

А.А. Землянов, С.Н. Синев

### САМОВОЗДЕЙСТВИЕ МНОГОМОДОВОГО ЧАСТИЧНО КОГЕРЕНТНОГО ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА В РЕГУЛЯРНОЙ СРЕДЕ

Для исследования самовоздействия многомодового частично-когерентного пучка используется подход, основанный на решении уравнения переноса яркости излучения в нелинейно-рефракционной среде. В рамках данного подхода разработан приближенный метод нахождения интенсивности и эффективного радиуса пространственной когерентности из задачи определения максимальной яркости в каждой точке пучка. Метод иллюстрируется результатами численных расчетов для режима сильных рефракционных искажений.

В настоящее время почти все результаты по самовоздействию лазерного излучения в регулярных средах получены для когерентных пучков (см., например, [1]). Однако многие источники интенсивного лазерного излучения являются частично-когерентными. Поэтому задача о нелинейном распространении некогерентных лазерных пучков является актуальной [2–11].

Ряд теоретических аспектов проблемы рассмотрен в [2–8]. Указанные работы выявили ряд важных физических сторон явления, но с точки зрения широты охвата диапазона параметров, характерных для практических задач, в первую очередь для задач распространения лазерных пучков в атмосфере, полученных результатов недостаточно. Все это стимулирует разработку новых подходов и методов, обеспечивающих получение необходимых данных.

В настоящей работе для исследования самовоздействия многомодового частично-когерентного пучка используется подход, основанный на решении уравнения переноса яркости излучения в нелинейно-рефракционной среде [10].

1. Для задач самовоздействия в атмосфере, обусловленных главным образом тепловыми эффектами, характерно то, что время нелинейного отклика среды  $t_n$  значительно превосходит время корреляции флуктуации интенсивности  $t_k$ , связанных со случайностью модового состава частично-когерентного пучка и поэтому можно считать, что данные флуктуации не успевают проявиться. В [2, 4] показано, что наибольшее влияние на процесс самовоздействия способны оказать «медленные» флуктуации интенсивности, обусловленные неоднородностью активной среды, дефектами оптики, формирующей пучок. Однако для многомодовых частично-когерентных пучков ( $a_k^2/R_0^2 \ll 1$ , где  $a_k$  — радиус когерентности поля источника;  $R_0$  — начальный радиус пучка) с малым уровнем флуктуации интенсивности роль случайного фактора на процесс нелинейного распространения невелика [2] и самовоздействие некогерентных пучков будет иметь черты самовоздействия когерентного излучения с отличиями в порогах нелинейных эффектов.

Рассмотрим класс частично-когерентных пучков, удовлетворяющих условию многомодовости и имеющий малый уровень флуктуации интенсивности. Эти свойства позволяют считать, что наведенное поле диэлектрической проницаемости в канале пучка определяется лишь средней интенсивностью излучения, и дают право ограничиться описанием процесса эволюции параметров частично-когерентного пучка на основе замкнутого уравнения для функции когерентности второго порядка

$$\Gamma_2(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{z}, t) = \langle E(\mathbf{R}_1, \mathbf{z}, t) E^*(\mathbf{R}_2, \mathbf{z}, t) \rangle; \\ 2i\kappa \frac{\partial \Gamma_2}{\partial z} + (\Delta_{\perp 1} - \Delta_{\perp 2}) \Gamma_2 + \kappa^2 [\tilde{\varepsilon}(I(\mathbf{R}_1, \mathbf{z}, t)) - \tilde{\varepsilon}(I(\mathbf{R}_2, \mathbf{z}, t))] \Gamma_2 = 0 \quad (1)$$

с начальным условием

$$\Gamma_2(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{z}, t) = \Gamma_{20}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, t), \quad (2)$$

где используются следующие обозначения:  $E$  — медленно меняющаяся на длине волны комплексная амплитуда светового поля;

$$I = \frac{cV\varepsilon_0}{8\pi} \langle |E|^2 \rangle = \frac{cV\varepsilon_0}{8\pi} \Gamma_2(\mathbf{R}, \mathbf{R}, \mathbf{z}, t) \quad (3)$$

— средняя интенсивность в пучке;  $\mathbf{R}, \mathbf{z}$  — поперечная и продольная составляющие радиус-вектора точки в пучке;  $\kappa = 2\pi\sqrt{\varepsilon_0}/\lambda$  — волновое число в невозмущенной среде;  $\tilde{\varepsilon}$  — относительное изменение диэлектрической проницаемости в канале излучения, связанное с нелинейным взаимодействием;

$\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  – поперечный лапласиан;  $t$  – время, выступающее параметром задачи. Угловые скобки означают усреднение по случайным реализациям поля лазерного источника. В (1) не учитывается ослабление среды.

При каждом конкретном случае, отвечающем какому-либо механизму взаимодействия излучения со средой, уравнение (1) дополняется уравнениями либо соотношениями, связывающими  $\tilde{\epsilon}$  и среднюю интенсивность в пучке  $I$ .

Знание свойств функции когерентности является основой для нахождения пространственного распределения средней интенсивности, угловой расходимости, а также для исследования когерентных свойств излучения [11].

Когерентные свойства лазерного пучка характеризуются комплексной степенью пространственной когерентности [11]:

$$\gamma(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, z) = \Gamma_2(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, z) / \left[ \Gamma_2\left(\mathbf{R} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{2}, z\right) \Gamma_2\left(\mathbf{R} - \frac{\boldsymbol{\rho}}{2}, z\right) \right]^{1/2}, \quad (4)$$

где  $2\mathbf{R} = \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2$ ,  $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2$ ,  $\Gamma_2(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, z) = \Gamma_2(\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}/2, \mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}/2, z)$ . Здесь и в дальнейшем зависимость от времени будет опускаться.

Масштаб модуля пространственной степени когерентности по разностной координате  $\boldsymbol{\rho}$  определяет радиус когерентности пучка. Для неоднородных и неизотропных нелинейных сред удобно ввести рассмотрение эффективный радиус пространственной когерентности

$$\rho_c = \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \int d^2\rho |\gamma(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, z)|^{1/2} \right), \quad (5)$$

различный в каждой точке пучка и не зависящий от расположения точек наблюдения.

Свойство многомодовости рассматриваемых в работе пучков  $a_c^2 / R_0^2 \ll 1$  позволяет считать световое поле локально однородным и переходить от уравнения для  $\Gamma_2$  к уравнению для ее углового спектра – яркости (лучевой интенсивности) пучка  $J$  [12].

2. В малоугловом приближении функция когерентности лазерного пучка выражается двумерным Фурье-преобразованием через яркость:

$$\Gamma_2(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, z) = \left( \frac{c \sqrt{\epsilon_0}}{8\pi} \right)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} \int d^2n e^{i\mathbf{c}\mathbf{n}\boldsymbol{\rho}} I(\mathbf{R}, \mathbf{n}, z), \quad (6)$$

где  $\mathbf{n}$  – поперечная составляющая касательного вектора к геометрооптическому лучу. Для слабоослабляющих нелинейно-рефракционных сред уравнение переноса яркости имеет вид [10]:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial z} + \mathbf{n} \nabla_{\mathbf{R}} + \frac{1}{2} \nabla_{\mathbf{R}} \tilde{\epsilon}(l) \nabla_{\mathbf{n}} \right] J(\mathbf{R}, \mathbf{n}, z) = 0. \quad (7)$$

Уравнение (7) дополняется граничным условием:

$$J(\mathbf{R}, \mathbf{n}, 0) = J_0(\mathbf{R}, \mathbf{n}). \quad (8)$$

Интенсивность излучения связывается с яркостью следующим образом:

$$I(\mathbf{R}, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int d^2n J(\mathbf{R}, \mathbf{n}, z). \quad (9)$$

Соотношения (7)–(9) определяют задачу самовоздействия в методе уравнения переноса. Ее решение позволяет найти яркость, а через нее – энергетические и когерентные характеристики излучения в нелинейной среде.

С помощью метода характеристик перейдем к интегральной формулировке задачи. Интенсивность в этом методе определяется через яркость в начальной плоскости  $z' = 0$  интегральной формой:

$$I(\mathbf{R}, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int d^2n J_0(\mathbf{R}'(0), \mathbf{n}'(0)), \quad (10)$$

где  $R'(z)$ ,  $n'(z)$  – характеристики уравнения (7). Они находятся из решения уравнений

$$\frac{dR'}{dz'} = n', \quad \frac{dn'}{dz'} = \frac{1}{2} \nabla_{R'} \tilde{\varepsilon}(R, z) \quad (11)$$

с граничными условиями в плоскости наблюдения  $z' = z$ :

$$R'(z) = R, \quad n'(z) = n. \quad (12)$$

Подынтегральное выражение (10) записано на лучевых траекториях, выпущенных из точки  $(R, z)$  в начальную плоскость  $z' = 0$  с вектором направления  $(-n)$  и пересекающих начальную плоскость в точке  $R = R'(z'=0)$  в направлении  $n^0 = n'(z' = 0)$ .

Рассмотрим класс пучков, для которых яркость на входе в среду задается в виде:

$$J_0(R, n) = J^0 \exp\{-S(R, n)\}. \quad (13)$$

Для функции когерентности на входе в среду вида

$$\Gamma_2(R, \rho, 0) = \left(\frac{c\sqrt{\varepsilon_0}}{8\pi}\right)^{-1} J_0 \exp\left\{-\frac{R^2}{R_0^2} - \frac{\rho^2}{4R_0^2} \left(1 + \frac{a_k^2}{R_0^2}\right) - \frac{i\kappa R\rho}{F}\right\}$$

где  $F$  – радиус кривизны фазового фронта пучка,

$$J_0(R, n) = \frac{I_0 \cdot \Lambda^2}{\pi} \exp\left\{-\frac{R^2}{R_0^2} - \Lambda^2 \left(n - \frac{R}{F}\right)^2\right\}.$$

Здесь параметр  $\Lambda^2 = \kappa^2 R_0^2 / \left(1 + \frac{R_0^2}{a_k^2}\right) = \theta_0^{-2} \gg 1$ , где  $\theta_0$  – дифракционная расходимость частично-

когерентного пучка (геометрооптический параметр плавности масштаба  $R_0 / \left(1 + \frac{R_0^2}{a_k^2}\right)^{1/2} \approx a_k$ . Наличие

большого параметра  $\Lambda^2$  в функции  $S$ , являющееся следствием малоуглового приближения, позволяет применять метод Лапласа и его модификации при расчете интеграла для интенсивности [13].

Для лазерных пучков функция яркости в каждой точке пространства является остронаправленной, сконцентрированной вблизи некоторого направления максимального значения. Будем считать, что это свойство – наличие максимума яркости – сохраняется и при распространении пучка в нелинейной среде. Пусть функция яркости имеет в точке  $(R, z)$  максимум в направлении  $n^*(R, z)$ :

$$J_{\max} = J^0 \exp\{-S[\Lambda^2; R^0(R, z; n^*), n^0(R, z; n^*)]\}. \quad (14)$$

Точка максимума  $n^*$  соответствует точке минимума функции  $S$  и отыскивается из решения уравнения

$$\nabla_n S(n^*) = 0. \quad (15)$$

Разложим показатель экспоненты в (13) в ряд Тейлора в точке  $n^*$ :

$$S(n) = S(n^*) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=x,y} \frac{\partial^2 S(n^*)}{\partial n_i \partial n_j} (n_i - n_i^*) (n_j - n_j^*) + \dots \quad (16)$$

Основной вклад в интеграл (10) при  $\Lambda^2 \gg 1$  дадут квадратичные члены ряда (16). Это определяет вид получаемого после интегрирования (10) асимптотического ряда: главный член, отвечающий при  $\Lambda^{-1} = 0$  приближению геометрической оптики, и добавка, зависящая от степеней  $\Lambda^{-1}$ . Главный член асимптотики имеет вид

$$I(R, z) \approx \frac{2\pi J_{\max}(R, z; n^*(R, z))}{Q^{1/2}(R, z; n^*(R, z))}, \quad (17)$$

где

$$Q = \frac{\partial^2 S}{\partial n_x^2} \frac{\partial^2 S}{\partial n_y^2} - \left( \frac{\partial^2 S}{\partial n_x \partial n_y} \right)^2 \neq 0. \quad (18)$$

Случай  $Q = 0$  соответствует в геометрической оптике образованию каустики. Для обеспечения расчета интенсивности в каустике необходим учет в разложении  $S$  вблизи критической точки  $\mathbf{n}^*$  членов более высокого порядка.

При квадратичном виде функции  $S$  вектор определяет направление центра тяжести тела яркости  $\mathbf{n}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 n n J / I$  поперечной составляющей направления вектора Умова–Пойнтинга  $\mathbf{I} = \{n^* I, n_z I\}$ .

Траекторию, касательная к которой совпадает с направлением вектора Умова–Пойнтинга, назовем лучом переноса световой энергии. Траекторию максимума яркости будем называть лучом максимальной яркости. Таким образом, в приближении (17) лучи переноса световой энергии и максимальной яркости совпадают. Само приближение (17) назовем приближением „максимальной яркости“.

Вектор Умова–Пойнтинга удовлетворяет уравнению  $\text{div } \mathbf{I} = 0$ . Следствием этого уравнения является закон сохранения мощности в лучевой трубке, образованной пучком лучей вблизи направления переноса электромагнитной энергии. Таким образом, соотношение (17) есть закон сохранения мощности  $P_{tr} = I^\circ d\sigma_0 = I d\sigma$  в лучевой трубке с площадью в плоскости  $z' = 0$   $d\sigma_0$ , в пределах которой интенсивность  $I = I_0 \exp \{ -R_{tr}^2 / R_0^2 \} = \text{const}$ . Вектор  $R_{tr}$  определяет начальное положение лучевой трубки в пучке. Координаты  $R_{tr}$  и начальные координаты характеристики, совпадающей в точке  $(R, z)$  с лучом переноса световой энергии, связываются следующим образом:  $R_{tr}^2 = R^2 + \Lambda^2 R_0^2 \left( n^0 - \frac{R^0}{F} \right)^2$ . Площадь сечения лучевой трубки изменяется с дистанцией по закону

$$d\sigma = d\sigma_0 Q^{1/2} / 2\Lambda^2.$$

Функция когерентности пучка выражается через яркость соотношением (6). Используя приближение  $S$  квадратичной формой, для комплексной степени когерентности (4) получим

$$\gamma(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, z) = \exp \left\{ -\frac{1}{4} \sum_{i,j=x,y} \frac{\rho_i \rho_j}{\rho_{cij}} + i k n^* \boldsymbol{\rho} \right\}, \quad (19)$$

где масштабы  $\rho_{cij}$  определены следующим образом:

$$\rho_{cij}^2 = Q \left( \frac{2\kappa^2 \partial^2 S}{\partial n_i \partial n_j} \right). \quad (20)$$

Появление различия в масштабах  $\rho_{cij}$  первоначально однородной и изотропной функции когерентности связано с абберациями пучка и несимметричностью канала взаимодействия. Для статистически неизотропных нелинейных сред когерентные свойства частично-когерентного пучка вблизи точки  $\mathbf{R}$  характеризуются эффективным радиусом когерентности (5).

Из (19) следует, что изменение квадрата эффективного радиуса когерентности в нелинейной среде происходит так же, как и изменение площади сечения лучевой трубки вблизи направления переноса световой энергии:  $\rho_{ce}^2 = a_k^2 Q^{1/2} / 2 \Lambda^2$ . Это указывает на то, что в многомодовом частично-когерентном пучке со слабым уровнем флуктуации интенсивности отношение эффективного радиуса когерентности к эффективному радиусу лучевой трубки, охватывающей направление переноса световой энергии, является статистическим инвариантом.

Приведем результаты численных расчетов самосогласованной задачи (10)–(12) для случая распространения гауссова пучка с плоским фазовым фронтом ( $F = \infty$ ) в среде с тепловой ветровой нелинейностью.

Вводятся безразмерные  $I \rightarrow I/I_0$ ,  $R \rightarrow R/R_0$ ,  $\rho \rightarrow \rho/a_k$ ,  $z \rightarrow z/L_N$ ,  $L_N = (C_p \rho_g V_0 R_0 / \left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right| a_g I_0)^{1/2}$

— длина теплового самовоздействия,  $c_p$ ,  $\rho_g$ ,  $a_g$  — изобарная теплоемкость, плотность, коэффициент поглощения воздуха соответственно;  $V_0$  — скорость ветра. Параметрами процесса являются безразмерная дистанция  $z$  и число нелинейности  $P = L_d L_N$ ,  $L_d = \kappa R_0 a_k$  — длина дифракции частично-когерентного пучка.

На рис. 1 приведены профили интенсивности искаженного ветровой рефракцией двумерного пучка с начальной интенсивностью  $I(R, z = 0) = \exp(-R_0^2)$ . Расчет интенсивности в области локальных фокусировок осуществлялся непосредственным численным интегрированием (9) с использованием адаптивных сеток, а вне области сильных аббераций — на основе асимптотической интегральной

формулы (17). Рис. 2 иллюстрирует эволюцию пространственного распределения локального масштаба когерентности  $\rho_{cx}$ . Расчеты указывают на то, что отличительной чертой поведения масштаба  $\rho_{cx}$  в области развитых нелинейно-рефракционных искажений является сильная неоднородность поперек пучка. Для дефокусирующей среды наблюдается рост локального радиуса  $\rho_{cx}$  когерентности в центральной части пучка с увеличением дистанции распространения. В области локальных фокусировок происходит его заметное уменьшение по сравнению с линейной средой.

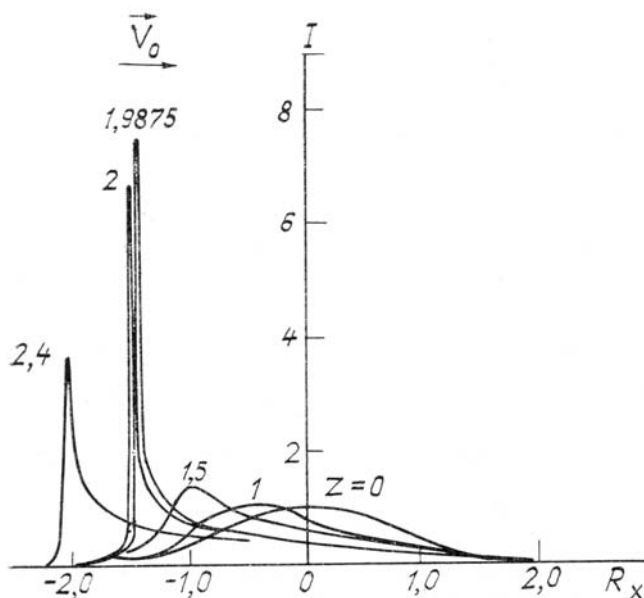


Рис. 1. Аберрационная структура двумерного частично-когерентного гауссова пучка при стационарной ветровой нелинейности  $P^2 = 10^3$

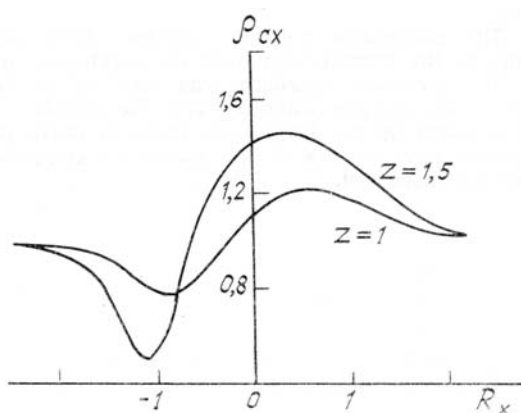


Рис. 2. Масштаб когерентности частично-когерентного двумерного гауссова пучка при стационарной ветровой нелинейности  $P^2 = 10^3$

В работе проводилось исследование влияния параметра нелинейности  $P$  на структуру интенсивности частично-когерентного пучка, (см. также [6]). Установлено, что в условиях сильных рефракционных искажений в геометрооптической зоне пучка  $z < k R_0 a_k$  вне области локальных фокусировок  $z < L_N \div 2L_N$  профили интенсивности подобны. Интенсивность в зоне нелинейного фокуса пропорциональна квадратному корню от параметра нелинейности. Данные свойства присущи также и когерентному излучению. Ввиду того, что параметр нелинейности частично-когерентного пучка, имеющего ту же мощность и радиус апертуры, что и когерентный, в  $R_0/a_k$  раз меньше соответствующего параметра когерентного пучка [11], нелинейно-рефракционные искажения частично-когерентного излучения будут слабее искажений когерентного пучка.

1. Гордин М. П., Соколов А. В., Стрелков Г. М. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. Вып. 11. С. 2242–2254.
2. Воробьев В. В. Тепловое самовоздействие лазерного излучения в атмосфере. М.: Наука. 1987. 200 с.
3. Пасманик Г. А. // ЖЭТФ. 1974. Т. 66. С. 490.

4. Алешкевич В.А., Лебедев С.С., Матвеев А.Н. //ЖЭТФ. 1982. Т. 83. Вып. 4 (10). С. 1249.
5. Алешкевич В.А., Лебедев С.С., Матвеев А.Н. //Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 11. С. 1368.
6. Землянов А.А., Синев С.Н. Самовоздействия частично-когерентного пучка при больших параметрах нелинейности. Томск. 1984. С. 26. (Препринт/ИОА СО АН СССР, № 29).
7. Кандидов В.П. //Изв. АН СССР, сер. Физич. 1983. Т. 47. № 8. С. 1583.
8. Чиркин А.С., Юсубов Ф.М. //Квантовая электроника. 1933. Т. 10. № 9. С. 1833.
9. Сигал Г.Б., Сорокин Ю.М. //ЖТФ. 1980. Т. 11. С. 833.
10. Зуев В.Е., Землянов А.А., Копытин Ю.Д., Кузиковский А.В. Мощное лазерное излучение в атмосферном аэрозоле. Новосибирск. Наука. 1984. 223 с.
11. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука. 1981. 640 с.
12. Апресян А.А., Кравцов Ю.А. Теория переноса излучения. М.: Наука. 1983. 216 с.
13. Федорюк М.В. Метод перевала. М.: Наука. 1977. 368 с.

Институт оптики атмосферы  
СО АН СССР, Томск

Поступила в редакцию  
27 мая 1988 г.

**A.A. Zemlyanov, S.N. Sinev. Multimode Partially Coherent Laser Beam Thermal Blooming in Regular Medium.**

The multimode partially coherent laser beam thermal blooming was studied in terms of the transfer equation for brightness in a nonlinear—refractive medium.

The proposed approach was used to develop an approximate procedure for computing the average intensity and the effective radius of spatial coherence by solving the problem of the brightness function maximization at any point of the laser beam. Representative results of the numerical computations for great refractive beam distortions are discussed.