«Оптика атмосферы и океана». **5**, № 8 (1992)

УДК 551.521.3+535.36

В.В. Белов

МЕТОД ФУНКЦИЙ ГРИНА И ЛИНЕЙНО СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД В ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА И РЕГИСТРАЦИИ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрены связь линейно-системного подхода и метода функций Грина, а также схема построения функции Грина, обеспечивающая учет особенностей формирования изображения оптическими системами.

Решение проблемы распространения оптических сигналов через рассеивающие и поглощающие среды имеет важное фундаментальное и прикладное значение. Глубокий всесторонний анализ влияния молекулярных и дисперсных компонент в средах, образующих каналы распространения оптического излучения, на характеристики сигналов расширяет границы применимости традиционных оптических, оптико-электронных систем (например, аэрокосмическая фотосъемка, подводные съемки, астрономические наблюдения), открывает возможность создания новых методов и средств исследования оптическими методами самих каналов распространения. К одним из наиболее известных среди этих направлений исследований можно отнести, например, лазерное зондирование атмосферы как рассеивающей и поглощающей среды. В основе теории лазерного зондирования и уже существующих промышленных образцов лидарной техники лежат установленные ранее закономерности в процессах рассеяния и поглощения оптических сигналов в дисперсных и молекулярно-газовых средах. Очевидно, что эффективность работы этих (как и других) оптико-электронных систем определяется уровнем познания физических процессов, которые выбраны в качестве наиболее информативных для достижения поставленных перед разработчиком оптико-электронной аппаратуры целей.

Рассмотрим в наиболее общем виде проблему распространения оптических сигналов, отвлекаясь от конкретных предметных областей исследования и сформулируем наиболее общие подходы к ее решению. Условимся различать входные и выходные оптические сигналы. Под входными будем понимать сигнал $P_{\text{вх}}$, который определен в точке (области) его излучения или падения на границу рассеивающей и поглощающей среды. Выходным сигналом будем называть $P_{\text{вых}}$, который определен в точке (области) его регистрации.

Таким образом будем рассматривать и называть одномерными сигналы $P_{\text{вх}}$, $P_{\text{вых}}(t)$, если они определены для некоторой фиксированной точки (или области) пространства как функции времени t, двумерными $P_{\text{вх}}$, $P_{\text{вых}}(x, y)$ — в стационарном случае и трехмерными (пространственно-временными) сигналами $P_{\text{вх}}$, $P_{\text{вых}}(x, y, t)$. Первый случай, очевидно, рассматривает теория оптической локации, зондирования. связи, второй — теория видения, теория пассивного зондирования температуры подстилающей поверхности, третий случай реализуется, например, при наблюдении динамических сцен. Будем предполагать, что источник и приемник излучения экранированы рассеивающей средой, оптические свойства которой в каждой точке определены, не изменяются во времени и заданы значениями коэффициентов рассеяния $\beta_{sc}(\mathbf{r})$, ослабления $\beta_{ext}(\mathbf{r})$, поглощения $\beta_{ab}(\mathbf{r})$ и индикатрисой рассеяния $g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega})$.

Цель исследований процесса распространения оптических сигналов в рассеивающих средах заключается в установлении закономерностей и связей между пространственными, временными, энергетическими и другими характеристиками входных и выходных сигналов в зависимости от оптических свойств и геометрических характеристик каналов распространения коротковолнового излучения. В самом общем виде эти связи на языке понятия лучистой интенсивности определены стационарным

$$(\boldsymbol{\omega}, \operatorname{grad} I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega})) = -\beta_{ext}(\lambda, \mathbf{r})\, I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}) + \beta_{sc}(\lambda, \mathbf{r}) \int\limits_{\Omega} I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}')\, g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}; \boldsymbol{\omega}')\, d\boldsymbol{\omega}' + \Phi_0(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}) \qquad (1)$$

или нестационарным

$$\frac{1}{c}\frac{\partial I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega})}{\partial t} + (\boldsymbol{\omega}, \operatorname{grad} I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t)) = -\beta_{ext}(\lambda, \mathbf{r})\, I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}) + \beta_{sc}(\lambda, \mathbf{r}) \int\limits_{\Omega} I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}')\, g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}', \boldsymbol{\omega})\, d\boldsymbol{\omega}' + \Phi_0(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}) \quad (2)$$

интегро-дифференциальными уравнениями переноса излучения (здесь $I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t)$ — интенсивность в точке $\mathbf{r}$ в направлении $\boldsymbol{\omega}$ в момент времени t). Любая задача теории переноса оптических сигналов в рассеивающих средах может быть сведена к решению уравнения (1) или (2) при соответствующих граничных и начальных (в нестационарном случае) условиях [1].

Сформулированная таким образом задача аналогична той, которую рассматривает теория анализа радиотехнических систем. Отвлечемся от особенностей физической природы каналов распространения сигналов в оптике и радиотехнике и тех физических процессов, которые сопровождают перенос энергии от источника к приемнику. Тогда формально для исследования каналов с распределенными рассеивателями можно применить известный аппарат теории анализа линейных систем (линейность атмосферно-оптических каналов следует из линейности уравнений (1), (2) относительно интенсивности). Для инвариантных к сдвигу источников в пространстве и (или) но времени линейных систем основные положения этого подхода к решению задач теории переноса оптических сигналов в рассеивающих средах тогда сводятся к следующим выражениям (в приложении к задачам лазерной локации, зондирования, связи):

$$P_{\text{вых}}(t) = \int\limits_0^\infty P_{\text{вх}}(t')\, h(t - t')\, dt' , \tag{3}$$

$$\dot{K}_{\text{вых}}(\gamma) = \dot{K}_{\text{вх}}(\gamma)\, \dot{H}(\gamma) . \tag{4}$$

(здесь $h(t)$ – импульсная реакция канала зондирования, локации или связи на $\delta(t)$ воздействие; $\dot{K}_{\text{вых}}(\gamma)$, $\dot{K}_{\text{вх}}(\gamma)$, $\dot{H}(\gamma)$ – комплексные спектральные представления сигналов $P_{\text{вых}}(t)$, $P_{\text{вх}}(t)$, $h(t)$ соответственно, причем

$$h(t) = F^{-1}[\dot{H}(\gamma)] , \quad \dot{H}(\gamma) = F[h(t)] , \tag{5}$$

F, F^{-1} – прямое и обратное одномерное Фурье преобразование; $\dot{H}(\gamma)$ – обычно называют передаточной функцией системы).

В приложении к теории видения

$$P_{\text{вых}}(x, y) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\int P_{\text{вх}}(x - x', y - y')\, h(x', y')\, dx'dy' ; \tag{6}$$

$$h(x, y) = F^{-2}[\dot{H}(\gamma, \omega)] , \quad \dot{H}(\gamma, \omega) = F^{-2}[h(x, y)] \tag{7}$$

(здесь $h(x, y)$ – импульсная реакция канала видения в точке (x, y) плоскости изображения на $\delta(x^*, y^*)$ источник в плоскости предметов; F^2, F^{-2} – прямое и обратное двумерное Фурье преобразования). Аналогично записываются основные положения линейно-системного подхода (ЛСП) к решению задач атмосферной оптики в случае наблюдения через рассеивающие среды динамичных сцен.

Однако прежде чем использовать очевидные преимущества ЛСП для исследования закономерностей переноса оптических сигналов в дисперсных средах необходимо иметь в виду ряд принципиально важных моментов.

Уточним определение понятий сигналов в оптике дисперсных сред в приложении к задачам: *а* – лазерного (оптического) зондирования, локации; *б* – теории видения.

а. Рассмотрим два возможных определения оптических сигналов и импульсных реакций каналов с рассеянием.

Первое определение.

$$P_{\text{вх}} = I(\mathbf{r}^*, t, \boldsymbol{\omega}^*, \lambda) = I(\mathbf{r}^*, t, \boldsymbol{\omega}^*) , \tag{8}$$

т.е. входным сигналом является интенсивность, излучаемая источником из точки $\mathbf{r}^*$ на частоте λ (в дальнейшем для сокращения записей λ будем опускать всюду, если в ней нет особой необходимости) в направлении $\boldsymbol{\omega}^*$, в момент времени t. Аналогично:

$$P_{\text{вых}} = I(\mathbf{r}^{**}, t, \boldsymbol{\omega}^{**}) . \tag{9}$$

Учитывая однозначную связь между передаточными функциями и импульсными реакциями, ограничимся в большинстве случаев рассмотрением последних. Импульсная реакция $h(t)$ имеет вид

$$h(t) = I(\mathbf{r}^{**}, \boldsymbol{\omega}^{**}, t\ ;\ \mathbf{r}^*, \boldsymbol{\omega}^*, \delta(t)) , \tag{10}$$

следовательно, она представляет собой интенсивность в точке $\mathbf{r}^{**}$ в направлении $\boldsymbol{\omega}^{**}$ в момент времени t при условии, что $P_{\text{вх}} = I(\mathbf{r}^*, \boldsymbol{\omega}^*; \delta(t)$: $[h] = [I]/c$.

Второе определение.

$$P_{\text{вх}} = \int\limits_{\Omega^*} I(\mathbf{r}^*, \boldsymbol{\omega}^*, t)\, d\boldsymbol{\omega}^* \tag{11}$$

— мощность оптического сигнала, испускаемого источником из точки (из области с центром в точке) $\mathbf{r}^*$.

$$P_{\text{вых}} = \int\limits_{\Omega^{**}} I(\mathbf{r}^{**},\ \boldsymbol{\omega}^{**},\ t)\ d\boldsymbol{\omega}^{**}\ , \tag{12}$$

т.е. выходным сигналом является мощность излучения, падающего на апертуру приемной оптической системы. Тогда

$$h(t) = P_{\text{вых}}(\mathbf{r}^{**},\ t\ ;\ \delta(t))\ . \tag{13}$$

Импульсная реакция в данном случае — мощность выходного сигнала, при условии что излучен входной сигнал $P_{\text{вх}}(t)$ в форме (11) в виде δ-импульса: $[h] = [\text{мощность}]/\text{с}$.

б. По аналогии с одномерным случаем рассмотрим два определения оптических сигналов и импульсных реакций для систем видения (это понятие введено нами ранее для систем, образованных оптической системой, плоскостью предметов и рассеивающей средой, их разделяющей). В дальнейшем предполагается, что предметная плоскость совпадает с плоскостью XOY декартовой системы координат.

Первое определение.

$$P_{\text{вх}} = I(x^*,\ y^*,\ \boldsymbol{\omega}^*)\ . \tag{14}$$

Таким образом, входной сигнал представляет собой интенсивность, излучаемую плоскостью предметов в точке $(x^*,\ y^*)$ в направлении $\boldsymbol{\omega}^*$. Соответствующий ему выходной сигнал $P_{\text{вых}}$ — это интенсивность излучения, прошедшего рассеивающую среду и приходящего в точку $\mathbf{r}^{**}$ в направлении $\boldsymbol{\omega}^{**}$:

$$P_{\text{вых}} = I(\mathbf{r}^{**},\ \boldsymbol{\omega}^{**})\ . \tag{15}$$

Импульсная реакция теперь запишется в виде

$$h(\mathbf{r}^{**},\ \boldsymbol{\omega}^{**}) = I(\mathbf{r}^{**},\ \boldsymbol{\omega}^{**};\ \delta(x - x^*),\ \delta(y - y^*),\ \boldsymbol{\omega}^*) \tag{16}$$

При этом она имеет смысл интенсивности в точке $\mathbf{r}^{**}$ в направлении $\boldsymbol{\omega}^{**}$, создаваемой точечным источником $(x^*,\ y^*)$, расположенным в предметной плоскости и излучающим в направлении $\boldsymbol{\omega}^*$: $[h] = [I]/\text{м}^2$.

Второе определение.

$$P_{\text{вх}} = \int\limits_{\Omega^*} I(\mathbf{r}^*,\ \boldsymbol{\omega}^*)\ G(\boldsymbol{\omega}^*,\ x^*,\ y^*)\ d\boldsymbol{\omega}^* \tag{17}$$

— мощность излучения точки $\mathbf{r}^*$ предметной плоскости. Здесь $G(\cdot)$ диаграмма направленности излучения каждой точкой поверхности. Импульсная реакция

$$h(\mathbf{r}^{**},\boldsymbol{\omega}^{**}) = \int\limits_{\Omega^*} I(\mathbf{r}^{**},\boldsymbol{\omega}^{**};\delta(x-x^*);\delta(y-y^*))G(\boldsymbol{\omega}^*,x^*,y^*)d\boldsymbol{\omega}^* \tag{18}$$

сохраняет смысл и размерность (16) при условии, что входной сигнал — точка в плоскости предметов с координатами $(x^*,\ y^*)$, излучающая в соответствии с законом $G(\boldsymbol{\omega}^*,\ x^*,\ y^*)$.

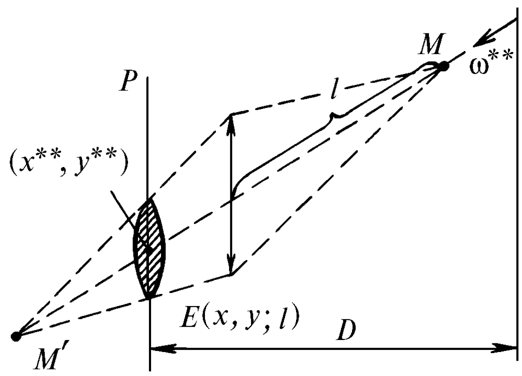
Прежде всего отметим, что импульсные реакции в форме (10), (16) тождественны функциям Грина, известным в линейной теории переноса как фундаментальные решения уравнения переноса излучения. Для них, очевидно, выполняются свойства (3)—(7). Далее, из линейности уравнений (1), (2) также следует, что реакции $h(\cdot)$ в форме (13) и (18) легко могут быть получены, если известны функции Грина (10) и (16) соответственно. Перспективность развития оптических систем разного назначения связывают сегодня с созданием оптикоэлектронных комплексов. При работе комплексов в реальных условиях к их оптическому и электронному трактам добавляется и внешний тракт (или канал) распространения оптических сигналов. Естественно потребовать, если это возможно, для описания всех этих трактов использовать одни и те же понятия, термины и характеристики, что облегчит процедуру согласования разнородных блоков, облегчит оптимальность их выбора для решения поставленных целей. Учитывая, что в радиотехнике и в теории оптических систем это согласование достигается через мощностные системные характеристики, естественно попытаться описать внешние тракты оптико-электронных систем на том же понятийном уровне, т.е. с помощью или на основе характеристик, записанных в форме (13), (18). В этом случае, например, спектр сигнала на выходе оптико-электронного комплекса можно представить в виде

$$\dot{K}_{\text{вых}} = \dot{K}_{\text{вх}}\ \dot{H}_{\text{в.т}}\ \dot{H}_{\text{о.с}}\ \dot{H}_{\text{э.б}}\ , \tag{19}$$

где $\dot{H}_{\text{в.т}}$ — оптическая передаточная функция внешнего тракта комплекса; $\dot{H}_{\text{о.с}}$ — передаточная функция его оптической части; $\dot{H}_{\text{э.б}}$ — передаточная функция электронного блока. Заметим, что (10), (16) записаны для интенсивностей излучения на входе оптической системы. В предположении линейности последней ее влияние на характеристики сигнала учтено в (19) множителем $H_{\text{о.с}}$. Иными словами, из (19) следует, что удается полностью разделить проблему учета влияния на $K_{\text{вых}}$ рассеивающей среды и оптической системы на две независимые, которые могут быть решены отдельно. То есть для учета влияния на $\dot{K}_{\text{вых}}$ рассеивающей среды достаточно найти решение уравнения переноса (функцию Грина) для точки $\mathbf{r}^{**}$ и направления $\boldsymbol{\omega}^{**}$, а учет влияния реальной оптической системы осуществить через ее импульсную реакцию или оптическую передаточную функцию. Оказывается, что даже в рамках сделанных предположений, не для всех возможных ситуаций справедлива схема построения решения (19) с учетом (10), (13), (16), (18). Это обусловлено тем, что при распространении информативного оптического сигнала в рассеивающей среде последняя становится объемным источником фонового сигнала вторичного излучения. Так как оптическая система обычно настраивается на источник полезного сигнала и характеризуется конечной глубиной резкости изображаемого пространства, то даже идеальная оптическая система может вносить искажения, которые не учтены в (19). Учет этого эффекта через функции Грина в форме (10) и (16) невозможен, но его можно осуществить, если определить их в зависимости от координаты l вдоль направления $\boldsymbol{\omega}^{**}$, т.е.

$$h(\mathbf{r}^{**}, \boldsymbol{\omega}^{**}, l, t) = I(\mathbf{r}^{**}, \boldsymbol{\omega}^{**}, l, t, \mathbf{r}^{*}, \boldsymbol{\omega}^{*}, \delta(t)) \; ; \tag{20}$$

$$h(\mathbf{r}^{**},\boldsymbol{\omega}^{**}, l, x^{*}, y^{*}) = I(\mathbf{r}^{**}, \boldsymbol{\omega}^{**}, l; \delta(x - x^{*}), \delta(y - y^{*}), \boldsymbol{\omega}^{*}). \tag{21}$$



Геометрическая схема. P — плоскость идеального (неразмытого) изображения точки M; (x^{*}, y^{*}) — координаты этого изображения; M' — точка с максимально возможным значением освещенности

Пусть идеальная оптическая система (рисунок) обладает конечной глубиной резкости изображаемого пространства и ближняя к системе граница этой области удалена от нее на расстояние D. Расположим на луче вдоль направления $\boldsymbol{\omega}^{**}$ точечный источник (центр рассеяния), тогда падающая от него интенсивность излучения на входной зрачок системы преобразуется ею в освещенность плоскости изображения по следующему правилу:

$$\beta(l; x^{**}, y^{**}) = \begin{cases} 1, \quad l > D \; ; \\ E(l; x^{**}, y^{**}) / \int\int E(.)\, dx^{**}dy^{**} \;, \; l < D, \end{cases}$$

где E(l, x, y) — распределение освещенности в кружке рассеяния.

Если известны значения $I(\mathbf{r}^{**}, \boldsymbol{\omega}^{**}; l)$ в каждой точке луча вдоль направления $\boldsymbol{\omega}^{**}$ и определен $\beta(l)$, то суммируя с весом $\beta(l)$ интенсивности $I(\mathbf{r}^{**}, \boldsymbol{\omega}^{**}; l)$, исходящие из всех точек луча, сможем определить импульсную реакцию (на точечное возмущение в плоскости предметов в точке (x^{**}, y^{**}) в направлении $\boldsymbol{\omega}^{**}$) идеальной оптической системы с учетом влияния конечности глубины резкости изображаемого пространства. С учетом этого (19) следует записать в виде

$$K_{\text{вых}} = K_{\text{вх}} H_{\text{с.в}} H_{\text{о.с}} H_{\text{э.б}} \;,$$

где $\dot{H}_{\text{с.в}}$ — оптическая передаточная функция системы видения, образованной средой, плоскостью предметов и идеальной оптической системой.

Таким образом, исследование закономерностей влияния рассеивающей среды на перенос оптических сигналов может быть проведено с помощью метода функций Грина в форме (20), (21) или линейно-системных характеристик, определяемых выражениями (13). (18). Подчеркнем, что рассмотренные выше определения сигналов, импульсных характеристик и все записанные соотношения справедливы только для единственной точки в плоскости изображения оптической системы (или интенсивностей $I(\mathbf{r}^{**}, \boldsymbol{\omega}^{**})$ и $I(\mathbf{r}^{**}, \boldsymbol{\omega}^{**}; l)$. Однако используя понятие изопланарности изображений, можно распространить все результаты, полученные для этой точки на всю изопланарную область, включающую ее. Тогда и оценка размеров изозон становится одной из важных проблем теории переноса и регистрации оптических сигналов через рассеивающие среды. Эти вопросы рассмотрены в [2].

1. Белов В.В.//Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 8. С. 787–805.
2. Белов В.В.. Креков Г.М., Макушкина И.Ю.//Оптика атмосферы. 1989. Т. 2 .№ 10. С. 1011–1018.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
26 мая 1992 г.

V.V. Belov. **Method of Green's Functions and Linear-system Approach to the Theory of Radiation Transfer and Recording.**

A relation of the linear-system approach to the method of Green's functions is considered. A scheme of constructing Green's functions that allows for peculiar features in formation of images by optical systems is proposed.