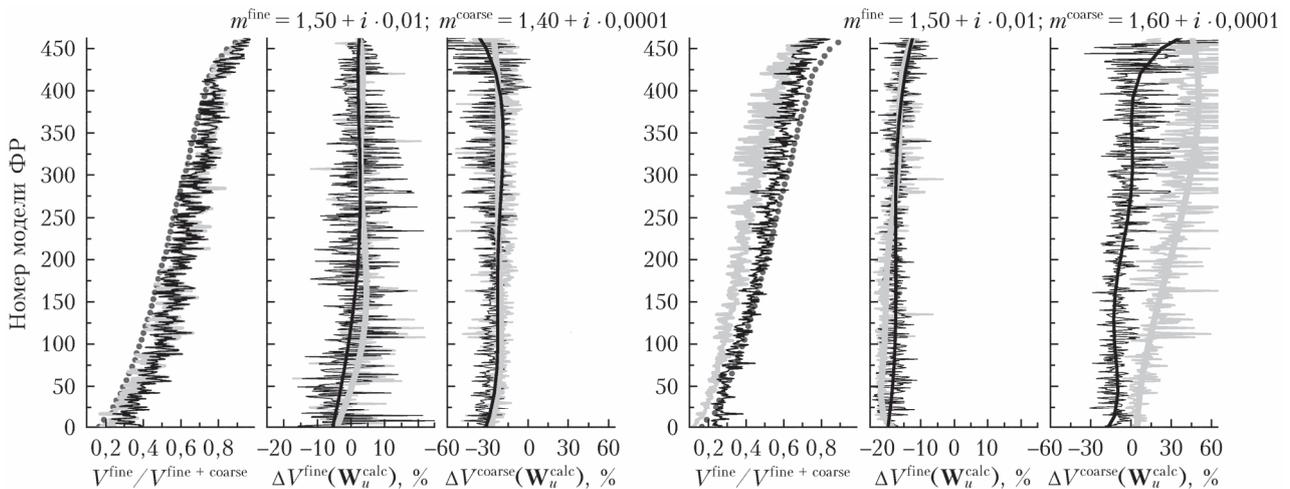


Рис. 5. Погрешности оценивания объемной концентрации частиц, одновременно КПП и ФР: модель (точки);  $(3\beta + 2\sigma)$  (серая кривая);  $(3\beta + 3\sigma)$  (черная кривая)

В центре и справа полужирные кривые соответствуют результату полиномиальной регрессии. Например, если справедливо  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} < m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ , среднее (дисперсия) коэффициента корреляции  $V^{\text{fine}}/V^{\Sigma}$  и  $m$  составляет: а) 0,89 (0,015) при  $2\sigma$  или 0,91 (0,010) при  $3\sigma$  для действительной компоненты КПП; б) 0,84 (0,0022) при  $2\sigma$  или 0,92 (0,0018) при  $3\sigma$  для мнимой.

Когда  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} > m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ , оба набора  $\sigma(\lambda_i)$  обеспечивают высокую достоверность ядер «среднего»  $m$  для мелких частиц. Максимальные положительные ошибки ФР наблюдаются при  $V^{\text{fine}}/V^{\Sigma} < 0,35$ ;  $\Delta V^{\text{fine}}(2\sigma) = 10,8\%$  (5,1) или  $\Delta V^{\text{fine}}(3\sigma) = 11,2\%$  (4,8); отрицательные – при  $V^{\text{fine}}/V^{\Sigma} > 0,75$ ;  $\Delta V^{\text{coarse}}(2\sigma) = -23,6\%$  (17,3) или  $\Delta V^{\text{coarse}}(3\sigma) = -29,1\%$  (20,2). Согласно разд. 4.2 в [26] для слабо поглощающих частиц преобразование ядер уравнений приведет к однозначному разделению КПП по фракциям и обеспечит правдоподобное восстановление  $U^{\text{fine}}(r)$  и  $U^{\text{coarse}}(r)$  в диапазоне от 0,05 до 8 мкм.

Если  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} < m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ , корректность  $m^{\text{mean}}$ , с одной стороны, не проявляется в какой-либо фракции ФР и приводит к разбросу его значений в диапазоне  $1,45 < m_{\text{real}} < 1,65$ ;  $5 \cdot 10^{-4} < m_{\text{image}} < 5 \cdot 10^{-2}$ . Разница в смещении обеих составляющих КПП для наборов  $\sigma(\lambda_i)$  заметна и при средних значениях  $V^{\text{fine}}/V^{\Sigma}$ . С другой стороны, обращение уравнений (1) априори характеризуется деформацией параметров ГДФ  $U^{\text{mean}}(r)$  [17–26, 28]. Средняя величина вклада частиц ( $0,35 < V^{\text{fine}}/V^{\Sigma} < 0,75$ ) приводит к значениям  $\Delta V^{\text{coarse}}(2\sigma) = 35,2\%$  (20,9) либо  $\Delta V^{\text{coarse}}(3\sigma) = -4,1\%$  (12,1); доминирование МДФ –  $\Delta V^{\text{coarse}}(2\sigma) = 50,8\%$  (25,8) либо  $\Delta V^{\text{coarse}}(3\sigma) = 15,8\%$  (29,1); преобладание ГДФ –  $\Delta V^{\text{coarse}}(2\sigma) = 6,0\%$  (6,7) либо  $\Delta V^{\text{coarse}}(3\sigma) = -12,1\%$  (7,5).

Чтобы выделить связь между погрешностями  $U(r, m^{\text{mean}})$  и используемым набором  $\sigma(\lambda_i)$ , проанализируем несоответствие среднегеометрического радиуса во фракциях и переходной зоне, представленное на рис. 6. Деформация среднегеометрического радиуса  $R^{\text{fine}}$  к меньшему значению  $r$  проявляется только при  $V^{\text{fine}}/V^{\Sigma} < 0,25$ , а также слабо за-

висит от значимых факторов, спектрального хода  $\sigma$  и разницы действительной части КПП в модах. Последняя характеристика оказывает влияние на искажение  $R^{\text{coarse}}$ : когда  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} > m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ , его среднее (дисперсия) составляет 3,2 мкм (1,36) для  $2\sigma$  или 3,1 мкм (1,39) для  $3\sigma$  при модельном значении 3,4 мкм (1,43), и уменьшение радиуса проявляется только при  $V^{\text{fine}}/V^{\Sigma} > 0,75$ . Если же  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} < m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ , деформация  $R^{\text{coarse}}$  более выражена; значения меняются на 2,3 мкм (1,45) для  $2\sigma$  или 2,5 мкм (1,46) для  $3\sigma$ , и различие набора  $\sigma(\lambda_i)$  заметно при  $V^{\text{fine}}/V^{\Sigma} > 0,60$ . Оба фактора изменяют глобальный минимум в переходной зоне. Когда  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} > m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ , оценка  $RR$  варьируется в широком диапазоне и приводит к большим значениям: 0,78 мкм (0,25) для  $2\sigma$  или 0,69 мкм (0,24) для  $3\sigma$  при модельном значении 0,57 мкм (0,14). Однако если  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} < m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ , смещение к меньшему значению  $r$  однозначно для произвольной функции распределения и составляет 0,35 мкм (0,078) для  $2\sigma$  или 0,44 мкм (0,068) для  $3\sigma$ . Данная особенность заметно разделяет погрешности  $U^{\text{coarse}}(r, m^{\text{mean}}, \sigma(\lambda_i))$ , см. нижнюю часть табл. 2 и рис. 3, 5.

Несоответствие  $m^{\text{mean}}$  трансформирует и оптические коэффициенты, соответствующие глобальному минимуму (5). Выраженное и разнонаправленное искажение  $\sigma^{\text{coarse}}$ ,  $\beta^{\text{coarse}}$  может объясняться только информационной недостаточностью измерений. В следующем разделе рассматривается деформация оптических коэффициентов, основанная на смещении оцениваемых величин  $m^{\text{mean}} + U(r, m^{\text{mean}})$ .

#### 4. Связь между микрофизическими характеристиками и оптическими параметрами

Оптические коэффициенты  $\beta(\lambda_i, z)$ ,  $\sigma(\lambda_i, z)$  сильно меняются вдоль трассы зондирования  $z_{\text{min}} \leq z \leq z_{\text{max}}$ . Анализ относительных параметров является более чувствительным инструментом, поскольку у них узкий диапазон изменения значений

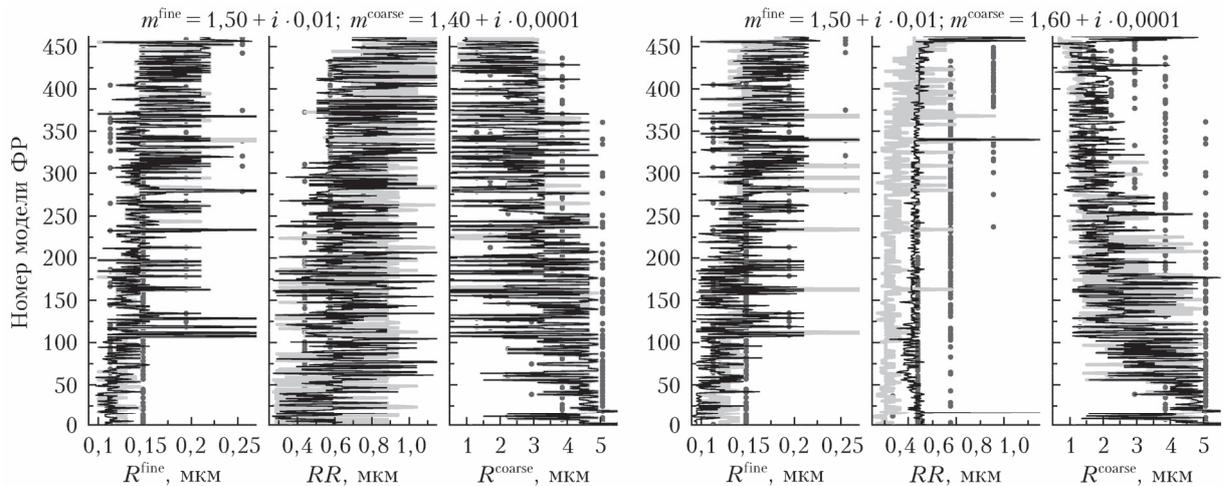


Рис. 6. Влияние оцениваемого показателя преломления на среднегеометрические радиусы частиц ФР: модель (точки);  $(3\sigma + 2\sigma)$  (серая кривая);  $(3\sigma + 3\sigma)$  (черная кривая); матрица  $W_u$  предварительно оценивается

и они связаны с микрофизическими характеристиками [17–26, 28]. В качестве таких параметров целесообразно рассматривать лидарное отношение  $Lr(\lambda_i, z) = \sigma(\lambda_i, z)/\beta(\lambda_i, z)$  и параметры Ангстрема

$$\eta_\beta(\lambda_i, \lambda_j, z) = \ln[\beta(\lambda_i, z)/\beta(\lambda_j, z)]/\ln[\lambda_j/\lambda_i],$$

$$\eta_\sigma(\lambda_i, \lambda_j, z) = \ln[\sigma(\lambda_i, z)/\sigma(\lambda_j, z)]/\ln[\lambda_j/\lambda_i].$$

Параметры Ангстрема являются показателями убывания по длине волны коэффициентов  $\beta$  и  $\sigma$ ; переменная  $z$  не имеет значения при анализе дальнейших результатов.

На рис. 7 и 8 представлена вариация значений  $Lr$ ,  $\eta_\beta$ ,  $\eta_\sigma$  в различных фракциях; модели  $m^{\text{fine}}$ ,  $m^{\text{coarse}}$ ,  $U^{\text{true}}(r)$ , использованные при построении табл. 2 и рис. 4–6, сохраняются. Когда  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} > m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$  и параметры МДФ определяют оптические величины, выбор  $(3\beta + 2\sigma)$  или  $(3\beta + 3\sigma)$  не существен: глобальный минимум (5) обеспечивает справедливость  $m^{\text{mean}} \approx m^{\text{fine}}$  и  $U^{\text{mean}}(r) \approx U^{\text{fine}}(r)$  в области  $r < 0,3$  мкм. Если же  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} < m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$  и доля ГДФ возрастает, искажение оцениваемых параметров мелких

частиц увеличивается, крупных — уменьшается, но большая информационная обеспеченность МДФ сохраняется.

В табл. 3 представлены среднее (дисперсия) искомым параметрам  $g_j^{\text{calc}}$  и их относительные ошибки. Анализ показывает, что искажение оптических коэффициентов сопоставимо с погрешностями ФР. При  $V^{\text{fine}}/V^\Sigma > 0,75$   $\Delta Lr^{\text{coarse}}(355 \text{ нм}) = 602\%$  (210),  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} > m_{\text{real}}^{\text{coarse}}/963\%$  (379),  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} < m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ . Неадекватность обусловлена разнородным искажением  $g_j^{\text{calc}}$ ; для 462 моделей их средние значения составляют:

- 1)  $\Delta\sigma^{\text{fine} + \text{coarse}} = 0,05\%$  (0,17)/0,06% (0,36);  
 $\Delta\sigma^{\text{fine}} = 1,1\%$  (0,95)/-1,7% (1,2);  
 $\Delta\sigma^{\text{coarse}} = -14,2\%$  (13)/68,1% (69);
- 2)  $\Delta\beta^{\text{fine} + \text{coarse}} = 0,12\%$  (0,43)/0,14% (0,84);  
 $\Delta\beta^{\text{fine}} = 18,7\%$  (8,7)/37,6% (23);  
 $\Delta\beta^{\text{coarse}} = -63,1\%$  (19)/-25,0% (17).

Если рассматривать параметры Ангстрема, целесообразно учитывать еще два фактора. Во-первых, искомые величины могут быть близки к нулю и значения  $n_\beta^{\text{coarse, true}}(355/532 \text{ нм}) = -3,8 \cdot 10^{-3}$

Таблица 3

Оптические параметры, соответствующие восстанавливаемым КПП + ФР, и их ошибки (среднее (дисперсия)) в МДФ/ГДФ

Параметр	$g^{\text{calc}}(m^{\text{true}} + U^{\text{true}})$	$g^{\text{calc}}(m^{\text{mean}} + U^{\text{mean}})$ система $(3\beta + 2\sigma)$	$g^{\text{calc}}(m^{\text{mean}} + U^{\text{mean}})$ система $(3\beta + 3\sigma)$
$m_{\text{real}}^{\text{fine}} > m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$			
$Lr(355 \text{ нм})$ , ср	66,6 (7,6)/13,5 (0,9)	56,5 (6,2)/35,5 (18)	56,2 (6,2)/33,5 (14)
$\Delta Lr(355)$ , %	—	-14,9 (5,9)/157 (138)*	-15,2 (6,6)/150 (115)*
$Lr(532 \text{ нм})$ , ср	64,8 (6,2)/16,1 (2,0)	56,0 (6,6)/23,7 (6,3)	56,4 (6,2)/21,5 (3,5)
$\Delta Lr(532)$ , %	—	-13,7 (5,4)/46,9 (51)*	-13,0 (5,9)/33,2 (28)*
$Lr(1064 \text{ нм})$ , ср	31,8 (7,3)/28,3 (7,2)	—	33,6 (7,8)/25,0 (5,5)
$\Delta Lr(1064)$ , %	—	—	5,8 (5,7)/-8,6 (10)
$\eta_\beta(355/532 \text{ нм})$	1,40 (0,2)/0,32 (0,2)	1,42 (0,1)/-1,10 (0,8)	1,43 (0,1)/-1,18 (0,8)
$\Delta\eta_\beta(355/532)$ , %	—	2,0 (5,6)/-331 (210)*	3,1 (6,3)/-386 (238)*
$\eta_\beta(532/1064 \text{ нм})$	1,21 (0,1)/0,55 (0,2)	1,39 (0,1)/-0,19 (0,5)	1,40 (0,1)/-0,16 (0,5)
$\Delta\eta_\beta(532/1064)$ , %	—	15,7 (7,1)/-109 (69)*	16,7 (9,8)/-106 (60)*
$\eta_\sigma(355/532 \text{ нм})$	1,46 (0,3)/-0,10 (0,1)	1,44 (0,3)/-0,05 (0,1)	1,43 (0,3)/-0,05 (0,1)
$\Delta\eta_\sigma(355/532)$ , %	—	-1,2 (2,2)/-124 (197)*	-2,0 (1,8)/-38,9 (229)*
$\eta_\sigma(532/1064 \text{ нм})$	2,26 (0,3)/-0,23 (0,1)	—	2,18 (0,3)/-0,27 (0,1)
$\Delta\eta_\sigma(532/1064)$ , %	—	—	-3,9 (3,7)/22,1 (49)
$m_{\text{real}}^{\text{fine}} < m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$			
$Lr(355 \text{ нм})$ , ср	66,6 (7,6)/5,7 (0,4)	48,6 (6,8)/26,1 (20)	47,1 (7,1)/17,8 (19)
$\Delta Lr(355)$ , %	—	-27,0 (7,6)/231 (172)*	-29,1 (8,5)/115 (77)*
$Lr(532 \text{ нм})$ , ср	64,8 (6,2)/4,9 (0,4)	47,4 (5,3)/12,8 (8,3)	50,9 (5,9)/9,6 (8,1)
$\Delta Lr(532)$ , %	—	-26,6 (6,9)/107 (71)*	-21,4 (6,0)/50,0 (35)*
$Lr(1064 \text{ нм})$ , ср	31,8 (7,3)/5,5 (0,8)	—	26,4 (5,3)/8,2 (1,6)
$\Delta Lr(1064)$ , %	—	—	-16,1 (6,7)/39,1 (26)
$\eta_\beta(355/532 \text{ нм})$	1,40 (0,2)/-0,43 (0,2)	1,50 (0,2)/-1,55 (0,6)	1,68 (0,3)/-1,41 (0,4)
$\Delta\eta_\beta(355/532)$ , %	—	8,3 (16)/268 (160)*	21,2 (15)/235 (141)*
$\eta_\beta(532/1064 \text{ нм})$	1,21 (0,1)/-0,04 (0,2)	1,48 (0,1)/-0,43 (0,5)	1,46 (0,2)/-0,23 (0,5)
$\Delta\eta_\beta(532/1064)$ , %	—	23,4 (11)/96 (263)*	21,6 (13)/19,5 (254)*
$\eta_\sigma(355/532 \text{ нм})$	1,46 (0,3)/-0,07 (0,1)	1,55 (0,3)/-0,07 (0,05)	1,48 (0,3)/-0,11 (0,04)
$\Delta\eta_\sigma(355/532)$ , %	—	6,4 (2,9)/3,4 (467)*	1,6 (1,8)/0,2 (485)*
$\eta_\sigma(532/1064 \text{ нм})$	2,26 (0,3)/-0,18 (0,1)	—	2,43 (0,3)/-0,18 (0,1)
$\Delta\eta_\sigma(532/1064)$ , %	—	—	7,1 (4,0)/2,4 (30)

\*  $V^{\text{fine}}/V^\Sigma < 0,75$ .

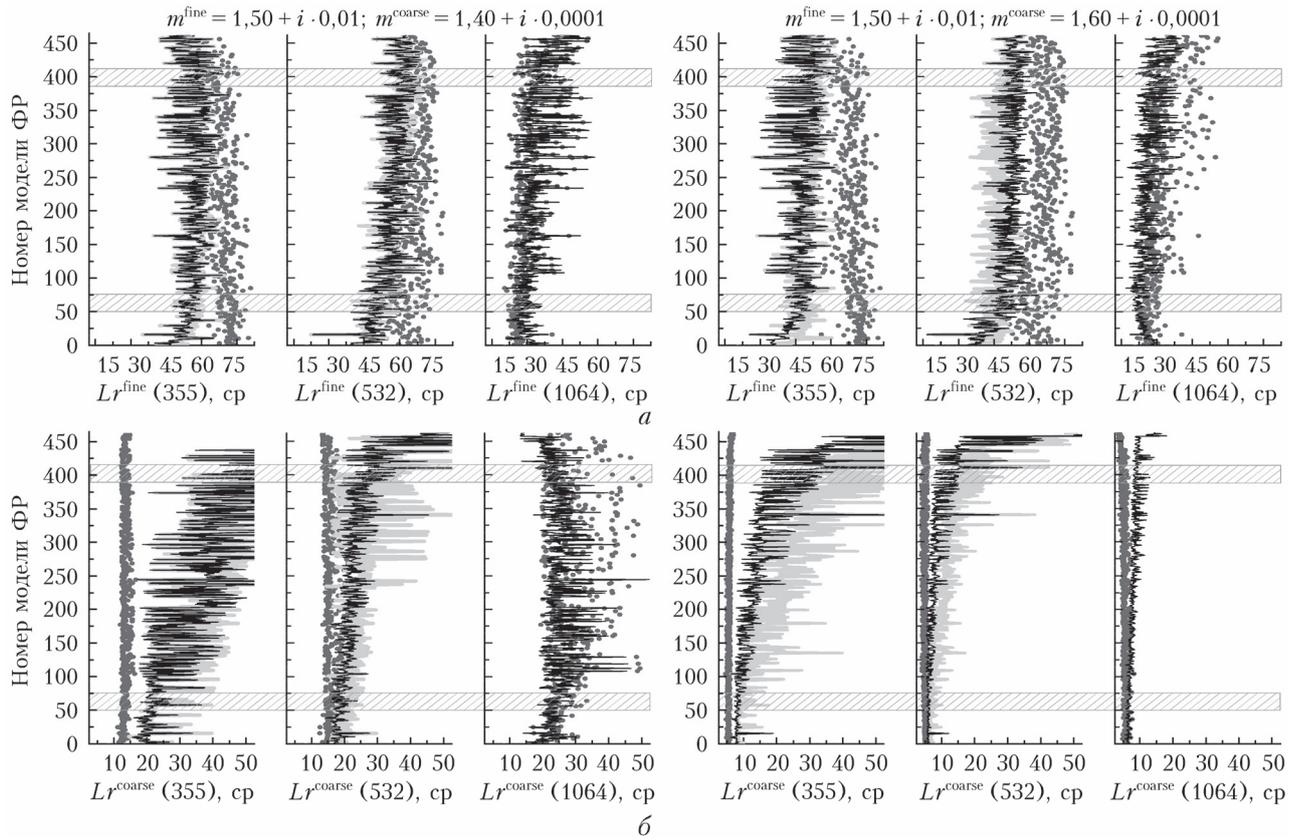


Рис. 7. Искажение лидарного отношения  $Lr(\lambda_i)$ , соответствующего восстановленным КПП и ФР для *a* – мелкодисперсной, *b* – грубодисперсной фракцией: модель (точки);  $(3\beta + 2\sigma)$  (серая кривая);  $(3\beta + 3\sigma)$  (черная кривая)

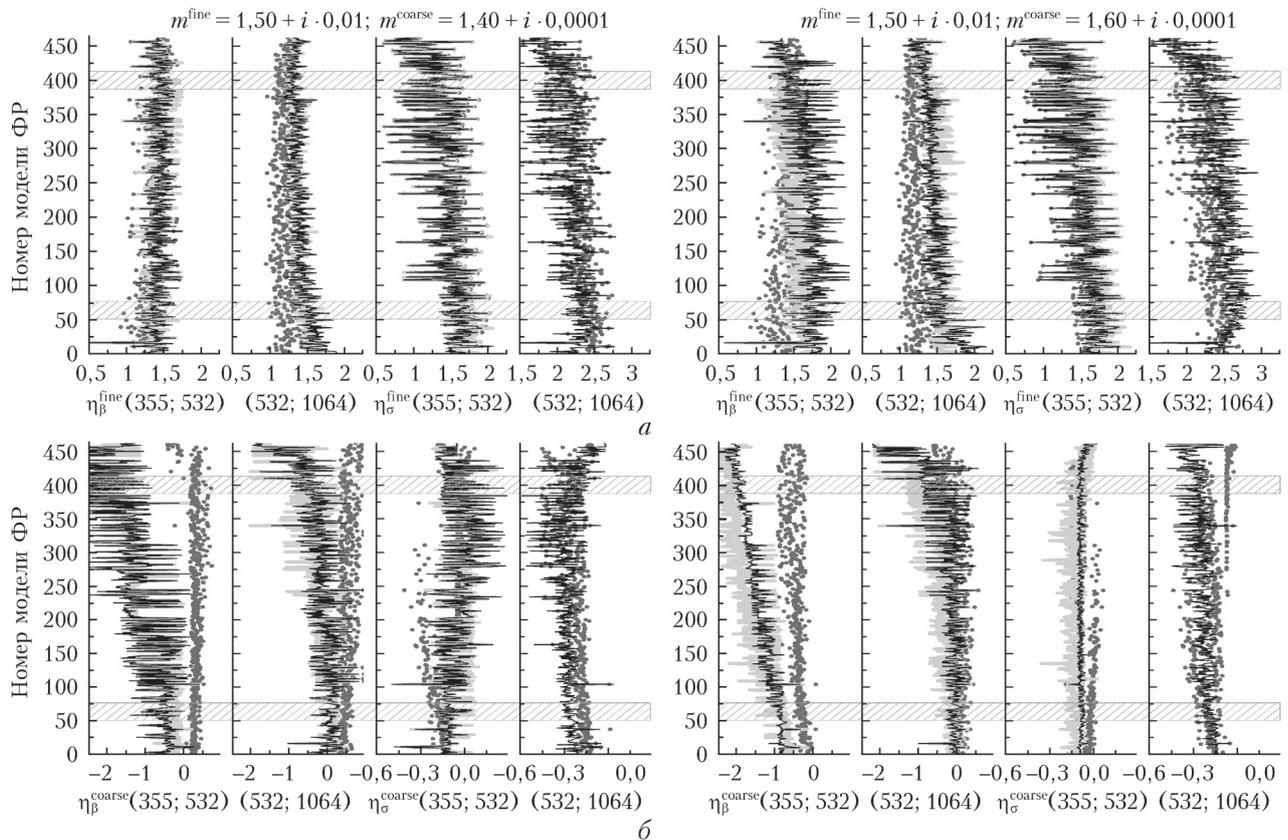


Рис. 8. То же, что и на рис. 7, для параметра Ангрстрема  $\eta(\lambda_i; \lambda_j)$

(№ 444;  $V^{\text{fine}}/V^{\Sigma} = 0,82$ ) или  $n_{\sigma}^{\text{coarse, true}}(355/532) = 3,5 \cdot 10^{-5}$  (№ 456; 0,88) неизбежно приводят к погрешностям  $> 1000\%$  (см. раздел 3.2). Во-вторых, только параметры  $n_{\sigma}^{\text{fine}}(355/532)$  и  $n_{\sigma}^{\text{coarse}}(532/1064)$  характеризуются минимальными фракционными искажениями при произвольных значениях  $V^{\text{fine}}/V^{\Sigma}$ .

Раздельное определение  $m^{\text{fine}}$  и  $m^{\text{coarse}}$  подразумевает минимизацию собственного для каждой моды функционала. Построение аналога (5) + (4) приводит к необходимости априорного деления измеряемых величин по фракциям. Однако использование бимодальной функции распределения позволяет отказаться от данного подхода, и микрофизические параметры МДФ играют далее апостериорную роль. Восстановление фракционных  $m + U(r)$  основывается на преобразовании элементов  $A_{jk}$  в (4). Верхняя половина столбцов не меняется, поскольку предполагается  $m^{\text{fine}} \cong m^{\text{mean}}$ . Нижняя половина варьируется в каждой точке на плоскости ( $m_{\text{real}}, m_{\text{image}}$ ), что обеспечивает методическое деление ядер (1) по фракциям. Подход разработан для слабопоглощающих частиц. Есть надежда, что выделенная особенность величин  $\eta_{\sigma}^{\text{fine}}(355/532)$  и  $\eta_{\sigma}^{\text{coarse}}(532/1064)$  допускает построение функционала, обеспечивающего правдоподобие КПП и ФР для произвольных значений показателя поглощения.

## Заключение

В настоящей работе исследуются возможности и преимущества дополнительного канала комбинационного рассеяния при зондировании атмосферы на длинах волн 355–1064 нм. Фокус направлен на совместное восстановление единого в разных модах показателя преломления и бимодальной функции распределения с учетом их различных ошибок при  $m^{\text{fine}} \neq m^{\text{coarse}}$ . Некорректность обратной задачи, предопределенная информационной недостаточностью измерений, выражена для ГДФ, и разница набора  $\sigma$  наблюдается именно для них. Неоднозначность единого для разных мод  $m^{\text{mean}}$  обусловлена различием действительной части искомого  $m^{\text{fine}}$  и  $m^{\text{coarse}}$ . Когда  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} > m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ , параметры МДФ определяют оптические величины, оценка  $m^{\text{mean}} \approx m^{\text{fine}}$  корректна и выбор  $(3\beta + 2\sigma)$  или  $(3\beta + 3\sigma)$  не существен. Если  $m_{\text{real}}^{\text{fine}} < m_{\text{real}}^{\text{coarse}}$ , доля ГДФ возрастает, несоответствие  $m^{\text{mean}}$  наблюдается для обеих фракций. Большая обусловленность МДФ сохраняется и обеспечивает выполнение  $U^{\text{fine}}(r, (3\beta + 2\sigma)) \approx U^{\text{fine}}(r, (3\beta + 3\sigma))$ . Однако расширение спектрального диапазона КР-каналов приводит к выражено меньшим ошибкам восстанавливаемой  $U^{\text{coarse}}(r, (3\beta + 3\sigma))$  и ее параметров  $V^{\text{coarse}}, R^{\text{coarse}}$ .

При слабопоглощающих частицах последующее преобразование ядер интегральных уравнений разделяет  $m + U(r)$  по фракциям для произвольных  $m_{\text{real}}$ . При большем показателе поглощения требуется еще один функционал  $\Phi(m)$ , обеспечивающий иное расположение локальных минимумов на плоскости ( $m_{\text{real}}, m_{\text{image}}$ ). Совмещение функционалов приводит к сужению области допустимых значений КПП

и, следовательно, к более точной оценке  $m$ . Параметры Ангстрема для коэффициентов  $\beta$  и  $\sigma$  удовлетворяют указанному требованию, однако  $\eta_{\sigma}^{\text{fine}}(355/532)$  и  $\eta_{\sigma}^{\text{coarse}}(532/1064)$  характеризуются минимальными фракционными искажениями при различных функциях распределения. Мы уверены, что наличие дополнительного КР-канала обеспечит правдоподобное восстановление  $U^{\text{fine}}(r) + U^{\text{coarse}}(r)$  для произвольных значений обеих компонент показателя преломления.

**Благодарности.** Авторы считают своим долгом высказать искреннюю благодарность анонимным рецензентам, рекомендации которых помогли улучшить статью.

**Финансирование.** Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (соглашение № 075-15-2021-934).

## Приложение 1

Известно, что ни один прибор не обладает информационной достаточностью при измерении параметров атмосферного аэрозоля, размер частиц которого варьируется от 0,001 до сотен микрометров. По данным лидарного зондирования, оценка параметров МДФ корректна для  $r_{\text{min}} = 0,03–0,05$  мкм; параметры ГДФ определяются с допустимой погрешностью до  $r_{\text{max}} = 8–10$  мкм. В разработанных алгоритмах значение  $r_{\text{min}} = 0,04$  мкм фиксировано,  $r_{\text{max}}$  меняется от 7,5 до 10 мкм с шагом 0,5 мкм. Согласно [17. Р. 2348] базисные функции  $B_k(r)$  являются треугольными В-сплайнами 1-й степени на логарифмической шкале. Для модельных расчетов и интерпретации измерений используются по шесть значений для мелких ( $r_{k=1+6} = 0,067; 0,10; 0,16; 0,24; 0,36; 0,56$  мкм) и крупных ( $r_{k=7+12} = 0,72; 1,08; 1,62; 2,42; 3,36; 5,42$  мкм) частиц.

## Приложение 2

Матрица  $\mathbf{W}_u^{-1}$ , рассчитанная по известным весовым коэффициентам  $u_k$ , учитывает наличие двух фракций и не является диагональной. К изменению параметров МДФ чувствительны элементы  $\mathbf{W}_u^{-1}$ , расположенные на главной и соседних диагоналях. Для ГДФ (прежде всего параметр  $R^{\text{coarse}}$ ) чувствительность проявляется для противоположных элементов [33. Fig. 4]. Определение  $\mathbf{W}_u$  основывается на несмещенной и раздельной оценке весовых коэффициентов  $w_k$  искомого  $\mathbf{u}$ .  $U^{\text{coarse}}(r)$  аппроксимируется параболой  $b_0 + b_1 \ln r + b_2 (\ln r)^2$ , параметры  $b_i$  оцениваются методом наименьших квадратов с учетом выполнения  $\mathbf{g}^{\text{coarse}} = \mathbf{g} - \mathbf{g}^{\text{fine}} \cong \mathbf{g} - A_{jk}^{\text{fine}} w_k^{\text{fine}}$ .

Величина  $RR^{\text{coarse}} \approx \exp(-0,5b_1/b_2)$  совпадает с  $R^{\text{coarse}}$  для  $0,6 \leq RR^{\text{coarse}} \leq 3,0$  мкм, и параболическая аппроксимация обеспечивает корректность  $w_k^{\text{coarse}}$ . Когда  $RR^{\text{coarse}} \notin [0,6 \text{ мкм}; 3,0 \text{ мкм}]$ , используются первые моменты ансамбля эмпирических моделей. Разделение ансамбля по  $R^{\text{coarse}}$  приводит к 146 моделям из 462 при  $RR^{\text{coarse}} > 3,0$  мкм ( $R^{\text{coarse}} = 3,36$  мкм) или 104 моделям при  $RR^{\text{coarse}} < 0,6$  мкм

( $R^{\text{coarse}} = 5,42$  мкм). Искомые коэффициенты  $\mathbf{w} = \mathbf{C}\boldsymbol{\mu}_u$ , константа учитывает выполнение  $\mathbf{g} = \mathbf{g}^{\text{fine}} + \mathbf{g}^{\text{coarse}}$ ;  $W_{u,ij} \approx w_{k,i} w_{k,j}$  [34. Разд. 2]. Поскольку определитель  $\det(\mathbf{W}_u) \neq 0$ , при вычислении обратной матрицы используется выражение  $\mathbf{W}_u(\gamma) = \mathbf{W}_u + \gamma \mathbf{I}$ ,  $\gamma \approx 10^{-10}$ .

### Приложение 3

В прямой минимизации функционалов факторы эффективности рассчитываются в диапазоне радиуса частиц  $r_{\min} = 0,01 < r < 10$  мкм =  $r_{\max}$  с шагом  $\Delta = 0,005$ . Для индивидуального значения показателя преломления на непрерывную плоскость ( $m_{\text{real}}$ ,  $m_{\text{image}}$ ) накладываются различные двумерные сетки:

– сетка 1, линейная шкала  $m_{\text{real}}$ , логарифмическая часть  $m_{\text{image}}$  на рис. 2;

$$m_{\text{real}} = 1,30-1,70; \Delta = 0,01; N_{\text{real}} = 41;$$

$$m_{\text{image}} = 1 \cdot 10^{-4}, 2 \cdot 10^{-4}, \dots, 4 \cdot 10^{-2}, 5 \cdot 10^{-2};$$

$N_{\text{image}} = 25; N = N_{\text{real}}N_{\text{image}} = 1025$  точек всего;

– сетка 2, линейная шкала  $m_{\text{real}}$ , линейная часть  $m_{\text{image}}$  на рис. 2;

$m_{\text{real}} = 1,30-1,70; \Delta = 0,02; N_{\text{real}} = 21$  для фиксированного значения  $m_{\text{real}}$ ;

$m_{\text{image}} = 0,002-0,05; \Delta = 0,002; N_{\text{image}} = 25; N = N_{\text{real}}N_{\text{image}} = 525$  точек всего.

### Список литературы

- Holben B.N., Eck T.F., Slutsker I., Tanré D., Buis J.P., Setzer A., Vermote E., Reagan J.A., Kaufman Y., Nakajima T., Lavenue F., Jankowiak I., Smirnov A. AERONET – a federated instrument network and data archive for aerosol characterization // Rem. Sens. Environ. 1998. V. 66. P. 1–16.
- Dubovik O., King M.D. A flexible inversion algorithm for retrieval of aerosol optical properties from Sun and sky radiance measurements // J. Geophys. Res. 2000. V. 105. P. 20673–20696.
- Dubovik O., Sinyuk A., Lapyonok T., Holben B.N., Mishchenko M., Yang P., Eck T.F., Volten H., Muñoz O., Veihelmann B., van der Zande W.J., Leon J.-F., Sorokin M., Slutsker I. Application of spheroid moments to account for aerosol particle nonsphericity in remote sensing of desert dust // J. Geophys. Res. 2006. V. 111. P. D11208. DOI: 10.1029/2005D006619.
- Dubovik O., Li Z., Mishchenko M.I., Tanré D., Karol Y., Bojkov B., Cairns B., Diner D.J., Espinosa W.R., Goloub P., Gu X., Hasekamp O., Hong J., Hou W., Knobelspiesse K.D., Landgraf J., Li L., Litvinov P., Liu Y., Lopatin A., Marbach T., Maring H., Martins V., Meijer Y., Milinevsky G., Mukai S., Parol F., Qiao Y., Remer L., Rietjens J., Sano I., Stammes P., Stammes S., Sun X., Tabary P., Travis L.D., Waquet F., Xu F., Yan C., Yin D. Polarimetric remote sensing of atmospheric aerosols: Instruments, methodologies, results, and perspectives // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 2019. V. 224. P. 474–511. DOI: 10.1016/j.jqsrt.2018.11.024.
- Espinosa W.R., Martins J.V., Remer L.A., Dubovik O., Lapyonok T., Fuertes D., Puthukkudy A., Orozco D., Ziemba L., Thornhill K.L., Levy R. Retrievals of aerosol size distribution, spherical fraction, and complex refractive index from airborne in situ angular light scattering and absorption measurements // J. Geophys. Res. Atmos. 2019. V. 124. P. 7997–8024. DOI: 10.1029/2018JD030009.
- Li L., Dubovik O., Derimian Y., Schuster G.L., Lapyonok T., Litvinov P., Ducos F., Fuertes D., Chen C., Li Z., Lopatin A., Torres B., Che H. Retrievals of fine mode light-absorbing carbonaceous aerosols from POLDER/PARASOL observations over East and South Asia // Remote Sens. Environ. 2020. V. 247. P. 111913. DOI: 10.1016/j.rse.2020.111913.
- Lopatin A., Dubovik O., Fuertes D., Stenchikov G., Lapyonok T., Veselovskii I., Wienhold F.G., Shevchenko I., Hu Q., Parajuli S. Synergy processing of diverse ground-based remote sensing and in situ data using the GRASP algorithm: Applications to radiometer, lidar and radiosonde observations // Atmos. Meas. Tech. 2021. V. 14. P. 2575–2614. DOI: 10.5194/amt-14-2575-2021.
- Bösenberg J., Ansmann A., Baldasano J.M., Balis D., Böckmann C., Calpini B., Chaikovskiy A., Flamant P., Hågård A., Mitev V., Papayannis A., Pelon J., Resendes D., Schneider J., Spinelli N., Trickl T., Vaughan G., Visconti G., Wiegner M. EARLINET: A European aerosol research lidar network // Advances in Laser Remote Sensing / A. Dabas, C. Loth, J. Pelon (eds.). Editions de L'École Polytechnique, 2000. P. 155–158.
- Murayama T., Sugimoto N., Uno I., Kinoshita K., Aoki K., Hagiwara N., Liu Z., Matsui I., Sakai T., Shibata T., Arao K., Sohn B.-J., Won J.-G., Yoon S.-C., Li T., Zhou J., Hu H., Abo M., Iokibe K., Koga R., Iwasaka Y. Ground-based network observation of Asian dust events of April 1998 in East Asia // J. Geophys. Res. 2001. V. 106. P. 18345–18359.
- Welton E.J., Campbell J.R., Spinhirne J.D., Scott V.S. Global monitoring of clouds and aerosols using a network of micro-pulse lidar systems // Proc. SPIE. 2001. V. 4153. P. 151–158. URL: <https://mplnet.gsfc.nasa.gov>.
- Chaikovskiy A.P., Ivanov A.P., Balin Yu.S., Elnikov A.V., Tulinov G.F., Plusnin I.I., Bukin O.A., Chen B.B. CIS-LINET – Lidar NETWORK for monitoring aerosol and ozone in CIS regions // Reviewed and Revised Papers Presented at the 23d ILRC / C. Nagasava, N. Sugimoto (eds.). Nara, Japan, 2006. P. 671–672.
- Wandinger U., Freudenthaler V., Baars H., Amodeo A., Engelmann R., Mattis I., Groß S., Pappalardo G., Giunta A., D'Amico G., Chaikovskiy A., Osipenko F., Slesar A., Nicolae D., Belegante L., Talianu C., Serikov I., Linné H., Jansen F., Apituley A., Wilson K.M., de Graaf M., Trickl T., Giehl H., Adam M., Comerón A., Muñoz-Porcar C., Rocadenbosch F., Sicard M., Tomás S., Lange D., Kumar D., Pujadas M., Molero F., Fernández A.J., Alados-Arboledas L., Bravo-Aranda J.A., Navas-Guzmán F., Guerrero-Rascado J.L., Granados-Muñoz M.J., Preißler J., Wagner F., Gausa M., Grigorov I., Stoyanov D., Iarlori M., Rizi V., Spinelli N., Boselli A., Wang X., Lo Feudo T., Perrone M.R., de Tomasi F., Burlizzi P. EARLINET instrumentation campaigns: Overview on strategy and results // Atmos. Meas. Tech. 2016. V. 9. P. 1001–1023. DOI: 10.5194/amt-9-1001-2016.
- Burton S.P., Chemyakin E., Liu X., Knobelspiesse K., Stammes S., Sawamura P., Moore R.H., Hostetler Ch.A., Ferrare R.A. Information content and sensitivity of the ( $3\beta + 2\sigma$ ) lidar measurement system for aerosol microphysical retrievals // Atmos. Meas. Tech. 2016. V. 9. P. 5555–5574. DOI: 10.5194/amt-9-5555-2016.
- Tesche M., Kolgotin A., Haarrig M., Burton S.P., Ferrare R.A., Hostetler C.A., Müller D. 3 + 2 + X: What is the most useful depolarization input for retrieving microphysical properties of non-spherical particles from

- lidar measurements using the spheroid model of Dubovik et al. (2006)? // *Atmos. Meas. Tech.* 2019. V. 12. P. 4421–4437. DOI: 10.5194/amt-12-4421-2019.
15. Veselovskii I., Whiteman D.N., Korenskiy M., Suvarina A., Pérez-Ramírez D. Use of rotational Raman measurements in multiwavelength aerosol lidar for evaluation of particle backscattering and extinction // *Atmos. Meas. Tech.* 2015. V. 8. P. 4111–4122. DOI: 10.5194/amt-8-4111-2015.
  16. Haariq M., Engelmann R., Ansmann A., Veselovskii I., Whiteman D.N., Althausen D. 1064 nm Raman lidar for extinction and lidar ratio profiling: Cirrus case study // *Atmos. Meas. Tech.* 2016. V. 9. P. 4269–4278. DOI: 10.5194/amt-9-4269-2016.
  17. Müller D., Wandinger U., Ansmann A. Microphysical particle parameters from extinction and backscatter lidar data by inversion with regularization: Theory // *Appl. Opt.* 1999. V. 38. P. 2346–2357.
  18. Böckmann C. Hybrid regularization method for the ill-posed inversion of multiwavelength lidar data in the retrieval of aerosol size distribution // *Appl. Opt.* 2001. V. 40. P. 1329–1342.
  19. Veselovskii I., Kolgotin A., Griaznov V., Müller D., Franke K., Whiteman D.M. Inversion of multiwavelength Raman lidar data for retrieval of bimodal aerosol size distribution // *Appl. Opt.* 2004. V. 43. P. 1180–1195.
  20. Müller D., Böckmann C., Kolgotin A., Schneidenbach L., Chemyakin E., Rosemann J., Znak P., Romanov A. Microphysical particle properties derived from inversion algorithm developed in the framework of EARLINET // *Atmos. Meas. Tech.* 2016. V. 9. P. 5007–5035. DOI: 10.5194/amt-9-5007-2016.
  21. Sawamura P., Moore R.H., Burton S.P., Chemyakin E., Müller D., Kolgotin A., Ferrare R.A., Hostetler Ch.A., Ziemba L.D., Beyersdorf A.J., Anderson B.E. HSRL-2 aerosol optical measurements and microphysical retrievals vs. airborne *in situ* measurements during DISCOVER-AQ 2013: An intercomparison study // *Atmos. Chem. Phys.* 2017. V. 17. P. 7229–7243. DOI: 10.5194/acp-17-7229-2017.
  22. Müller D., Chemyakin E., Kolgotin A., Ferrare R.A., Hostetler C.A., Romanov A. Automated, unsupervised inversion of multiwavelength lidar data with TiARA: Assessment of retrieval performance of microphysical parameters using simulated data // *Appl. Opt.* 2019. V. 58. P. 4981–5008. DOI: 10.1364/AO.58.004981.
  23. Pérez-Ramírez D., Whiteman D.N., Veselovskii I., Korenskiy M., Colarco P., Da Silva A. Optimized profile retrievals of aerosol microphysical properties from simulated spaceborne multiwavelength lidar // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer.* 2020. V. 246. P. 106932. DOI: 10.1016/j.jqsrt.2020.106932.
  24. Veselovskii I., Hu Q., Goloub P., Podvin T., Korenskiy M., Derimian Y., Legrand M., Castellanos P. Variability in lidar-derived particle properties over West Africa due to changes in absorption: Towards an understanding // *Atmos. Chem. Phys.* 2020. V. 20. P. 6563–6581. DOI: 10.5194/acp-20-6563-2020.
  25. Samoiloa S.V., Penner I.E., Kokhanenko G.P., Balin Yu.S. Simultaneous reconstruction of two microphysical aerosol characteristics from the lidar data // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer.* 2019. V. 222–223. P. 35–44. DOI: 10.1016/j.jqsrt.2018.10.014.
  26. Samoiloa S.V., Penner I.E., Balin Yu.S. Separate retrieval of microphysical characteristics in aerosol fraction // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer.* 2022. V. 285. P. 108168-(1–14). DOI: 10.1016/j.jqsrt.2022.108168.
  27. Haariq M., Ansmann A., Baars H., Jimenez C., Veselovskii I., Engelmann R., Althausen D. Depolarization and lidar ratios at 355, 532, and 1064 nm and microphysical properties of aged tropospheric and stratospheric Canadian wildfire smoke // *Atmos. Chem. Phys.* 2018. V. 18. P. 11847–11861. DOI: 10.5194/acp-18-11847-2018.
  28. McLean W.G.K., Fu G., Burton S.P., Hasekamp O.P. Retrieval of aerosol microphysical properties from atmospheric lidar sounding: An investigation using synthetic measurements and data from the ACEPOL campaign // *Atmos. Meas. Tech.* 2021. V. 14. P. 4755–4771. DOI: 10.5194/amt-14-4755-2021.
  29. Зуев В.Е., Наац И.Э. Обратные задачи лазерного зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1983. 240 с.
  30. Bohren F.C., Huffman D.R. Absorption and Scattering of Light by Small Particles. New York: John Wiley & Sons Inc., 1983. 530 p.
  31. Турчин В.Ф., Козлов В.П., Малкевич М.С. Использование методов математической статистики для решения некорректных задач // *Успехи физ. наук.* 1970. Т. 102, вып. 3. С. 345–386.
  32. Василенко Г.И. Теория восстановления сигналов. М.: Сов. радио, 1979. 272 с.
  33. Samoiloa S.V., Sviridenkov M.A., Penner I.E. Retrieval of the particle size distribution function from the data of lidar sensing under the assumption of known refractive index // *Appl. Opt.* 2016. V. 55. P. 8022–8029. DOI: 10.1364/AO.55.008022.
  34. Самойлова С.В. Совместное восстановление комплексного показателя преломления и функции распределения частиц по размерам по лидарным измерениям: тестирование разработанных алгоритмов // *Оптика атмосф. и океана* 2019. Т. 32, № 7. С. 525–538; Samoiloa S.V. Simultaneous reconstruction of the complex refractive index and the particle size distribution function from lidar measurements: Testing the developed algorithms // *Atmos. Ocean. Opt.* 2019. V. 32, N 6. P. 628–642.
  35. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 285 с.

**S.V. Samoiloa, G.P. Kokhanenko, Yu.S. Balin. The advantages of an additional Raman channel in multi-wavelength lidar within 355–1064 nm for retrieval of the aerosol microphysical characteristics.**

In the present work, we have studied the potentials of an additional Raman channel in the IR region of spectrum for the determination of the aerosol microphysical parameters. A procedure is suggested for simultaneous retrieving the characteristics of a spherical particle, the complex refractivity index  $m = m_{\text{real}} + i \cdot m_{\text{image}}$  and the bimodal size distribution function  $U(r)$ , using laser sensing data. A possibility of a separate fraction-wise estimation of  $m + U(r)$  is studied for weakly absorbing particles for  $m_{\text{image}} \leq 0.010$ , when  $m^{\text{fine}} \neq m^{\text{coarse}}$ . The algorithms are tested for one  $m^{\text{fine}} = 1.50 + i \cdot 0.01$  and nine  $m^{\text{coarse}}$  ( $m_{\text{real}} = 1.40, 1.50, \text{ and } 1.60$ ,  $m_{\text{image}} = 0.0001$  and  $0$ ;  $m_{\text{real}} = 1.40, 1.50, \text{ and } 1.60$ ;  $m_{\text{image}} = 0.0001, 0.001, \text{ and } 0.01$ ). In order to take into account the influence of the contribution from the modal particles into the total concentration, 462 empirical models of  $U(r)$  are used.

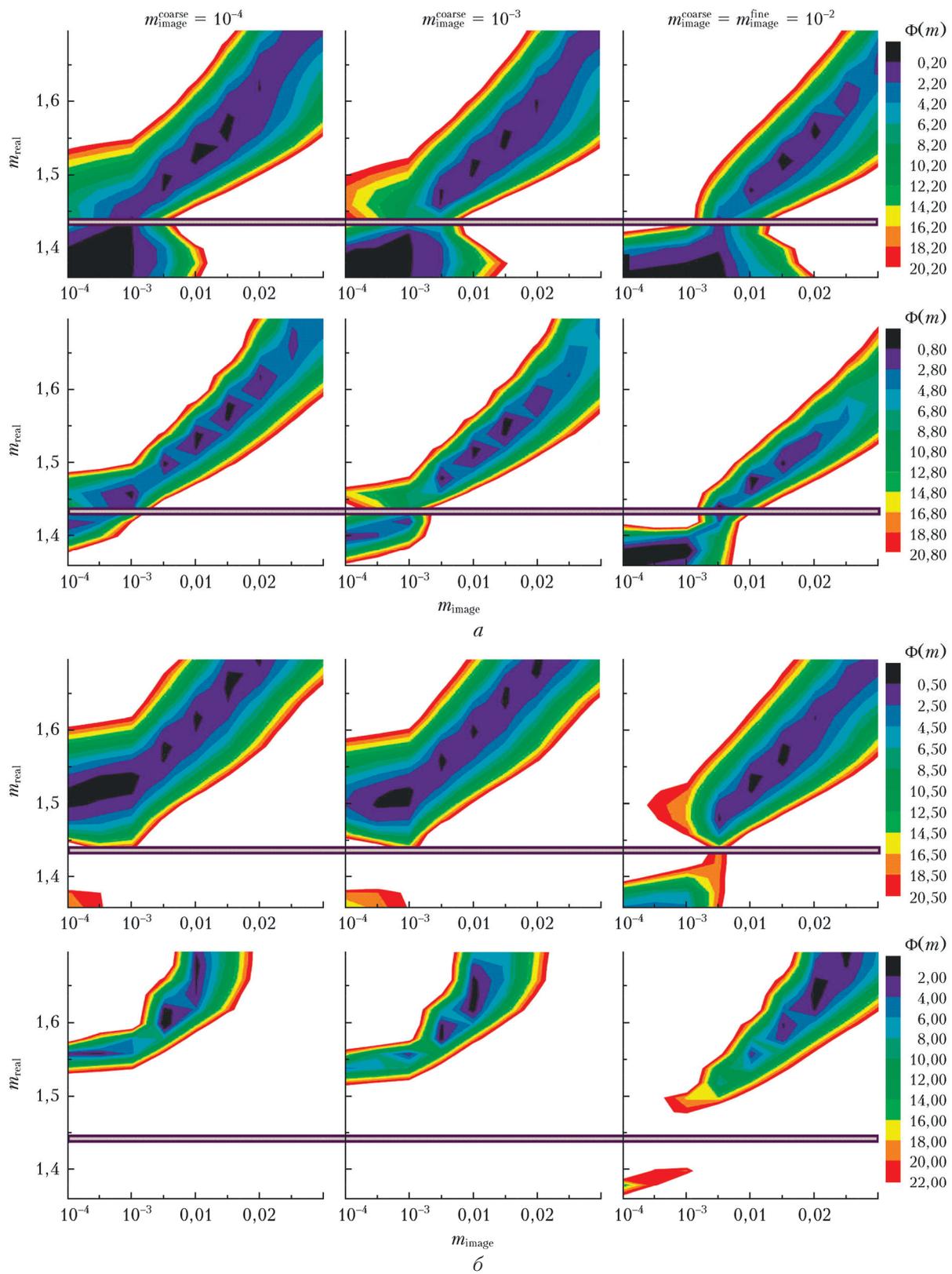


Рис. 2. Расположение локальных минимумов функционала  $\Phi(m)$  при определении  $m^{\text{mean}} + U^{\text{mean}}(r)$ :  $a$  —  $1,50 = m_{\text{image}}^{\text{fine}} < m_{\text{image}}^{\text{coarse}} = 1,40$ ;  $b$  —  $1,50 = m_{\text{image}}^{\text{fine}} < m_{\text{image}}^{\text{coarse}} = 1,60$ , для наборов  $(3\beta + 2\sigma)$  (верхние фрагменты) и  $(3\beta + 3\sigma)$  (нижние фрагменты)

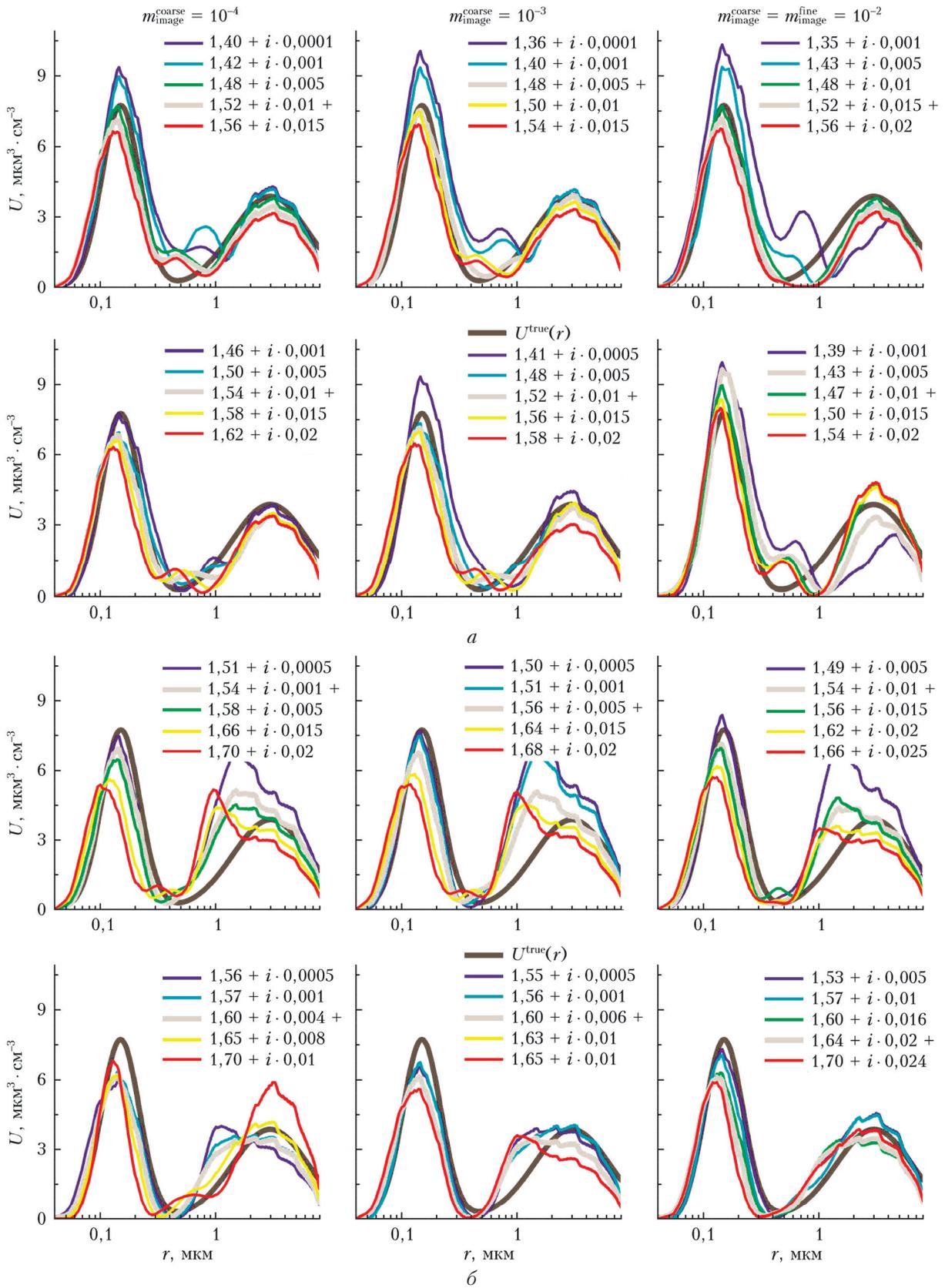


Рис. 3. Функции распределения в локальных минимумах функционала  $\Phi(m)$ , представленных на рис. 2:  $a - 1,50 = m_{\text{image}}^{\text{fine}} < m_{\text{image}}^{\text{coarse}} = 1,40$ ;  $b - 1,50 = m_{\text{image}}^{\text{fine}} < m_{\text{image}}^{\text{coarse}} = 1,60$ , для наборов  $(3\beta + 2\sigma)$  (верхние фрагменты) и  $(3\beta + 3\sigma)$  (нижние фрагменты)