

В.П. Кандидов, И.В. Ларионова, В.В. Попов

МОДАЛЬНЫЙ КОРРЕКТОР НИЗШИХ АБЕРРАЦИЙ ФАЗЫ

Анализируется возможность формирования aberrаций фазы первого и второго порядков с помощью сплошного упругого зеркала, управляемого системой сосредоточенных нагрузок на его контуре. На основе теории тонких пластин рассчитаны функции отклика приводов зеркала, базисные моды управления. Значительное внимание уделено оценке точности воспроизведения зеркалом низших aberrаций фазы. Результаты расчета находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными, полученными на действующем макете зеркала с электромагнитными приводами.

На атмосферных трассах в нелинейных искажениях световых пучков преобладают низшие aberrации волнового фронта. В [1] показано, что основной вклад в искажения фазы пучка, распространяющегося в условиях ветровой рефракции, вносят aberrации до третьего порядка. Для компенсации низших aberrаций эффективно использование простых фазовых корректоров с модальным управлением по небольшому числу (~ 10) координат. Так, в [2] рассмотрена возможность подавления теплового самовоздействия пучка при ветровой рефракции с помощью адаптивного зеркала с тремя каналами модального управления.

Для осуществления модального управления фазой пучка необходимы корректоры с нелокальной функцией отклика. К ним относятся сплошные упругие зеркала с моментными приводами, выполненными в виде пьезопакетов [3], зеркала с дискретными [4] и сплошными [5] биморфными приводами. Однако такие корректоры имеют низкую чувствительность (порядка 10^{-2} мкм/В) и сравнительно небольшой динамический диапазон, что ограничивает их применение видимым излучением. В инфракрасной области для компенсации нелинейных искажений необходимы управляемые зеркала с диапазоном перемещения отражающей поверхности до 100 мкм. Такие корректоры представляют интерес также в лазерной технологии для управления положением и размерами пучка.

Создание модального корректора для управления по aberrациям до третьего порядка включительно возможно на основе гибких упругих зеркал, которые деформируются нагрузками, приложенными на их контуре. При этом существенное расширение диапазона управления достигается путем использования электромеханических приводов для получения нагрузок. Несмотря на уменьшение быстродействия, такие зеркала применимы для адаптивного управления фазой при распространении квазинепрерывного излучения в условиях нерегулярной ветровой рефракции [6].

В данной работе рассматривается модель упругого сплошного зеркала, предназначенного для модального управления фазой по aberrациям первого и второго порядков. На основе теории тонких пластин рассчитываются функции отклика, базисные моды для действующего макета круглого зеркала, закрепленного в центре и управляемого с помощью шести сосредоточенных нагрузок на его контуре.

1. В модальном управлении прогиб отражающей поверхности зеркала $w(r, \theta)$ является суперпозицией базисных форм прогиба $w_i(r, \theta)$:

$$w(r, \theta) = \sum_{i=1}^I U_i w_i(r, \theta), \quad (1)$$

где U_i — координаты модального управления; I — их число.

В качестве базиса $w_i(r, \theta)$, $i = \overline{1, I}$ удобно выбрать систему полиномов Цернике $Z_i(r, \theta)$, которыми обычно описываются оптические aberrации. Базисные формы $w_i(r, \theta)$ образуются как линейные комбинации функций отклика приводов $\Psi_k(r, \theta)$:

$$w_i(r, \theta) = \sum_{k=1}^K b_{ik} \Psi_k(r, \theta), \quad (2)$$

где K — число приводов, $K \geq I$.

Функция отклика k -го привода $\Psi_k(r, \theta)$ суть прогиб зеркала при единичном смещении k -го привода и нулевых смещениях остальных. Коэффициенты b_{ik} , $k = \overline{1, K}$ образуют базисный вектор \mathbf{b}_i , элементы которого пропорциональны управляющим смещениям, формирующим i -ю форму $w_i(r, \theta)$ прогиба зеркала. Таким образом, совокупность функций отклика $\Psi_k(r, \theta)$, $k = \overline{1, K}$ является важнейшей характеристикой зеркала, определяющей возможность и точность формирования с его помощью выбранного базиса модального управления.

Рассмотрим управляемое зеркало в виде упругой, круглой, тонкой пластины с закрепленным центром (рис. 1). На контуре пластины с равным шагом жестко закреплены тяги, перемещаемые толкателями с помощью приводов и возвратных пружин перпендикулярно к плоскости зеркала. В результате зеркало деформируется системой сосредоточенных сил и моментов, действующих на его контуре.

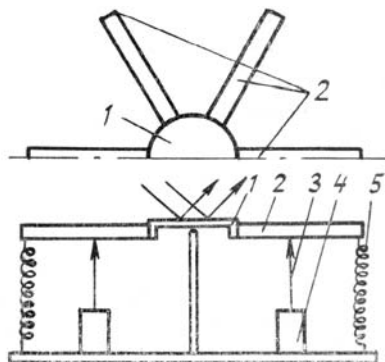


Рис. 1. Конструкция адаптивного зеркала: 1 – отражающая пластина; 2 – тяги; 3 – толкатель; 4 – шаговый двигатель; 5 – возвратная пружина

Для расчета функции отклика $\Psi_k(r, \theta)$ воспользуемся вариационным методом в рамках приближенной теории тонких пластин [7], которое применимо, если толщина пластины h много меньше ее радиуса $R_0 (h \ll R_0)$. Пусть на контуре зеркала находятся шесть тяг $K = 6$. Тогда, предполагая тяги абсолютно жесткими, в точках их крепления можно записать следующие геометрические граничные условия:

$$\Psi_k \left(R_0, (j-1) \frac{\pi}{3} \right) + l_2 \frac{\partial \Psi_k}{\partial r} \left(R_0, (j-1) \frac{\pi}{3} \right) = y_0 \delta_{jk}, \quad j = \overline{1, 6}, \quad (3)$$

где y_0 – единичное смещение на k -м приводе; l_2 – расстояние от точки приложения силы до края зеркала.

Так как упругость системы крепления в центре априори неизвестна, то первоначально положим его абсолютно жестким. В этом случае форма прогиба в точке $r = 0$ должна удовлетворить следующим граничным условиям:

$$\Psi_k(0, \theta) = 0; \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Psi_k}{\partial r}(0, \theta) = 0. \quad (5)$$

Полная энергия упругой деформации зеркала и системы крепления приводов имеет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{D}{2} \int_0^{R_0} \int_0^{2\pi} \left[\nabla^4 \Psi_k - 2(1-\nu) \frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial r^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_k}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial r^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + 2(1-\nu) \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_k}{\partial \theta} \right)^2 \right] r dr d\theta + \sum_{l=1}^6 \frac{K_l X_l^2}{2} + \frac{\eta}{2} \left(\frac{\partial \Psi_k}{\partial r}(0, 0) \right)^2 \right]; \\ D = & \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \end{aligned} \quad (6)$$

где E – модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона для материала упругой пластины; K_l – коэффициент жесткости l -й пружины; X_l – деформация l -й пружины; η – коэффициент жесткости крепления в центре зеркала.

Функцию отклика k -го привода $\Psi_k(r, \theta)$ аппроксимируем рядом

$$\Psi_k(r, \theta) = \sum_{n=1}^3 \sum_{m=0}^3 C_{nm} \left(\frac{r}{R_0} \right)^{n+1} \cos \left[m \left(\theta - (k-1) \frac{\pi}{3} \right) \right]. \quad (7)$$

Согласно вариационному методу коэффициент C_{nm} ряда (7) определится путем минимизации энергии (6) на множестве C_{nm} , удовлетворяющем геометрическим граничным условиям (3–5).

Линии равного прогиба для функции отклика привода зеркала показаны на рис. 2. Видно, что функция отклика существенно нелокальна.

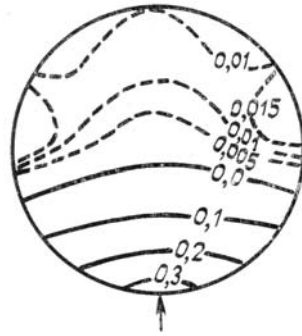


Рис. 2. Линии равного прогиба функции отклика нижнего привода, местоположение которого показано стрелкой

Базисные векторы \mathbf{b}_i , $i = \overline{1, I}$ вычислялись методом наименьших квадратов. При этом, учитывая распределение интенсивности светового пучка на зеркале, использовался вес в виде гауссовой функции с характерным масштабом $a = 0,3R_0$. Таким образом, решалась задача о минимизации следующего функционала невязки искомой моды $w_i(r, \theta)$ от соответствующего полинома $Z_i(r, \theta)$:

$$F(\mathbf{b}_i) = \int_0^{R_0} \int_0^{2\pi} \left[Z_i(r, \theta) - \sum_{k=1}^6 b_{ik} \Psi_k(r, \theta) \right]^2 e^{-r^2/a^2} r dr d\theta. \quad (8)$$

Вид aberrации i	Смещение приводов					
	b_{i1}	b_{i2}	b_{i3}	b_{i4}	b_{i5}	b_{i6}
1	0	-3,3	-3,3	0	3,3	3,3
2	3,8	1,9	-1,9	-3,8	-1,9	1,9
3	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4
4	-3,6	1,8	1,8	-3,6	1,8	1,8
5	0	-3,1	3,1	0	-3,1	3,1

Компоненты векторов \mathbf{b}_i , $i = \overline{1, 5}$, формирующих базисные моды зеркала, при которых отраженный пучок приобретает наклоны, фокусировку и астигматизмы фазы, приведены в таблице. Сечения формы прогиба зеркала для этих мод $w_i(r, \theta)$, $i = \overline{1, 5}$ изображены на рис. 3. Видно, что моды второго порядка w_i , $i = \overline{3, 5}$ близки к соответствующим полиномам Цернике. Моды наклона w_i , $i = \overline{1, 2}$ существенно отличаются от Z_i , $i = 1, 2$ вследствие принятого предположения о жестком закреплении центра зеркала.

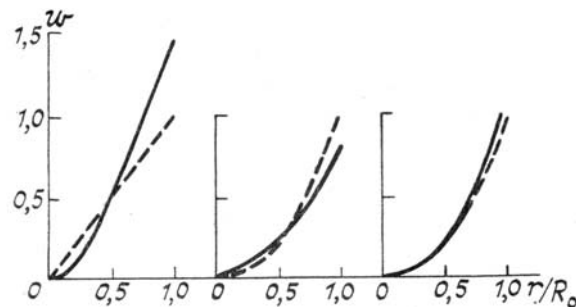


Рис. 3. Сечения прогиба зеркала плоскостью $\theta = \text{const}$ при воспроизведении наклонов (а), фокусировки (б) и астигматизмов (в). Сплошные линии соответствуют базисным модам w_i , $i = \overline{1, 5}$, штриховые — полиномам Цернике Z_i , $i = \overline{1, 5}$

2. На зеркале с ограниченным числом приводов формирование заданного базиса, в частности, в виде системы полиномов Цернике $Z_i(r, \theta)$ возможно с конечной точностью. Среднеквадратическое отклонение ε_i моды $w_i(r, \theta)$ на корректируемой апертуре радиуса R равно:

$$\varepsilon_i = \left\{ \int_0^R \int_0^{2\pi} [Z_i(r, \theta) - C w_i(r, \theta)]^2 r dr d\theta / \int_0^R \int_0^{2\pi} Z_i^2(r, \theta) r dr d\theta \right\}^{1/2}. \quad (9)$$

Поскольку моды $w_i(r, \theta)$ определялись с точностью до постоянного множителя, то в (9) введем нормировочный коэффициент C . Его значение вычисляется минимизацией ε_i .

Зависимость ε_i от радиуса R рабочей апертуры зеркала для пяти низших aberrаций представлена на рис. 4, а (сплошные кривые). Среднеквадратическая погрешность $\varepsilon_{1,2}$ для мод наклона монотонно растет с уменьшением радиуса R рабочей апертуры, что обусловлено значительными отклонениями формы прогиба в центре зеркала, жестко закрепленного на оси, от наклонной плоскости (рис. 3, а). Для фокусировки погрешность ε_3 , наоборот, падает с уменьшением радиуса R , что, видимо, связано с увеличением относительного вклада моментной нагрузки и, следовательно, с более точным приближением формы прогиба зеркала к параболической. При формировании астигматизмов отклонения $\varepsilon_{4,5}$ также падают с уменьшением R . Для гауссова пучка масштаба $a = 0,3R_0$ рабочую апертуру можно принять равной видимому пятну, радиус которого $R \approx 0,6R_0$. Тогда на рабочей апертуре погрешность формирования aberrаций фазы составляет 3,5% для фокусировки, 0,5% для астигматизмов и около 13% для наклонов.

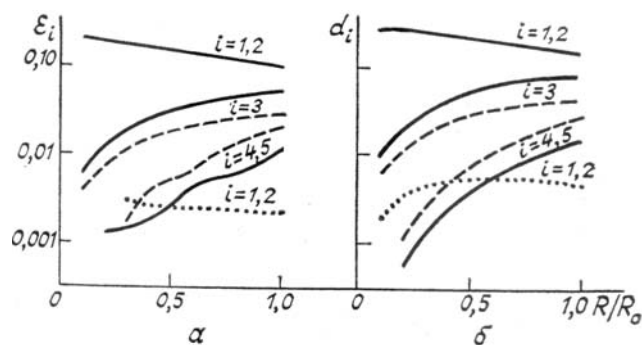


Рис. 4. Изменение нормированного среднеквадратического отклонения ε_i , $i = \overline{1,5}$ базисных мод w_i , $i = \overline{1,5}$ от соответствующих полиномов Цернике Z_i , $i = \overline{1,5}$ (а) и относительного веса d_i , $i = \overline{1,5}$ побочных aberrаций (б) с радиусом R рабочей апертуры зеркала $i = 1, 2$ — наклоны, $i = 3$ — фокусировка, $i = 4, 5$ — астигматизмы. Сплошные линии соответствуют первоначальной модели зеркала, пунктирные — «полужесткой», штриховые — усовершенствованной

Возникновение погрешности ε_i связано с наличием побочных полиномов Z_p , $p \neq i$ в базисной моде $w_i(r, \theta)$. Относительный вес побочных aberrаций в базисной моде $w_i(r, \theta)$ определяется соотношением:

$$d_i = \left[\sum_{\substack{p=1 \\ p \neq i}}^P \alpha_{ip}^2 / \sum_{p=1}^P \alpha_{ip}^2 \right]^{1/2}, \quad (10)$$

где α_{ip} — коэффициент разложения моды $w_i(r, \theta)$ по системе полиномов Цернике:

$$\alpha_{ip} = \int_0^R \int_0^{2\pi} w_i(r, \theta) Z_p(r, \theta) r dr d\theta / \int_0^R \int_0^{2\pi} Z_p^2(r, \theta) r dr d\theta. \quad (11)$$

Вес побочных aberrаций d_i , $i = \overline{1,5}$ с изменением радиуса R рабочей апертуры приведен на рис. 4, б. Зависимость $d_i(R)$, $i = \overline{1,5}$, подобна погрешностям ε_i , полученным для соответствующих мод. Относительный вес d_i побочных aberrаций в базисных модах $w_{1,2}$, соответствующих наклонам зеркала, возрастает с уменьшением R приблизительно до 25%. Основной побочной aberrацией в $w_{1,2}$ является кома. Это, как указано выше, обусловлено предположением о жестком закреплении центра зеркала. В базисной моде фокусировки w_3 вес d_3 растет с увеличением R , достигая 7% при $R = R_0$. Наиболее значительной побочной aberrацией в w_3 является сферическая aberrация, причем знак ее противоположен знаку фокусировки. Вес побочных aberrаций при формировании астигматизмов $w_{4,5}$ не превышает 1,5%.

С погрешностью воспроизведения низших aberrаций фазы связано увеличение угловой расходимости излучения, отраженного от зеркала. За величину, характеризующую качество управления наклонами и фокусировкой пучка, можно принять мощность $P(\theta_0)$ излучения, которое распространяется после корректора в заданном телесном угле θ_0 :

$$P(\theta_0) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} I(\theta, \varphi) d\ell d\varphi. \quad (12)$$

Энергетическая сила излучения $I(\theta, \varphi)$ определяется амплитудой светового поля $E(x, y, 0)$ отраженного пучка. При нормальном падении коллимированного пучка гауссова профиля на апертуре зеркала имеем

$$E(x, y, 0) = E_0 \exp \left\{ -\frac{x^2 + y^2}{2a_0^2} \right\} \exp\{i\varphi(x, y)\}; \quad a_0 = 0,3 R_0. \quad (13)$$

В случае идеального корректора, форма прогиба которого совпадает с полиномами Цернике, фаза $\varphi(x, y)$ равна

$$\varphi_i^0(x, y) = 2k Z_i(x, y); \quad (14)$$

в случае рассматриваемого зеркала

$$\varphi_i(x, y) = 2k w_i(x, y). \quad (15)$$

Пусть θ_0 — угол, на который для гауссова пучка, отраженного от идеального корректора, приходится мощность $P^0(\theta) = e^{-1}P$, где P — полная мощность. Для того же пучка, отраженного от рассматриваемого зеркала, нетрудно найти мощность $P^*(\theta_0)$ в телесном угле θ_0 с помощью параболической теории дифракции и соотношения (12, 13, 15). Как показывают расчеты, при фокусировке зеркалом мощность $P^0(\theta_0)$ составляет 99,8% от мощности $P^0(\theta_0)$ пучка с идеальным параболическим фронтом, а при наклоне — 66%.

3. В результате интерферометрических исследований действующего макета зеркала получено, что на всей его апертуре отклонение реальных базисных форм прогиба от соответствующих полиномов Цернике составляет около 5% для наклонов, 21% для фокусировки и 15% для астигматизмов. Видно, что наклоны воспроизводятся макетом зеркала лучше, чем ожидалось в расчетах, и, следовательно, предположение о жестком закреплении его центра не подтвердилось.

С помощью экспериментальных результатов удалось выяснить, что коэффициент жесткости винтового крепления в центре зеркала равен $\eta = 0,16D$. Это позволило рассчитать функцию отклика, базисные векторы и моды для «полужесткой» модели зеркала более адекватно экспериментальному макету. Для «полужесткой» модели расчетная погрешность воспроизведения наклонов зеркала составляет не более 0,3% (для рабочей апертуры любого радиуса, см. рис. 4, а). Относительный вес побочных aberrаций в базисных модах, соответствующих наклонам зеркала, для этого случая не превышает 0,5% 4, б.

Следует заметить, что значительная погрешность, полученная в эксперименте для aberrаций второго порядка, связана с нарушением необходимых допусков в изготовлении пластины зеркала.

Появление сферической aberrации при формировании на зеркале фокусировки объясняется тем, что возвратные пружины создают сильную моментную нагрузку, противоположную по знаку моментному усилию толкателей. Это можно устранить, расположив возвратные пружины между зеркалом и толкателями. Среднеквадратическая погрешность воспроизведения фокусировки зеркалом такой усовершенствованной конструкции уменьшается в 1,5–2 раза в зависимости от радиуса рабочей апертуры (рис. 4, а), относительный вес сферической aberrации падает с 7% до 4% при $R = R_0$ (рис. 4, б). Астигматизмы воспроизводятся несколько хуже, чем в первоначальной конструкции. Тем не менее изменение положения возвратных пружин является более предпочтительным, так как все aberrации второго порядка воспроизводятся с точностью, которая не меньше 3% на рабочей апертуре радиусом $R = 0,6R_0$.

4. Проведенный теоретический анализ и интерферометрические измерения подтверждают возможность коррекции aberrаций фазы первого и второго порядков с помощью гибкого зеркала, управляемого нагрузками, которые действуют на его контуре. Использование выносных тяг, перемещаемых электромеханическими приводами для получения нагрузок, позволяет сочетать широкий динамический диапазон управления фазой с требуемой точностью позиционирования отражающей поверхности.

Повышение порядка корректируемых aberrаций возможно с помощью системы приводов, создающих независимые силовые и моментные нагрузки.

1. Nahrstedt P. A. // Appl. Opt. 1983. V. 22. № 2. P. 224.
2. Чесноков С. С. // Квантовая электроника. 1983. Т. 10. № 6. С. 1160.
3. Fuschetto A. // Proc. SPIE. 1979. V. 179. P. 17.
4. Albertion N., Aidrich R., Everson J. // Proc. SPIE. 1979. V. 179. P. 28.
5. Воронцов М. А., Гнедой С. А., Кудряшов А. В., Самаркин В. В., Шмальгаузен В. И., Якунин В. П. Управляемые зеркала на основе полупассивных биморфных пьезоэлементов. г. Шатура, 1987, 29 с. (Препринт/НИЦЕЛ АН СССР, № 29).
6. Выслоух В. А., Кандидов В. П., Чесноков С. С., Шленов С. А. // Изв. вузов. Физика. 1985. № 11. С. 30.
7. Огибалов П. М. Изгиб, устойчивость и колебания пластинок // М.: Изд-во МГУ, 1958. 389 с.

V. P. Kandidov, I. V. Larionova, V. V. Popov. **Modal Corrector of Lowest Phase Aberration.**

The possibility to form the phase aberrations of the first and second orders with the help of the continuous elastic mirror controlled by the system of concentrated loads acting round its contour are analyzed. Influence functions of mirror's actuators and modal base space of control are calculated by using the theory of thin plates. Considerable attention is paid to the estimation of the accuracy of forming the lowest phase aberrations by the mirror. Experimental results obtained with the operating sample of mirror with the electromagnetic actuators are in good agreement with the calculations.