«Оптика атмосферы и океана», **22**, № 8 (2009)

УДК 535.211

Самовоздействие гауссова пучка излучения в слое жидкофазной микрогетерогенной среды

В.И. Иванов, А.И. Ливашвили*

Дальневосточный государственный университет путей сообщения
680021, г. Хабаровск, ул. Серышева, 47

Поступила в редакцию 23.10.2008 г.

Получено аналитическое решение задачи самовоздействия излучения в тонком слое микрогетерогенной среды с учетом одновременного действия двух концентрационных механизмов нелинейности – электрострикционного и термодиффузионного.

Ключевые слова: микрогетерогенные среды, концентрационные механизмы нелинейности, электрострикция, термодиффузия, самовоздействие излучения.

Введение

В работах [1–3] рассмотрены концентрационные нелинейности микрогетерогенной среды, обусловленные различными механизмами перераспределения компонент двухфазной среды в поле лазерного излучения – электрострикционным и термодиффузионным. В этих работах анализ самовоздействия излучения проводился только для одного из двух механизмов и ограничивался стационарным режимом.

Целью данной статьи является изучение самовоздействия гауссова пучка в жидкофазной микрогетерогенной среде (частицы дисперсной фазы в жидкости) в нестационарном режиме при наличии обоих вкладов – термодиффузионного и электрострикционного.

Запишем систему балансных уравнений, описывающих процессы тепло- и массопереноса [3]:

$$C_P\rho\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda\nabla^2 T + \alpha I(r); \quad (1)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\nabla^2 C + \mathrm{div}\left[D_T C(1-C)\nabla T\right] - \mathrm{div}(\gamma C\nabla I), \quad (2)$$

где $T(r,t)$ – температура среды; $C(r,t) = m_0/m$ – массовая концентрация дисперсных частиц (m_0 – масса наночастиц в единичном объеме среды, m – масса единицы объема среды); C_p, ρ, λ – соответственно теплоемкость, плотность и теплопроводность среды (их усредненные значения); α – коэффициент поглощения, одинаковый для жидкости и частиц; $I(r) = I_0\exp(-r^2/r_0^2)$ – интенсивность светового пучка; r_0 – радиус поперечного сечения пучка; D, D_T – коэффициенты соответственно диффузии и термодиффузии; $\gamma = 4\pi\beta D/(\bar{c}nkt)$, β – поляризуемость частицы, k – постоянная Больцмана, n – эффективный показатель преломления среды, $\bar{c}$ – скорость света в вакууме.

Рассматривается осесимметричный случай: излучение распространяется вдоль оси цилиндрической кюветы радиуса R, длина которой $l \gg R$. Полагая поглощение среды малым, можем считать температуру и концентрацию частиц одинаковыми по глубине среды (теплоотводом от торцов кюветы пренебрегаем). С целью линеаризации представим искомую концентрацию в виде суммы невозмущенной C_0 и возмущенной C_N частей:

$$C(r,t) = C_0 + C_N(r,t) = C_0\left[1 + C'(r,t)\right], \quad (3)$$

где $C'(r,t) = C_N(r,t)/C_0 \ll 1$, $C_0 \ll 1$. Поскольку температурное поле в системе устанавливается быстрее, чем распределение концентрации частиц, будем решать задачу в условиях стационарной температуры ($\partial T/\partial t = 0$). Тогда, выражая из уравнения (1) величину $\nabla^2 T$ и линеаризуя согласно (3) уравнение (2), получим

$$\frac{\partial C'}{\partial t} = D\nabla^2 C' - \xi\exp\left(\frac{-r^2}{r_0^2}\right) + \delta\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)\exp\left(\frac{-r^2}{r_0^2}\right),$$

$$0 \le r \le R, \quad (4)$$

где $\xi = D_T\alpha I_0/\lambda$; $\delta = 4I_0\gamma/r_0^2$. При получении уравнения (4) мы пренебрегли слагаемым $\sim\nabla T\nabla C$ ввиду его малости по сравнению с $C_0\nabla^2 T$ (оценивая $\nabla T\nabla C \approx \approx \delta TC'/r_0^2$ и $C_0\nabla^2 T \approx C_0\delta T/r_0^2$, получаем $C' \ll C_0$).

Уравнение (4) будем решать при следующих начальных и граничных условиях:

$$C'(r,0) = 0; \quad (5)$$

$$\left.\frac{\partial C'}{\partial r}\right|_{r=R} = 0, \quad (6)$$

* Валерий Иванович Иванов (ivanov@festu.khv.ru, valivi@mail.ru); Альберт Ильич Ливашвили.

$$\left.\frac{\partial C'}{\partial r}\right|_{r=R}+KC'(R,t)=-K, \qquad (7)$$

где

$$K=\left(\frac{\xi r_0^2}{2DR}-\frac{R\delta}{2D}\right)\exp\left(\frac{-R^2}{r_0^2}\right).$$

Первое граничное условие выражает факт конечности искомой функции на оси кюветы, а второе – получено из условия обращения в нуль суммы всех потоков на границе кюветы (непроницаемость стенок герметичной кюветы для частиц):

$$j_D(R)+j_{D_T}(R)+j_{CTP}(R)=0.$$

Решение задачи (4)–(7) можно провести с помощью соответствующей функции Грина [4]:

$$G(r,\rho,t)=\frac{r}{R}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right)\rho J_0\left(\frac{\mu\rho}{R}\right)}{\mu_n^2\left[J_0^2(\mu_n)+J_1^2(\mu_n)\right]}\exp\left(-D\frac{\mu_n^2}{R^2}t\right), \qquad (8)$$

где μ_n – табулированные положительные корни уравнения $\mu J_1(\mu)=KRJ_0(\mu)$; $J_1(\mu)$, $J_0(\mu)$ – функции Бесселя первого и нулевого порядков соответственно. Используя (8) и проводя соответствующие интегрирования, получим

$$C'(r,t)=-\frac{r_0^2\xi}{D}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(\mu_n r/R)}{\mu_n^2[J_0^2(\mu)+J_1^2(\mu_n)]}\exp\left(\frac{-\mu_n^2 r_0^2}{4R^2}\right)\times$$
$$\times\left[1-\exp\left(-D\frac{\mu_n^2}{R^2}t\right)\right]+\frac{r_0^4\delta}{4DR^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(\mu_n r/R)}{J_0^2(\mu_n)+J_1^2(\mu_n)}\times$$
$$\times\exp\left(\frac{-\mu_n^2 r_0^4}{4R^2}\right)\left[1-\exp\left(-D\frac{\mu_n^2}{R^2}t\right)\right]. \qquad (9)$$

При получении решения (9) были опущены, ввиду их малости, слагаемые $\sim\exp(-R^2/r_0^2)$. Если воспользоваться разложением в ряд Бесселя–Дини [5]:

$$\exp\left(\frac{-r^2}{r_0^2}\right)=\frac{r_0^2}{R^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(\mu_n r/R)}{J_0^2(\mu_n)+J_1^2(\mu_n)}\times$$
$$\times\exp\left(-\mu_n^2\frac{r_0^2}{4R^2}\right)+O\left(\frac{r_0^4}{16R^4}\right),$$

то решение (9) можно записать в виде

$$C'(r,t)=-\frac{r_0^2\xi}{D}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(\mu_n r/R)}{\mu_n^2[J_0^2(\mu_n)+J_1^2(\mu_n)]}\exp\left(-\mu_n^2\frac{r_0^2}{4R^2}\right)\times$$
$$\times\left[1-\exp\left(-D\frac{\mu_n^2}{R^2}t\right)\right]-\frac{r_0^2\delta}{4DR^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(\mu_n r/R)}{J_0^2(\mu_n)+J_1^0(\mu_n)}\times$$
$$\times\exp\left(-\mu_n^2\frac{r_0^2}{4R^2}\right)\exp\left(-D\frac{\mu_n^2}{R^2}t\right)+\frac{r_0^2}{4D}\delta\exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right). \qquad (10)$$

Самовоздействие излучения, в частности, заключается в образовании линзы в слое среды. Для малых концентраций дисперсных частиц эффективный показатель преломления среды пропорционален концентрации частиц и характеризуется параметром $(\partial n/\partial C)$. Полученные результаты позволяют вычислить фокусное расстояние F концентрационной линзы, сформированной в слое среды толщиной d (в приосевой области, где $r \ll r_0$):

$$\frac{1}{F}=-d\left(\frac{\partial n}{\partial C}\right)\left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2}\right). \qquad (11)$$

Используя равенство (10) и явный вид коэффициентов ξ и δ, с помощью этой формулы получим, в частности, для стационарного режима:

$$\frac{1}{F}=\frac{dC_0}{D}\left(\frac{4\gamma}{r_0^2}-\frac{D_T\alpha}{\lambda}\right)I_0\left(\frac{\partial n}{\partial C}\right). \qquad (12)$$

Как видно из (10)–(12), оба механизма могут либо усиливать, либо ослаблять друг друга в зависимости от знаков коэффициента термодиффузии и поляризуемости дисперсных частиц. Оценки показывают, что для размеров частиц в несколько десятков нанометров величины вкладов могут быть сравнимы по величине. Таким образом, проведенный анализ демонстрирует необходимость учета обоих вкладов при интерпретации результатов нелинейно-оптических экспериментов в двухфазных средах [1].

1. *Vicary L.* Pump-probe detection of optical nonlinearity in water-in-oil microemulsion // Philosoph. Mag. B. 2002. V. 82. N 4. P. 447–452.
2. *Иванов В.И., Окишев К.Н., Карпец Ю.М., Ливашвили А.И.* Самовоздействие гауссова пучка в жидкофазной микрогетерогенной среде // Изв. ТПУ. 2005. Т. 308. № 5. С. 23–24.
3. *Иванов В.И.* Термоиндуцированные механизмы записи динамических голограмм. Владивосток: Дальнаука, 2006. 143 с.
4. *Полянин А.Д.* Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2000. 576 с.
5. *Коренев В.Г.* Введение в теорию бесселевых функций. М.: Наука, 1971. 288 с.

V.I. Ivanov, A.I. Livashvili. **The Gaussin beam self-action in the thin film of the liquid microgeterogenious medium.**

In this work, the exact solution describing the beam self-action in the thin film of microgeterogenious media was obtained, where two concentration mechanisms of non-linearity – electrostriction and thermo-diffusion act simultaneously.