

## АДАПТИВНАЯ ОПТИКА

УДК 534.416.6

**Ф.Ю. Канев, Л.И. Лавринова, В.П. Лукин**

### **ЗАВИСИМОСТЬ КАЧЕСТВА ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ АДАПТИВНЫМ ЗЕРКАЛОМ ЗАДАННОЙ ФАЗОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ОТ ЧИСЛА СЕРВОПРИВОДОВ И КОНФИГУРАЦИИ ИХ РАЗМЕЩЕНИЯ**

На основе методов численного эксперимента проведено исследование влияния конструкции упругого зеркала на точность воспроизведения им заданной фазовой поверхности. Выполнены оценки эффективности использования данного корректора в качестве исполнительного элемента адаптивной системы. Для широкого диапазона параметров пучка и трассы определено оптимальное число и конфигурация размещения сервоприводов зеркала, предназначенного для компенсации теплового самовоздействия.

#### **1. Введение**

Одной из проблем, возникающих при создании адаптивной оптической системы, является построение исполнительного элемента (корректора волнового фронта), отвечающего как общим требованиям, предъявляемым к оптическим приборам, так и условиям той задачи, для выполнения которой система предназначена. Так, конструкция адаптивного зеркала определяется главным образом искажениями, для компенсации которых оно используется. Например, в [1] было показано, что для компенсации атмосферной турбулентности необходимо зеркало с 40 – 60 сервоприводами, тогда как для коррекции тепловой дефокусировки достаточно 6 – 8 приводов [2, 3]. Из-за того что анализ компенсации тепловой дефокусировки в [3] был проведен для пучков, интенсивность которых варьировалась в довольно узком диапазоне, невозможно оценить эффективность рассмотренных зеркал в условиях значительных нелинейных искажений. В то же время имеется ряд теоретических исследований компенсации самовоздействия интенсивных пучков [4, 5], в которых корректирующий профиль задавался полиномами Цернике. При этом было показано, что для управления без потери эффективности их число необходимо увеличивать при увеличении интенсивности излучения. То есть в условиях высокой нелинейности корректирующая фазовая поверхность имеет достаточно сложную форму, и можно ожидать, что для ее задания зеркалом необходимо достаточно большое количество сервоприводов. Таким образом, актуальную проблему определения оптимального числа степеней свободы адаптивного корректора невозможно считать полностью разрешенной.

В настоящей статье на основе численного моделирования проведена оптимизация количества и конфигурации расположения сервоприводов адаптивного зеркала, предназначенного для использования в системе коррекции тепловых искажений лазерных пучков. С этой целью при вариациях конструкции зеркала были выполнены оценки точности аппроксимации поверхностей различной сложности и определено влияние корректора на эффективность компенсации тепловой линзы.

#### **2. Модель**

В численных экспериментах в качестве зеркала использовалась модель квадратной упругой тонкой пластины с шарнирным закреплением центра и свободными краями [6]. Деформации пластины  $W(x, y)$  описывались уравнением бигармонического типа [7]:

$$D\left(\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4}\right) = f(x, y), \quad (1)$$

где  $D = Eh^3/(12(1 - \sigma^2))$  – цилиндрическая жесткость;  $E$  – модуль Юнга;  $h$  – толщина пластины;  $\sigma$  – коэффициент Пуассона;  $f$  – поперечная распределенная нагрузка (в проведенных расчетах значения всех коэффициентов соответствовали медной пластине). Условие закрепления центра:

$$W(x_0, y_0) = 0, \quad D\left(\frac{\partial^2 W(x_0, y_0)}{\partial n^2} + \sigma \frac{\partial^2 W(x_0, y_0)}{\partial \tau^2}\right) = 0, \quad (2)$$

здесь  $x_0, y_0$  – координаты центра;  $\partial/\partial n, \partial/\partial \tau$  – производные по нормали и касательной соответственно. Численное решение уравнения осуществлялось с использованием метода конечных элементов [8]. По сравнению с предыдущими работами [3, 9] число узлов расчетной сетки по каждой из координат было увеличено до 13. Выбранная размерность позволяет варьировать количество сервоприводов в довольно широком диапазоне и выбирать различные конфигурации их закрепления.

На основе метода были построены численные модели 6-и зеркал, схематично изображенных на рис. 1, *a* – *e*. Зеркала имели следующие особенности: *a* – модель с минимальным числом координат управления (в [3] показано, что меньшее количество сервоприводов не обеспечивает компенсации даже умеренной тепловой нелинейности); *б* – количество приводов не изменено по сравнению с *a*, но уменьшено расстояние между приводами и центром зеркала, т.е. увеличена плотность размещения приводов в центральной области корректора; *в* – дальнейшее увеличение плотности сервоприводов в центральной области; *г*, *д* – вариации геометрии расположения точек управления, осуществляемые практически без изменения их числа; *е* – резкое увеличение количества координат управления, выполненное за счет увеличения числа приводов на периферии зеркала. Плотность в центральной области остается без изменений.

Модели упругих пластин использовались для определения точности воспроизведения поверхности, задаваемой полиномами Цернике и в задаче компенсации стационарного теплового самовоздействия. Аппроксимация осуществлялась совмещением зеркала с фазовым профилем в точках закрепления сервоприводов. При коррекции тепловой линзы радиус пучка  $r_0$  составил 1/10 от длины стороны зеркала  $d_m$  (сетка, на которой решалась задача квазиоптики, не позволяла изменять это соотношение). Как видно из рис. 1, варьировались следующие параметры корректора: плотность сервоприводов в области, занимаемой пучком, их число и конфигурация закрепления. При этом построенные модели позволили оценить раздельное влияние каждого из перечисленных факторов как на точность воспроизведения зеркалом заданного профиля, так и на эффективность коррекции тепловой линзы.

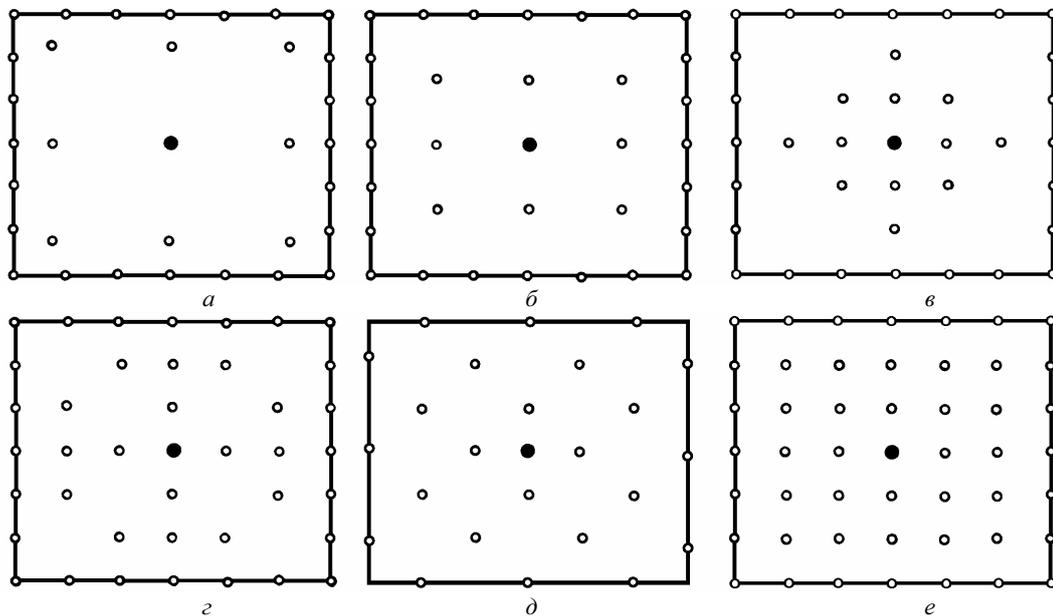


Рис. 1. Модели адаптивных зеркал

Аппроксимируемая поверхность задавалась полиномами, приведенными в [10] (запись в полярной системе координат):  $Z_1 = 2 r \cos \Theta$  (наклон),  $Z_2 = \sqrt{3}(2 r^2 - 1)$  (дефокусировка),  $Z_3 = \sqrt{6} r^2 \sin(2\Theta)$  (астигматизм),  $Z_4 = \sqrt{8}(3 r^2 - 2 r) \sin \Theta$  (кома),  $Z_5 = \sqrt{6} r^3 \sin(3\Theta)$ ,

$Z_6 = \sqrt{5}(3r^4 - 2r^2 + 1)$  (сферическая aberrация),  $Z_7 = \sqrt{10}(4r^4 - 3r^2)\sin(2\Theta)$ ,  $Z_8 = \sqrt{10}r^4\sin(4\Theta)$ ,  $Z_9 = \sqrt{12}(10r^5 - 12r^3 + 3r)\sin\Theta$ ,  $Z_{10} = \sqrt{12}(5r^5 - 4r^3)\sin(3\Theta)$ ,  $Z_{11} = \sqrt{12}r^5\sin(5\Theta)$ . Нумерация нами изменена, т.к. опущены полиномы, получающиеся в результате поворота системы координат. Точность воспроизведения характеризовалась относительной квадратической ошибкой  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \left\{ \frac{\int \int (\varphi - W)^2 f dx dy}{\int \int \varphi^2 f dx dy} \right\}^{1/2}, \quad (3)$$

где  $\varphi$  – задаваемый профиль фазового распределения;  $W$  – прогиб поверхности зеркала;  $f = \exp(-(x^2 + y^2)/r_f^2)$  – весовая функция;  $r_f$  – радиус весовой функции.

Коррекция нелинейных искажений осуществлялась на трассе  $0,5z_d, z_d$  – дифракционная длина. Трасса была разделена на два отрезка: участок, занимаемый распределенной тепловой линзой (длина  $z_{NL}$ ), и участок линейного распространения с длиной  $z_L$ . Нелинейность среды определялась параметром  $R_T$  [3], пропорциональным интенсивности излучения. Пучок в плоскости  $z_0 = z_{NL} + z_L$  характеризовался критерием фокусировки, пропорциональным мощности, попадающей в пределы апертуры с заданными размерами:

$$J = \frac{1}{P_0} \int \int \rho(x, y) I(x, y, z_0) dx dy, \quad (4)$$

здесь  $P_0$  – полная мощность;  $I$  – интенсивность;  $\rho = \exp(-(x^2 + y^2)/r_0^2)$  – весовая функция;  $r_0$  – начальный радиус пучка.

Управление осуществлялось на основе алгоритма модифицированного фазового сопряжения [3], применение которого в рассматриваемой задаче имело ряд особенностей. В частности, зеркало использовалось не при аппроксимации фазы в процессе управления, а для воспроизведения поверхности, найденной в результате коррекции. То есть находилась оптимальная фазовая поверхность  $U_{opt}(x, y)$ , которая затем аппроксимировалась зеркалом. Такой подход, с одной стороны, позволяет непосредственно оценить точность задания довольно сложных профилей и определить снижение качества коррекции, обусловленное использованием зеркала, с другой – упростить и сократить вычисления.

### 3. Результаты

Точность воспроизведения полиномов зеркалами  $b$ ,  $v$  (рис. 1) иллюстрируется рис. 2. На рисунках представлены значения квадратической ошибки  $\varepsilon$ , полученные при различных значениях радиуса весовой функции  $r_f$ . Подобные графики для остальных моделей не включены в статью, т.к. ход кривых в общих чертах повторяет приведенные результаты. В частности, при использовании зеркала  $a$  квадратическая ошибка несколько выше, чем для зеркала  $b$  для всех полиномов. Модели  $v - e$  (рис. 1) обеспечивают практически одинаковые значения  $\varepsilon$  при  $r_f = 1/10 d_m$  (т.е. в области, занимаемой пучком в задаче квазиоптики).

Из сопоставления данных, приведенных на рис. 2,  $a, b$ , а также из описания соответствующих результатов для других моделей заключаем, что корректоры  $a$  и  $b$  (рис. 1) в своей центральной области воспроизводят сложные поверхности (полиномы при  $N_z \geq 9$ ) с меньшей точностью, чем остальные зеркала. Для моделей  $v - e$  значения ошибок  $\varepsilon$  в центре почти одинаковы. Так как приблизительно известно количество полиномов, необходимое для компенсации тепловой нелинейности [5], можно предположить, что зеркала  $a, b$  целесообразно использовать при  $z_{NL} \approx 0,5 z_d$  и  $R_v \approx -20$ . Также можно ожидать, что для коррекции тонкой тепловой линзы с более высокими значениями параметра  $R_v$  необходимым будет привлечение зеркал более сложной конструкции.

Эффективность компенсации самовоздействия иллюстрируется данными табл. 1–4, в которых приведены результирующие значения критерия фокусировки  $J$  и квадратической ошибки  $\varepsilon(r_f)$ , полученные для радиуса весовой функции  $r_f = r_0$  ( $r_0$  – начальный радиус пучка).

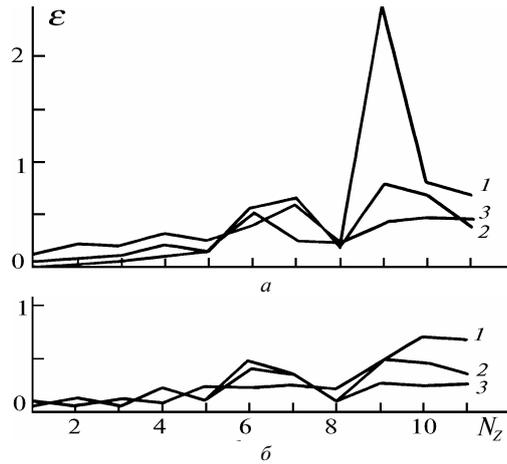


Рис. 2. Точность воспроизведения полиномов Цернике :  $a$  – зеркалом  $\bar{b}$ ;  $\bar{b}$  – зеркалом  $\bar{v}$  (рис. 1);  $\varepsilon$  – квадратическая ошибка,  $N_z$  – номер воспроизводимого полинома. Кривая 1 –  $r_f = 1/10 d_m$ , 2 –  $1/5 d_m$ , 3 –  $1/2 d_m$

Как видно из табл. 1, компенсация распределенной тепловой линзы с умеренной <оптической силой> реализуется всеми зеркалами с одинаковой эффективностью. Результирующие значения критерия  $J$  близки к полученным (с использованием идеального корректора) значениям  $J_{ideal}$ , ошибки  $\varepsilon$  малы.

Т а б л и ц а 1

**Результирующие значения критерия фокусировки  $J$**

Параметры:  $R_U = -20$ ,  $z_{NL} = 0,5$ ,  $z_L = 0$ . Начальное значение:  $J_0 = 0,19$ ; идеальное зеркало:  $J_{ideal} = 0,41$

Конфигурация сервоприводов	$a$	$\bar{b}$	$\bar{v}$	$z$	$\bar{\delta}$	$e$
$J$	0,38	0,39	0,40	0,41	0,41	0,40
$\varepsilon(r_f = r_0)$	0,10	0,05	0,09	0,09	0,09	0,09

Т а б л и ц а 2

**Результирующие значения критерия фокусировки  $J$**

Параметры:  $R_U = -30$ ,  $z_{NL} = 0,5$ ,  $z_L = 0$ . Начальное значение:  $J_0 = 0,11$ ; идеальное зеркало:  $J_{ideal} = 0,29$

Конфигурация сервоприводов	$a$	$\bar{b}$	$\bar{v}$	$z$	$\bar{\delta}$	$e$
$J$	0,24	0,26	0,25	0,24	0,26	0,26
$\varepsilon(r_f = r_0)$	0,80	0,75	0,40	0,44	0,44	0,40

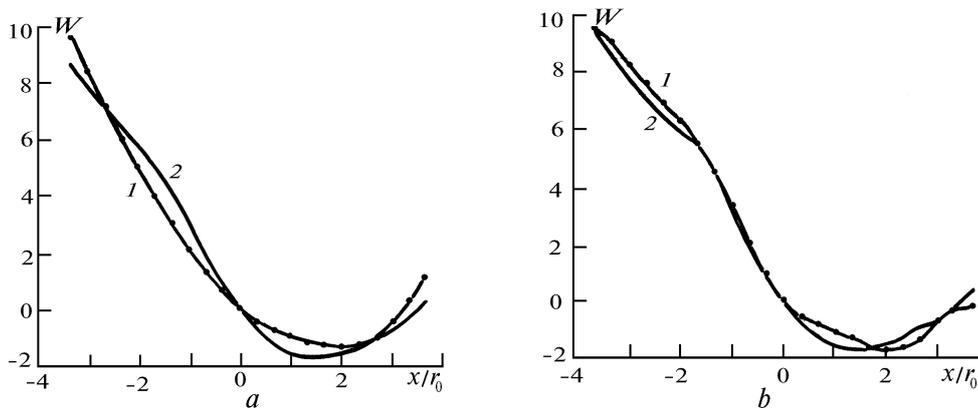


Рис. 3. Прогиб зеркала при воспроизведении корректирующей фазовой поверхности (сечение плоскостью  $ZOX$ ). Кривая 1 – профиль фазовой поверхности, кривая 2 – профиль зеркала;  $a$  – конфигурация сервоприводов  $\bar{b}$  (рис. 1);  $\bar{b}$  – сервоприводов  $\bar{v}$  (рис. 1). Параметры:  $z_{NL} = 0,5$ ,  $z_L = 0$ ,  $R_U = -30$

С увеличением нелинейности (табл. 2,  $R_v = -30$ )  $\epsilon$  для моделей  $a$  и  $b$  становится значительно выше, чем для остальных, но эффективность остается приблизительно одинаковой для всех рассмотренных корректоров. Точность аппроксимации для этого случая иллюстрируется на рис. 3, где приведено сечение фазового профиля плоскостью  $XOZ$  и соответствующий прогиб зеркала (конфигурации  $b$  и  $v$  (рис. 1)). Видно, что ошибка действительно уменьшается при замене модели  $b$  на  $v$ , но воспроизводимая поверхность имеет достаточно гладкий профиль и, по-видимому, именно из-за этого наличие ошибок не приводит к снижению концентрации поля.

Фазовые поверхности более сложной формы наблюдаются при параметрах  $z_{NL} = 0,1$ ,  $z_d$ ,  $z_{NL} = 0,4$ ,  $R_v = -90$ , (рис. 4). В этих условиях зеркала  $a$  и  $b$  не воспроизводят характерные особенности фазы, и, соответственно, уменьшаются результирующие значения  $J$  (табл. 3). Остальные модели обеспечивают приблизительно одинаковую концентрацию поля в плоскости регистрации.

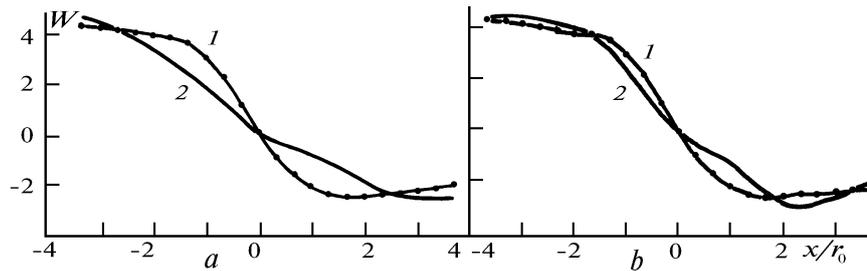


Рис. 4. Прогиб зеркала при воспроизведении корректирующей фазовой поверхности (сечение плоскостью  $ZOX$ ). Кривая 1 – профиль фазовой поверхности, кривая 2 – профиль зеркала;  $a$  – конфигурация сервоприводов  $b$  (рис. 1);  $b$  – сервоприводов  $v$  (рис. 1). Параметры:  $z_{NL} = 0,1$ ,  $z_L = 0,4$ ,  $R_v = -90$

Увеличение <оптической силы> тонкой тепловой линзы (табл. 4,  $R_v = -110$ ) ведет к дальнейшему возрастанию  $\epsilon$  для конфигураций  $a$  и  $b$  (рис. 1). Как следствие, уменьшаются результирующие значения  $J$ , что особенно заметно для зеркала  $a$ , использование которого не обеспечивает роста критерия фуксировки в процессе управления пучком.

Таким образом, по приведенным результатам можем заключить, что эффективность коррекции тепловой нелинейности адаптивным зеркалом определяется плотностью размещения сервоприводов в области, занимаемой пучком. Этот вывод подтверждается не только увеличением  $J$  при переходе от модели  $b$  к  $v$  (рис. 1), но также и тем, что результирующие значения критерия для зеркала  $e$ , где число приводов на периферии значительно увеличено по сравнению с остальными моделями, не возрастают.

Т а б л и ц а 3

Результирующие значения критерия фокусировки  $J$   
 Параметры:  $R_v = -90$ ,  $z_{NL} = 0,1$ ,  $z_L = 0,4$ . Начальное значение:  $J_0 = 0,07$ ; идеальный корректор:  $J_{ideal} = 0,42$

Конфигурация сервоприводов	$a$	$b$	$v$	$z$	$d$	$e$
$J$	0,24	0,25	0,33	0,33	0,34	0,33
$\epsilon(r_f = r_0)$	0,52	0,48	0,18	0,17	0,18	0,17

Т а б л и ц а 4

Результирующие значения критерия фокусировки  $J$   
 Параметры:  $R_v = -110$ ,  $z_{NL} = 0,1$ ,  $z_L = 0,4$ . Начальное значение:  $J_0 = 0,05$ ; идеальный корректор:  $J_{ideal} = 0,42$

Конфигурация сервоприводов	$a$	$b$	$v$	$z$	$d$	$e$
$J$	0,04	0,21	0,38	0,34	0,34	0,34
$\epsilon(r_f = r_0)$	1,95	0,72	0,31	0,48	0,47	0,31

Повысить эффективность только за счет изменения геометрии размещения приводов без изменения их плотности в центральной части, по-видимому, невозможно (сопоставление моделей  $\epsilon$  и  $\delta$ , рис. 1).

Сделанные выше выводы относятся, прежде всего, к случаям распространения в среде пучков с высокой интенсивностью ( $|R_{\nu}| \geq 90$ ). При распространении в среде пучков умеренной мощности ( $|R_{\nu}| = 20, 30$ ), поверхность корректирующей фазы является относительно гладкой, поэтому все рассмотренные модели, включая и простейшие  $a$ ,  $b$ , обеспечивают приблизительно одинаковые результаты коррекции самовоздействия (табл. 1, 2).

1. Шишаков К.В., Шмальгаузен В.И. // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. N2. С. 155–159.
2. Кандидов В.П., Криндач Д.П., Митрофанов О.А., Попов В.В. // Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. N12. С. 1286–1293.
3. Канев Ф.Ю., Чесноков С.С. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. N3. С. 302–307.
4. Канев Ф.Ю., Чесноков С.С. // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. N9. С. 983–986.
5. Малафеева И.В., Тельпуховский И.Е., Чесноков С.С. // XI Всесоюзн. симпоз. по распространению лазерного излучения в атмосфере и водных средах. (Тезисы докл.). Томск: Изд. ТНЦ СО АН СССР. 1991. С. 154.
6. Чесноков С.С. // Известия АН СССР. Сер. Физическая. 1988. Т. 52. N3. С. 567–571.
7. Огибалов П.М. Изгиб, устойчивость и колебания пластинок. М.: Изд-во МГУ, 1958. 168 с.
8. Кандидов В.П., Выслоух В.А., Чесноков С.С. Метод конечных элементов в задачах механики. М.: Изд-во МГУ, 1976. 178 с.
9. Канев Ф.Ю., Липунов В.А., Чесноков С.С. // X Всесоюзн. симпозиум по распространению лазерного излучения в атмосфере. (Тезисы докл.). Томск: Изд. ТНЦ СО АН СССР, 1989. С. 145.
10. Воронцов М.А., Шмальгаузен В.И. Принципы адаптивной оптики. Москва: Наука, 1985. 335 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН,  
Томск

Поступила в редакцию  
12 февраля 1993 г.

**F.Yu. Kanev, L.N. Lavrinova, V.P. Lukin. Dependence of Quality of Reconstruction by an Adaptive Mirror of a Phase Surface on the Number of Servodrives and Configuration of Their Disposition.**

Influence of an elastic mirror construction on the accuracy of reconstructing a present phase surface is studied using numerical simulations methods. Estimations of this type of a phase corrector for using it as an actuator of an adaptive system has been done. An optimal configuration and a number of servodrives of a mirror intended for compensation for thermal blooming effect are determined for a wide range of a beam and a propagation path parameters.